This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

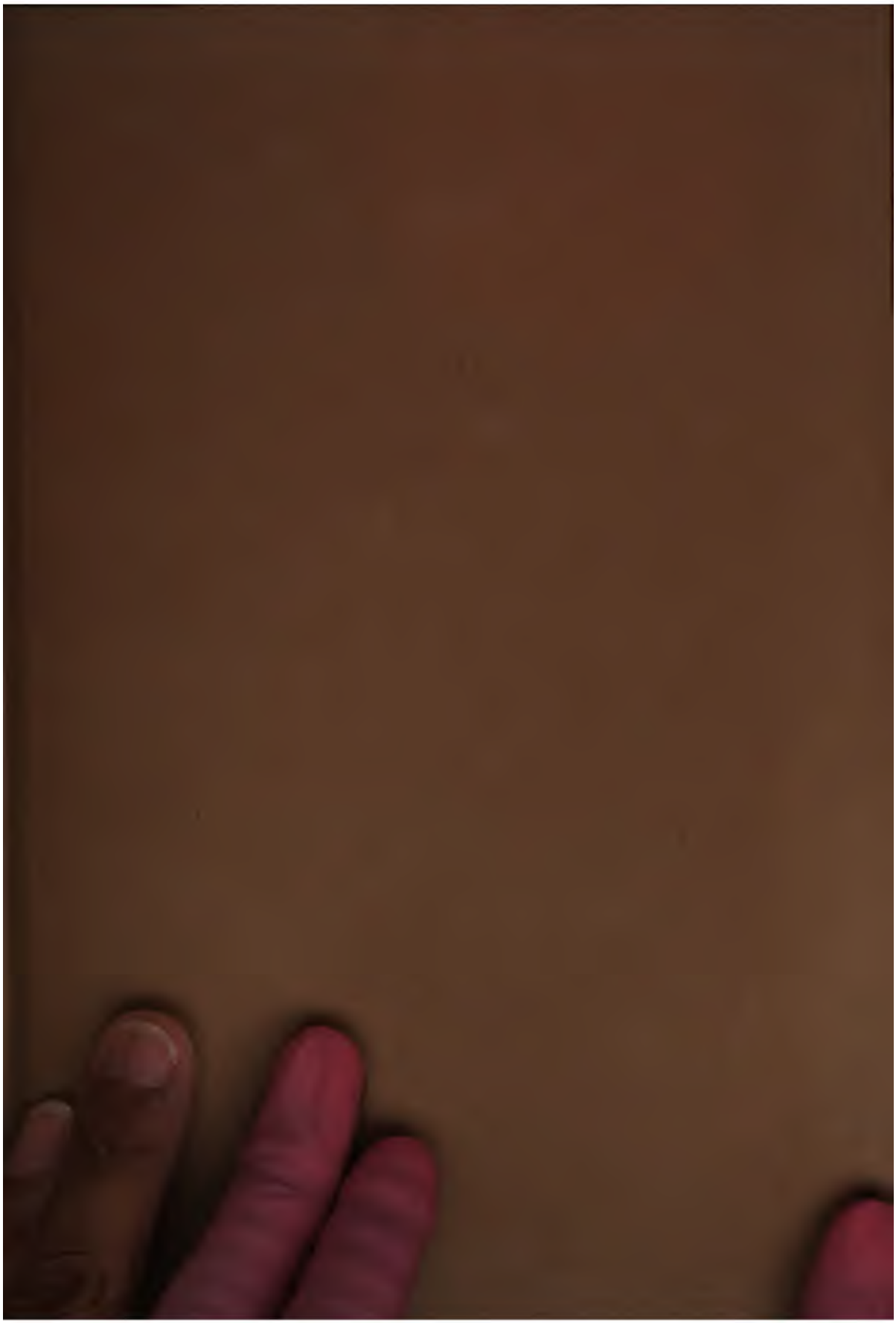
+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

C63
G599



Nachrichten

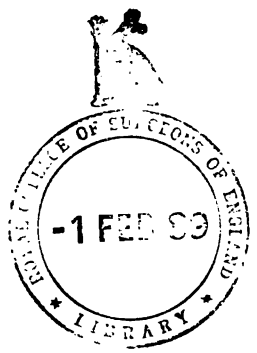
von der

Königl. Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.



Aus dem Jahre 1888.

Nro. 1—17.

THIS ITEM HAS BEEN MICROFILMED BY
STANFORD UNIVERSITY LIBRARIES
REFORMATTING SECTION 1994. CONSULT
SUL CATALOG FOR LOCATION.

Göttingen,
Dieterichsche Verlags-Buchhandlung.
1888.

2

Man bittet die Verzeichnisse der Accessionen zugleich als Empfangsanzeigen für die der Königl. Societät übersandten Werke betrachten zu wollen.

Register

über

die Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften

und

der Georg-Augusts-Universität

aus dem Jahre 1888.

Auwers, K., — siehe Meyer, Victor.

de Bary, A., auswärtiges Mitglied, gestorben. 467.
Bechtel, F., Kleine Aufsätze zur Grammatik und Etymologie der indogermanischen Sprachen. I. 399.
Biltz, H., — siehe Meyer, Victor.
Bonitz, H., Correspondent, gestorben. 467.
Brill, A., zum Correspondenten erwählt. 468.
Brock, J., Ueber das sogenannte Verrillsche Organ der Cephalopoden. 476.
Bürger, O., Beiträge zur Kenntnis des Nervensystems der Nemertinen. 479.
Bürkner, K., Zehnter Bericht über die Königliche Universitäts-Poliklinik für Ohrenkrankheiten. 163.

Clausius, R. J. E., auswärtiges Mitglied, gestorben. 467.
Cornill, C. H., Bietet der Codex Vaticanus B uns den Biebeltext in der Recension des Origenes? 194.

Donabaum, J., Zu der Preisaufgabe der Wedekindschen Preisstiftung: Eberhard Windeck. 11.
Drude, P., Ueber Oberflächenschichten. 275.

88077

Edlund, E., Correspondent, gestorben. 467.
Erman, A., zum Correspondenten gewählt. 468.

Fleischer, L., auswärtiges Mitglied, gestorben. 467.
Frensdorff, F., Beiträge zur Geschichte und Erklärung der deutschen Rechtsbücher. 387.
Frobenius, G., Ueber das Verschwinden der geraden Thetafunctionen. 67.

de Goeje, M. J., zum auswärtigen Mitglied erwählt. 467.
Gray, A., Correspondent, gestorben. 467.

Hallwachs, W., Ueber die Elektrisierung von Metallplatten durch Bestrahlung mit elektrischem Licht. 174.
Hamann, O., Vorläufige Mitteilungen zur Morphologie der Crinoiden. 127.
Henking, H., Ueber die Bildung von Richtungskörpern in den Eiern der Insecten und deren Schicksal. 444.
Hertz, H., zum Correspondenten erwählt. 468.
Hilbert, D., Zur Theorie der algebraischen Gebilde. 450.
Hoffory, J., Der germanische Himmelsgott. 426.

Kielhorn, F., Râmkṛishṇa Gopâl Bhâṇḍârkar's Glückwunsch zum Jubiläum der Universität Göttingen. 13.
— — The Initial Point of the Chêdi Era. 31.
Klein, Felix, Ueber irrationale Covarianten. 191.
Klein, Karl, zum auswärtigen Mitglied gewählt. 467.
von Koenen, A., Ueber den gegenwärtigen Stand der geologischen Aufnahme der Umgebung von Göttingen. 9.
— — Ueber neuere Aufschlüsse im Diluvium bei Göttingen. 253.

de Lagarde, P., Eine vergessene Handschrift des sogenannten Fragmententargums. 1.
— — Wie man Hebräisch versteht. 3.
— — Die neuen syrischen Typen des Hauses Drugulin. 375.
Liebisch, Th., Ueber eine Vorrichtung zur Beobachtung der äußeren konischen Refraction unter dem Mikroskop. 124.
— — Ueber das Minimum der Ablenkung durch Prismen optisch zweiaxiger Krystalle. 197.
— — Ueber Absorptionsbüschel pleochroitischer Krystalle. 202.

Maschke, H., Ueber eine quaternäre Gruppe von 51840 liniaren Substitutionen, welche die ternäre Hesse'sche Gruppe als Untergruppe enthält. 78.
Meyer, Franz, Ueber Discriminanten und Resultanten von Singularitätengleichungen. 74.
Meyer, Hugo, Zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit schlecht leitender fester Körper nach absolutem calorimetrischem Maasse. 41.
Meyer, Victor und K. Auwers, Untersuchungen über die zweite van t'Hoff'sche Hypothese. 87.
— — und H. Biltz, Ueber Siedepunkt und Moleculargröße des Zinnchlorürs, und über gleichzeitige Dampfdichte- und Temperaturbestimmungen. 19.

Newcomb, S., zum Correspondenten erwählt. 468.

Pertsch, W., zum Correspondenten erwählt. 468.
Preisstiftungen:
Beneke'sche philosophische Preisstiftung. 132.
Preisaufgaben der Gesellschaft der Wissenschaften. 463.
Petsche-Labarre'sche Stiftung.
Medicinische Facultät. 171.
Philosophische Facultät. 221.
Preisaufgaben der Wedekind'schen Preisstiftung für deutsche Geschichte. 134.

vom Rath, G., auswärtiges Mitglied, gestorben. 467.
Ribbeck, O., zum Correspondenten erwählt. 468.
Riecke, E., Beiträge zur Hydrodynamik. 347.
Rodenberg, C., Ueber die während der Bewegung projectiv veränderlicher und starrer Systeme beschriebenen Curven und Flächen. 176.
Roscher, W., zum auswärtigen Mitglied erwählt. 467.

Sauppe, Bericht des beständigen Sekretärs der königl. Gesellschaft der Wissenschaften über das Jahr 1888. 459.
Schoenflies, A., Ueber reguläre Gebietstheilungen des Raumes. 223.
— — Beitrag zur Theorie der Krystallstructur. 483.
Schroeter, H., Ueber lineare Construktionen zur Herstellung der Configurationen n_3. 237.
Solms-Laubach, H., Graf zu, ordentliches Mitglied, zum auswärtigen Mitgliede erwählt. 468.
Sturm, R., Ueber die Zahl und Lage der singulären Punkte bei den Strahlencongruenzen zweiter Ordnung. 468.

Tegetmeier, F. — siehe Warburg, E.

Venske, O., Zur Theorie des Hallschen Phänomens. 313.
Verzeichnisse:
Eingegangene Druckschriften. 17. 29. 140. 172. 222. 257. 320. 344. 358. 386. 397. 458. 502.
Vorlesungen. 51. 259.
Vöchting, H., zum Correspondenten erwählt. 468.
Voigt, W., Bestimmung der Elasticitätsconstanten für Flußspath und Pyrit. 299.
— — Bestimmung der Elasticitätsconstanten von Steinsalz und Sylvin. 323.
— — Ueber adiabatische Elasticitätsconstanten. 359.

Warburg, E., und F. Tegetmeier, Ueber die elektrolytische Leitung des Bergkrystalls. 210.
Warming, E., zum Correspondenten erwählt. 468.
Wiedemann, G., zum auswärtigen Mitglied erwählt. 468.
Wieseler, F., Die bildlichen Darstellungen des jugendlichen und unbärtigen Aesculap. 143. Nachtrag dazu. 341.
— — Archäologische Mittheilungen. 413.

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

ROYAL COLLEGE OF SURGEONS OF ENGLAND
21 FEB 88
LIBRARY

25. Januar. **№ 1.** 1888.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 7. Januar.

de Lagarde legt einen Aufsatz vor: Wie man Hebräisch versteht.

Frensdorff: Beiträge zu den deutschen Rechtsbüchern und ihrer Geschichte. I.

von Koenen: Bericht über den gegenwärtigen Stand der geologischen Aufnahme der Umgebung von Göttingen.

Mittheilung aus einem Briefe des Herrn Dr. Donabaum vom Istituto Austriaco in Rom an Herrn Weiland über drei vaticanische Handschriften, welche Eberhard Windecks Sigismund enthalten sollten. Vgl. Nachr. 1887 S. 70.

Kielhorn legt das Gedicht des Herrn Dr. Bhâṇḍârkar, mit welchem er die Universität bei ihrem Iubiläum begrüßt hatte, mit seiner Uebersetzung aus dem Sanskrit ins Deutsche vor.

Eine vergessene Handschrift des sogenannten Fragmententargums.

Von

Paul de Lagarde.

Vorgetragen in der öffentlichen Sitzung der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften, am 3 December 1887.

StEuAssemani und IosSimAssemani (السمعاني = הַשִּׁמְעֹנִי) veröffentlichten in dem 1756 erschienenen Bibliothecae .... vaticanae catalogus 1 1, 400 eine Beschreibung der Handschrift Hebr. 440 des Vatican, und berichteten, in ihr finde sich eine Abschrift des von Wolf BH 2 1168 besprochenen sogenannten jerusalemischen

Targums zum Pentateuche. Der Codex sei alt, auf Pergament geschrieben, einst Regio-Alexandrinus, und habe einmal einem חנוך בן ברוך Wailliel gehört.

Auf diese Nachricht wies 1832 in seinem Buche über »die gottesdienstlichen Vorträge der Juden« 70 LZunz hin: den Zunz citierte 1884 in seinem Onkelos Herr ABerliner 2 123 nicht:

> Für das Fragmententargum sind wir bis jetzt einzig und allein auf die Handschrift der Vaticana, cod. 440[,] angewiesen, aus welcher, wie wir[80] uns durch Autopsie überzeugt halten[80], der erste Abdruck in der rabbinischen Bibel 1518 geflossen ist.

Ich habe in meinen Mittheilungen 2 165 zu diesen Sätzen des Herrn Berliner auf Assemani und Zunz verwiesen, und auch ein paar Worte über mein eigenes Interesse an diesem »Fragmententargum« gesagt.

Nichts gesagt habe ich darüber, daß mindestens seit BKennicotts 1780 in Oxford, 1783 durch PIBruns in Braunschweig erschienener dissertatio generalis in vetus testamentum hebraicum bekannt ist (der deutschen Ausgabe Seite 421), daß in der ersten Nürnberger (einst Solgerischen) Handschrift »post Deuteronomium datur etiam Targum Hierosolymitanum in Pentateuchum«.

Ich kannte diese Notiz seit meiner Studentenzeit: ich hatte 1877 den Codex während einer kurzen Anwesenheit in Nürnberg selbst angesehen, Kennicotts Angabe richtig befunden, und mir Notizen auch über andere mich interessierende Nürnberger Handschriften gemacht: aber da der Herr Abraham Berliner, »dessen Ansehen zur Zeit so groß ist« (meine Mittheilungen 2 285), in seinem Onkelos 2 251 diesen Codex unter denen aufzählt, die er »namentlich erwähnt«, also näher geprüft und vielleicht sogar »verglichen« hat, wurde ich an Kennicotts Gewährsmanne und meinen eignen Augen irre. Unmöglich konnte Herr Berliner 2 123 schreiben was ich oben ausgezogen habe, wenn dieser sein Hauptcodex (Onkelos 2 251) das enthielt, was ich — nach Aelteren — 1877 in ihm erblickt hatte. Ich erbat also — eher gieng es nicht an, da das Iubilaeum der Universität und drei Reisen mich hinderten — unter dem 28 October 1887 die Handschrift, die nach verschiedenen Zwischenbriefen am 22 November auf der hiesigen Bibliothek eintraf.

Diese Handschrift enthält in der That in ihrem zweiten Bande 119 bis 147 das »Fragmententargum« ganz ebenso, wie ich 1877 es gesehen hatte. Für denjenigen Leser, der Lateinisch versteht, genügt die mit Bleifeder auf 147 niedergelegte Bemerkung zur Orientierung:

Finis Targum Hierosolymitani, qui simul est finis versus ultimi Deuteronomii.

Der Text weicht, so weit ich ihn verglichen habe, was nur in nicht umfänglicher Weise geschehen ist, nicht wesentlich von der Princeps ab.

Von Herrn Berliner werden wir vielleicht nun eine »kleine Berichtigung« zu lesen bekommen. Möglich auch, daß in der Zeit vom 29 October bis zum 20 November 1887 einer der Freunde des Herrn Berliner diese Handschrift des »Fragmententargums« »entdeckt« hat. Geheim zu halten war ja auf der Nürnberger Bibliothek nicht, daß ein רַשַׁ den Codex erbeten hatte. Wir wollen abwarten.

Nachtrag zu meinen Mittheilungen 2 387.

Zu den auf der angegebenen Seite erbetenen Verbesserungen ersuche ich hinzuzufügen:

345, 28 *streiche* da *bis* gewesen.

Wie man Hebräisch versteht.

Vorgetragen in der am 7 Januar 1888 abgehaltenen Sitzung der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften.

In meinen Orientalia 2 1 ff. habe ich über die Schwierigkeiten gesprochen, die sich dem Lexikographen der hebräischen Sprache entgegenthürmen. In meinen Mittheilungen 1 213/214 habe ich an einem Beispiele gezeigt, wie unsicher die sogenannte Ueberlieferung über den Sinn hebräischer Vokabeln ist. In Folge dieser meiner Einsichten habe ich dann in meinen Mittheilungen 2 130 eine nur zur Controlle der von Zunz gemachten Uebersetzungen angefertigte Uebertragung einiger Gedichte des hebräischen Mittelalters »von der Vollkommenheit weit entfernt« genannt, und ebenda 138 geschrieben »Daß die auf מה endigenden Hauptwörter immer genau im Sinne des Dichters übertragen worden sind, verbürge ich nicht«. Gleichwohl war nöthig, einige Monate danach die in den Mittheilungen 2 276/277 stehenden Sätze zu schreiben.

Um der Sache willen ist erwünscht, an den Uebersetzungen, die drei jüdische Gelehrte von Einem und demselben Gedichte geliefert haben, nachzuweisen, wie sehr ernst meine Warnungen und Vorbehalte zu nehmen sind. Die Personen jener Gelehrten sind mir so unbekannt wie gleichgültig.

Samuel hanNaGîDs von mir gleich abzudruckendes Gedicht hat ECarmoly 1850 in dem Literaturblatte des Orients 489 herausgegeben: dies Literaturblatt ist mir unzugänglich: ich bin auf die »Jubelschrift zum siebzigsten Geburtstage des Prof. Dr. H[irsch] Graetz« 116 als Quelle angewiesen. Carmoly bezog das Gedicht auf »ein stammelndes Mädchen«. 1867 übersetzte AGeiger das Gedicht in seinem Buche »Salomo Gabirol und seine Dichtungen« 80, bezog es auf Avicebron, den bekannten, von SMunk neu entdeckten »Scholastiker«, und bemerkte »wenn dieser hier als Stotterer verspottet wird, so muß das nicht auf einen wirklichen Naturfehler bezogen werden, sondern es soll seine Ausdrucksweise als unbeholfen und dunkel, daher zweideutig, tadeln«.

1877 übertrug SIKaempf das Gedicht in dem Buche »das Hohelied« 56: ich entnehme seine Dolmetschung jener »Jubelschrift« 120. Er schreibt darüber »die stammelnde Geliebte«.

1887 theilte Herr Egers in jener »Jubelschrift« 125/126 seine eigene »Uebersetzung« des Gedichts mit, dem er den Titel »die stammelnde Geliebte« gab.

Ehe ich das »Gedicht« und dessen Uebersetzungen wiederhole, sind folgende Erläuterungen nöthig:

צְבִי = ظبي = ܛܒܝ[1]) nach Ⓖ *δορκάς δόρκων δορκάδιον*, was durch Act. 9,36 bestätigt wird: *Ταβιθά* [noch mit altem Vokalstande], *ἡ διερμηνευομένη λέγεται Δορκάς*. Wer Estiennes Thesaurus 2 1640 nachschlägt, wird erfahren, daß für die Griechen *δορκάς* die wilde Ziege ist. Aelian *ιδ* 14 seiner Naturgeschichte handelt von *λιβυστῖναι δορκάδες*, Xenophon Anabasis *α* 5, 2 sah *δορκάδες* in Mesopotamien. Ausführlich SBochart Hierozoicon 1 *γ* 25. Auf Damîrîs Artikel ظبي 2 123 zurückzugreifen ist nicht nöthig, da EWLane 1908 zu dem Erweise genügt, daß ظبي für die Araber غزال = Gazelle ist: gazella dorcas = antilope dorcas, ein Thier, dessen Weibchen عنز, also עֵז, also Ziege, genannt wird. Reh ist mithin falsch: Reh ist יַחְמוּר يحمور ⸗ ⸗, meine Mittheilungen 2 251.

עִלֵּג ist in dem vorliegenden Gedichte wer für den Consonanten ר den Consonanten ג spricht: die Uebersetzung »stammelnd« ist mithin falsch. Wann Alcibiades *κόλαξ* für *κόραξ* sagte, »stammelte« er nicht. עִלֵּג im Codex nur Einmal: Isaias 32,4 = *ψελλίζων* Ⓖ = ⸗ Ⓢ. Der Zusammenhang der Stelle ergibt klar was עִלֵּג

1) Angesetzt nach Analogie von ⸗ in ⸗. Der Plural טבאים beweist nichts für eine Grundform טבא, da א zwischen zwei Vokalen schon in alter Zeit y gesprochen wurde. Vergleiche meine Bemerkungen über das aus א in dessen beiden syrischen Formen entstandene ⸗ der Armenier, Mittheilungen 1 155.

(wenn anders die Lesart richtig) hieß. לְשׁוֹן עִלְּגִים תְּמַהֵר לְדַבֵּר צַחוֹת = 𝔗 לישנהון דהוה בלים יחי למללא בצחצחן: man erwäge عجيج »tadelfrei«. HKiepert hat (mit ERoedigers Hülfe) am 14 Januar 1861 SBAW 128 129 *Λέλεγες* mit לעג usw. zusammengebracht — עִלֵּג nennt er nicht —, da die Leleger »im Munde semitisch redender Völker einfach Barbaren, d. i. Nichtsemiten« sind. Er irrt. Was *ψελλίζεσθαι* ist, lehrt kein Geringerer als Aristoteles 660, 25 *ὅσοις μὴ λίαν ἀπολέλυται ἡ γλῶττα, ψελλίζονται ... καὶ τραυλίζουσι· τοῦτο δ' ἐστὶν ἔνδεια τῶν γραμμάτων.* Kinder haben noch nicht alle Consonanten, da ihnen, weil die Zähne, die Zahnlaute fehlen: wer wie zahnlose oder ungeübte Kinder spricht, *ψελλίζεται* und *τραυλίζει*. Wenn die Araber einen NichtAraber علج nennen, so ist mir noch nicht ausgemacht, daß dies علج mit jenem עִלֵּג zusammengehört: gehört es mit ihm zusammen, so würde ich عجم wie علج auf die zwischen Aramäern, Hebräern, Arabern trennende Lautverschiebung[1]) beziehen: שׁוֹר ثور oder זָהָב ذهب erlaubten dem Einen Stamme den andern als לַעַג oder עִלֵּג zu bezeichnen: erst später, als Semiten mit NichtSemiten zu verkehren anfiengen, werden die Ausdrücke auf radicale Sprachverschiedenheit angewandt worden sein. Man überlege die bekannten حروف المعجم, und erinnere sich an Fulgence Fresnels ergötzliche Schilderung der Königin von Saba, welche gewisse Consonanten dadurch in drei Klassen theilte, daß sie die holde Zunge bald hier, bald da auf die Lippen schob.

Das Bewußtsein über das Dasein einer Lautverschiebung, das in עלג und לעג vorzuliegen scheint, stände dem Bewußtsein über die اضداد parallel, aus dem ich Orientalia 2 18 19 die Sage von der Sprachenverwirrung in Babylon erklärt habe, eine Erklärung, die für den Herrn Akademiker ADillmann wie für den Herrn geheimen Kirchenrath FzDelitzsch nicht vorhanden ist. Uebrigens wie بسمل von باسم الله usw, können עלג und לעג von ע und ג herkommen: wie Georg IV von England sagte I K. Hed him = I made him a K[night of] H[anover], so kann עלג und לעג bedeuten er verwechselte ע und ג, oder ל und ג. Denn Balduin ist bei Usâma بغدوين: λ = ղ [so, trotz der Tagesgrößen] und g (der russische General Tergukassow ist der Sohn eines armenischen Priesters [մեծ] Lucas): vergleiche über das doppelte ר Dérenbourg

1) Zur Sache vergleiche auch JDérenbourg manuel du lecteur 197: Les dialectes sémitiques congénères exerçaient bien plus aisément une influence funeste sur la pureté de la prononciation hébraïque: ils ne détruisaient pas le fonds commun à tous, mais ils effaçaient les nuances propres à l'un deux . . . . . Un Hollandais éprouve certaines difficultés pour la prononciation de l'allemand, et vice versa, qu'une personne étrangère à la race germanique ne rencontre pas.

manuel du lecteur 151 188 189, über das doppelte ל Michael Bar Tatar bei PMartin JAP 1872 1 376, und Saadia bei Dérenbourg manuel 207 = JAP 1870 2 515: JAP 1872 1 446 über ﻝ in ﷺ.

עֹפֶר ℭ *νεβρός*, Aquila einmal *πῶλος*, Cant. 2, 9 17 8, 14 vom Jungen des Hirsches: אַיָּל ℭ ἐιογλ PdeLagarde Mittheilungen 1 105 109 ist unweigerlich Hirsch. Cant. 7, 5 שְׁנֵי עֳפָרִים תְּאֹמֵי צְבִיָּה. Also das Wort darf auch vom Gazellenjungen gebraucht werden. Das genau entsprechende غفر ist nach Lane 2273 the young of the mountain-goat: zu ġifr schreibt Lane 2274 the young of the cow [probably meaning of the bovine antelope called the wild cow].

תּוֹר ist im Pentateuche der Name eines opferbaren Vogels. Der Mosaismus kennt als opferbar nur gezähmte Thiere, folglich kann ein Zugvogel nicht opferbar sein. In der in meinem Psalterium Hieronymi 165 emendierten Stelle Psalm 74, 19 ist תור sogar das Symbol Israels, das erst nachdem es das Evangelium verworfen hat, in das semitische Nomadenthum seiner Ahnen zurückgesunken ist. Daraus folgt, daß תור bei Ieremias 8, 7 eine falsche Lesart sein muß, oder תור im Pentateuche nicht *τρυγών* ist: was SBochart hierozoicon 2 *α* 9 gesammelt hat, kenne ich.

סִיס ist nicht bei Isa. 38, 14 wohl aber bei Ierem. 8, 7 die Randlesart für סוס des Textes: öfter als in den genannten zwei Stellen kommt סוס als Name eines Vogels nicht vor. SBochart behandelte das Wort im Hierozoicon 2 *α* 10. ℭ beide Male *χελιδών*: 𝔗 bei Isaias סוס, bei Ieremias der Folge der Worte in 𝔐 gemäß כורכי, in Wahrheit wohl (mit Artikel) סנונית: siehe nachher das Citat aus Abûlwalîd. 𝔖 beide Male (mit Artikel) ܣܢܘܢܝܬܐ. سنونو, Einheitsform sunûnuwat und sunûniyat, verzeichnet Freytag 2 368[1]: das Wort ist durch den von Bochart beigezogenen Damîrî sicher, den man in dem Bûlâqer Drucke 2 45 einsehen wolle — unter Vergleichung von Qazwînîs âgâîb, die Damîrî citiert, falls man die Stelle findet (unter خطاف 2 411 steht in Wüstenfelds Ausgabe nichts, und einen eignen Artikel سنونو sehe ich nicht: Register hat Wüstenfelds Druck nicht). Elias § 18, 2 = 44/45 meiner Praetermissa ﻟﻠﺨﻄﺎﻑ ﺳﻨﺴﻨﻮ: ECastle führt 2567 für سنونو = hirundo domestica auch Baruch 6, 21 an, was in den landläufigen Drucken Brief des Ieremias 21 heißt. Damîrî kennt auch ein, von ihm verurtheiltes, صنونو. Aber *AκΣΘ* weichen schon ab: Hieronymus zu Isaias 4 473 pro pullo hirundinis sive hirundine (ut LXX transtulerunt) in Hebraico scriptum est sus agor, quod interpretatus est Aquila equus Agor, Theodotio sis [siehe oben] agur (media enim vocalis litera vau, si ponatur inter duas samech, legitur sus, et appellatur equus: si iod, legitur sis, et hirundo dicitur), Sym-

machus autem ita transtulit: sicut hirundo inclusa sic cantabo. Derselbe zu Ieremias 4 900 pro hirundine Symmachus cicadam transtulit, quae hebraice dicitur sis. Das heißt Aquila und Theodotion wußten über סוס = סיס nichts. Da Symmachus bei Ieremias 8, 14 סוס וְעָגוּר *τέττιξ καὶ ἀγούρ* überträgt, ist vorläufig das sicherste, zu sagen, auch Symmachus habe über סוס nichts gewußt: er hätte ja sonst nicht hier *χελιδών*, dort *τέττιξ* übertragen. Im Mittelalter übersetzt Yiṣḥâqî zu der Stelle des Isaias סנוניתא Ts durch ארונדילא, was natürlich irgend welche Nebenform von hirondelle ist. Abûlwalîd 477, 9 כסוס עגור وقد قلب هذا الواو يا وحور وסיס وهو الكركى وكذلك قال فيه الترجوم ושפנינא וכורכיא. Also Kranich.

Ueber שׁוּשָׁן lese man meine Mittheilungen 2 15—21, die ich hier nicht ausschreiben mag.

Es mag sich jeder Leser selbst die Fragen beantworten:

1. was ist das nun abzudruckende Gedicht werth?
2. wie viel Verlaß ist auf die drei jüdischen Uebersetzer dieses Gedichts?
3. wie viel Verlaß ist auf die Deutungen der seltner vorkommenden hebräischen Vokabeln, die es enthält?

Urschrift:

אַיֵּה צְבִי עֹלֵג וְאָנֵּה פָנָה — עִפֶּר מְקֻטָּר מֻר־וְרוּר וּלְבוֹנָה
כִּסְּתָה לְבָנָה אֶת־מְאוֹר כּוֹכָבִים — הוֹד יַעֲלָת כְּסָה מְאוֹר הַלְּבָנָה
צִפְצֵף בִּלְשׁוֹן רַךְ וְהַשְׁעֵן עַל — שֵׁם פֶּה לְתוֹר וּלְסִיס בְּעֵת בְּאָנָה
בְּקֵשׁ לְדַבֵּר רַע וְאָמַר לִי גַּע — גִּשְׁתִּי אֲנִי כַּאֲשֶׁר לְשׁוֹנוֹ עָנָה
חָפֵץ אֱמוֹר סוּרָה וְאָמַר סוּגָה — חַשְׁתִּי אֲלַי סוּגָה כְּמוֹ שׁוּשַׁנָּה

AGeiger:

1 Wo ist denn hin Freund Stammler ohne Gleichen,
Voll Würz' und Blüthenduft aus allen Reichen?
Des Mondes Licht verdeckt der Sterne Schimmern,
Vor seinem Glanz muß Mondesstrahl erbleichen.
5 Er piept und girrt so zärtlich, denkt, wer Vögeln
Die Töne leiht, werd' ihm auch Wohllaut reichen.
Er stottert »Bestie«, klingt mir's wie: [»]mein Bester[«]!
Ich eile, freundlich ihm die Hand zu reichen.
Er stammelt »Wär' er fort«, wie [»]Wehr und Hort[«] klingt's,
10 Ich Thor betrachte es als Liebeszeichen.

SIKaempf:

Wo ist mein stammelnd Reh? an welcher Stelle
Weilt meine lieblich duftende Gazelle?
»Wenn† deckt der Sterne Licht den† Mondesstrahl,
Dann komm'†, Geliebter!« — mir ihr Mund befahl.
Und als die Sterne deckte Mondesschein,
Da fand ich mich an Ort und Stelle ein.
Wer lispelt da? sie ist's! ihr süßer Schall[:]
Sie baut auf ihn, der schuf die Nachtigall.
»O weil'†!« will rufen sie, doch »eil!« entfährt —
Ich eile auf sie zu, wie ich gehört.
Da will sie sprechen: »weich†!«[,] doch hör' ich »reich«†[:]
Ich reich'† den Arm ihr, küssend sie zugleich.

Egers:

Wo ist mein stammelnd Lieb?
Wo sie, die würz'ge, blieb?
Verdunkelt der Mond der Sterne Licht,
Ueberstrahlt den Mond ihr Angesicht!
Wie Schwalbe, wie Kranich, die
Bei ihrer Ankunft girren,
Vertraut auf ihren Gott auch sie
In ihrer Zunge Irren.

Mir schmollend rief sie: »Erzdieb«[,]
Hervor doch haucht sie »Herzdieb« —
Hinspringe ich zum Herzlieb.
»Ehrloser!« statt zu wehren,
»Her Loser!« läßt sie hören;
Nur rascher dem Begehren
Folgt' ich, mit ihr zu kosen,
Die lieblich ist wie Rosen.

PdeLagarde:

[*Der Er ist eine Sie: man lese Egers.*]

Wo ist das Buchstaben verwechselnde Gazellenmännchen, und wohin hat sich gewandt
das von frei ausfließender Myrrhe und Weihrauch durchduftete Gazellenjunge?
Es hat der Mond [das] Sternenlicht bedeckt:
Der Liebste steigt herauf, der hat das Mondenlicht bedeckt.
Er zirpte mit zarter Zunge, und stützte sich auf

denjenigen, der Turteltauben und Schwalben zu der Zeit ihres Anlangens [1])
einen Mund verleiht.
Er suchte Ra zu sprechen [Böser], und sagte zu mir Ga [nahe dich]:
Ich nahte, wie seine Zunge angedeutet hatte.
Es beliebte ihm Sura zu sagen [Weiche], und er sagte Suga [Hecke];
ich eilte zu einer Hecke wie zu einer Lilie [2]).

Ueber den gegenwärtigen Stand der geologischen Aufnahme der Umgebung von Göttingen.

Von **A. von Koenen.**

Als ich es vor bald 7 Jahren unternahm, die geologische Karte der Umgegend von Göttingen aufzunehmen, war ich durch frühere Untersuchungen ähnlicher Verhältnisse in Hessen und in der nördlichen Rhön in Stand gesetzt, mich hier schnell zu orientiren, und in einer kurzen Mittheilung in den Nachrichten der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften konnte ich schon am 6ten Mai 1882 eine Uebersicht des geologischen Baues und des Verhaltens der wichtigsten Dislokationen geben.

Bei der Fortsetzung der Aufnahme gewann ich aber eine Anzahl höherer Gesichtspunkte, welche mich veranlaßten, die wesentlichen Strukturlinien auf größere Entfernungen hin zu untersuchen, nach Norden bis Kreiensen und Elze, nach Süden bis Eichenberg und Münden, also das ganze westliche und südwestliche Vorland des Harzes. Die Resultate dieser Untersuchungen wurden zum Theil in verschiedenen Aufsätzen in den 4 Bänden des Jahrbuch's der Königl. Preußischen Geologischen Landes-Anstalt zu Berlin für 1883 bis 1886 veröffentlicht, und führten mich zu Anschauungen „über die Störungen, welche den Gebirgsbau im nordwestlichen und westlichen Deutschland bedingen", welche ich in der Sitzung der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften am 5ten December 1885 vorlegte.

Im vergangenen Jahre habe ich nun, obwohl das Frühjahr für solche Arbeiten ungünstig war, und auch im Oktober die Witterung für solche Arbeiten wenig förderlich war, doch den größten Theil von Blatt Göttingen im Wesentlichen vollenden können,

---

1) Ierem. 8, 7.

2) Cant. 7, 3. Schwerlich übersetze ich סוגה der Deutung dieses »Dichters« gemäß.

so daß nur nördlich der Lutter und östlich der Leine noch umfassendere Detail-Studien erforderlich sind, die aber voraussichtlich im laufenden Jahre abgeschlossen werden können. Auf dem östlich anstoßenden Blatte Waake wurde auf meinen Wunsch Hr. Dr. Ebert von der königl. geologischen Landesanstalt beauftragt, die einförmigeren Buntsandstein-Gebiete östlich von Waake zu kartiren, und ist dies im Wesentlichen beendigt. Den westlichen Theil des Blattes, die Plesse-Forst, den Göttinger Wald, die Lengdener Burg etc. habe ich aber auch in den Umrissen fertig, so daß dieses Gebiet wohl auch spätestens im Jahre 1889 fertiggestellt werden kann. Hoffentlich ist dann die Verkoppelung auch der letzten Gemarkungen auf diesem Blatte beendigt.

Die Arbeiten des vergangenen Jahres haben mir aber noch eine Reihe klarer, direkter Beweise geliefert für früher ausgesprochene Ansichten; so ist bei Herberhausen besonders schön zu erkennen, daß die südost-nordwestlich verlaufenden Störungen und Bruchlinien älter sind, als die südnördlich oder häufiger südsüdwest-nordnordöstlich verlaufenden, indem sie durch letztere noch selbst dislocirt werden.

Ferner zeigte ein Steinbruch am Südufer des Lutter-Thales, östlich vom „Papenberg", im letzten Herbst ein ausgezeichnetes Profil einer Mulden- und Sattelbildung in kleinem Maßstabe, aber, wie ich dies zur Erklärung gewisser Erscheinungen mehr als Hypothese vor 2 Jahren ausgeführt hatte, mit Spalten sowohl in der Sattel- als auch in der Mulden-Linie, und in der Letzteren waren oben die Schichten stark gestaucht, nach unten aber unterbrochen; die Spalte öffnete sich nach unten und war theilweise mit Gesteinsbrocken ausgefüllt, welche von den Seiten hineingefallen waren.

Ein solches Divergiren von Muldenspalten nach unten hat übrigens inzwischen auch Andreae in Heidelberg in neuester Zeit in Betracht gezogen; er hat gefunden, daß auch am Rande des Rheinthales Spalten nicht nach dem Thal zu, sondern nach dem Berg zu einfallen, wie ich dies für unsere Gegend und generell für Muldenspalten in Anspruch genommen hatte.

Daß übrigens die Nord-Süd-Störungen jünger sind als die Südost-Nordwest-Störungen, hat in letzter Zeit auch Dr. Pröschold in der Gegend von Meiningen bestätigt gefunden, und Nathorst in Stockholm hat im letzten Frühjahre das Gleiche im südlichen Schweden, in Schonen, nachgewiesen (Geol. Fören. i Stockholm förh. No. 107), so daß auch diese Beobachtung für größere Gebiete Geltung hat und voraussichtlich noch weiter finden wird, wie ich ja schon früher gezeigt habe, daß Störungen

und Spaltenzüge sich in der Richtung von Südsüdwest nach Nordnordosten vom Mittelmeere durch das Rhonethal, durch das Rheinthal und Leinethal mindestens bis Hildesheim verfolgen lassen, und in der Richtung von Nordwesten nach Südosten von Osnabrück einerseits bis Linz und andrerseits am ganzen nördlichen Harzrande entlang, vermuthlich dann aber weiter längs des Riesengebirges und im Zusammenhange mit den von Karpinski bis an das Kaspische Meer verlaufenden Störungen.

Zu der Preisaufgabe der Wedekindschen Preisstiftung: Eberhard Windeck.

Von **J. Donabaum.**

Der Verwaltungsrath der Wedekindschen Preisstiftung für Deutsche Geschichte hat dem in den Nachrichten 1887, S. 70 gegebenen Versprechen gemäß die drei im Archiv III, 429 aufgeführten Vaticanischen Handschriften untersuchen lassen, eine Arbeit, der sich mit dankenswerther Zuvorkommenheit Herr Dr. J. Donabaum am Istituto Austriaco in Rom unterzogen hat. Er constatirte, daß keine der drei Handschriften überhaupt die Schrift des Eberhard Windeck enthält. Es erscheint angemessen, die von Herrn Dr. Donabaum eingesandte Beschreibung der Handschriften der Wissenschaft nicht vorzuenthalten.

Cod. Vatic. 4905.

f. 1. Tractatus editus super potestate universalis ecclesie . . . . . per . . Ludouicum Pontanum sedis apostolice prothonotarium pronuntiatus per ipsum in generali congregatione . . . . Basiliensis concilii. Dixerit forte quisquam Romani pontificis auctoritas u. s. w.

f. 16′. Sermo compositus . . . . per . . Ludouicum Pontanum in conspectu ducis Sabaudie. In nomine dei omnipotentis amen. Cognouit religiosissime ac illustrissime princeps.

f. 23′. Parvus alius tractatus ad . . . . ducem Sabaudie per dominum Ludouicum Pontanum. Illustrissime ac religiosissime princeps. Sancta uniuersalis ecclesia u. s. w.

f. 35. Incipit tractatus intitulatus de ecclesiastica potestate editus a . . . . cardinali Cameracensi . . . in concilio Constanciensi anno domini 1416 (10. Oct.) Christi nomine invocato cui data est u. s. w.

f. 67. Reformamini in novitate sensus (Tractat) — Schluß: Datum Basilee anno 1434.

f. 97. Cum nuper varias multasque turbationes ecclesiae —. Tractat aus der Zeit Eugen IV.

f. 147. In nomine sancte et indiuidue trinitatis amen. Anno dominice incarnat. 1294 ind. octava. Ego Benedictus Caitanus. Wahlurkunde sammt Glosse.

f. 149′. Wahlurkunde der Cardinäle. Im Conclave für Peter de Luna.

f. 150′. Ut veritas que vincit et invalescit u. s. w. Tractat über die Rechtmäßigkeit Urbans.

f. 175. Rede: Notastis teneo superiori die pro vestra sapientia u. s. w. Explicit responsio facta per magistrum Johannem de Turre Cremata . . . . anno 1439.

f. 225. Sermo factus per Cancellarium Parisiensem a. d. 1421 super processibus pro magistro Prospero Regis Romanorum ad Petrum de Luna . . . . Prosperum iter faciet nobis deus u. s. w. Schluß: Scriptum Basilee 1433.

f. 234. Tractatus vicarii Bitterrensis sacrosancte generali sinodo. Orthodoxe ac serenissime rex u. s. w.

f. 291. Contra impugnantes responsum serenissimi domini Eugenii pape IV. Scrutati sunt Basilien. iniquitates supra concilium generale u. s. w.

f. 309. De potestate pape contra errores. Reverendo patri et domino domino Nicolao episcopo Racanatensi u. s. w. Ist von Antonius de Carrario.

Cod. Vatic. 5196.

Concilium Thomasii Veneti pro . . . . Andrea Donato et Hieronimo Contareno oratoribus delegatis ad serenissimum imperatorem Sigismundum in Panoniam . . . . iter egentibus. Sind Gesundheitsregeln für dieselben.

Cod. Vatic. 5887.

Ist schon von Palacky (Ital. Reise) untersucht. Enthält Aeneas Sylvius de viris illustribus. Daraus Vita Sigismundi imperatoris, von Palacky l. c. publiciert.

Râmkṛishṇa Gopâl Bhâṇḍârkar's Glückwunsch zum Jubiläum der Universität Göttingen

mitgetheilt von

F. Kielhorn.

[Mit einem Verzeichnisse der von R. G. Bhâṇḍârkar und F. Kielhorn der Königlichen Bibliothek geschenkten Sanskṛit MSS.]

गोत्राङ्गणास्थबुधपरिषदः प्रशस्तिः ।

स्रग्धरा ।

प्राच्यानार्यान्समन्तात्कलिमलकलुषान्क्षीणसत्त्वान्विलोक्य
त्रस्तागाच्छ्रीः शरण्यान्सकलगुणनिधीन्भारती च प्रतीच्यान् ।
एकाङ्ग्लानां प्रदेशं स्ववसतिमकरोत्पौरुषोत्साहभाजां
ज्ञाने बद्धस्पृहाणां प्रगुणमतिजुषां शार्मणानां तथान्या ॥ १ ॥

शार्दूलविक्रीडितम् ।

तत्त्वान्वेषणतत्पराः परिषदो बह्व्यो बुधानामिह
सत्रं दीर्घमशेषमानुषमतिधान्तद्धयायासते ।
तासामन्यतमा दिगन्तरलसत्कीर्तिस्त्वयाधिष्ठिता
सार्धं वर्षशतं प्रभो विजयते विद्योतयन्ती महीम् ॥ २ ॥

उपजातिः ।

गोत्राङ्गणस्था परिषद्वरेयं न कस्य वन्द्या भुवि मानवस्य ।
यस्मिंस्तथान्ये प्रतिभाप्रगल्भा यत्रर्षिकल्पा गुरवो बभूवुः ॥ ३ ॥

वसन्ततिलका ।

पञ्चाशदुत्तरशतं शरदः पिबन्ती
ज्ञानामृतं जनमथापि च पाययन्ती ।
संतन्वती सकललोकमकोपकारं
दिष्ट्या विवर्धत इयं समितिः कवीनाम् ॥ ४ ॥

शिखरिणी ।

यथापां सर्वासां जलनिधिरसावेकमयनं
तथेयं विद्यानां निखिलविषयाणां बुधसभा ।
यतोस्यां सा भाषा भुवि न विदिता शास्त्रमपि त-
त्प्रवक्तारो यस्य प्रथितमहिमानो न सुधियः ॥ ५ ॥

गीतिः ।

चण्डांशोरधिकाराद्भवतां श्रेयान्विभाति मे नियतम् ।
अपनुदति भौतिकमसौ यूयं त्वाध्यात्मिकं तमो जगतः ॥ ६ ॥

स्वागता ।

ज्ञानराशिगुरुकोविदशिष्या वर्धमानविभवेयमुदात्ता ।
धुन्वती युगसहस्रमवद्यं नन्दतु स्वगुणनन्दितलोका ॥ ७ ॥

आर्या ।

पद्मसुमनोञ्जलिमिमं मूर्ध्न्यध्यक्षस्य राजसिंहस्य ।
आचार्याणां च तथा सार्धशताब्द्युत्सवे रम्ये ॥ ८ ॥
प्रक्ष्वीभूय न्यस्यति सभाजितस्तैः सदः प्रवेश्य स्वम् ।
कौशिकगोत्रोत्पन्नः प्राच्यार्यो रामकृष्णोयम् ॥ ९ ॥ युग्मम् ।

Als Çrî und Bhâratî, die Göttinnen des Glücks und der Gelehrsamkeit sahen, daß die Arier des Ostens rings vom Schmutze des eisernen Zeitalters befleckt waren und daß ihre Kraft geschwunden war, da gingen sie, erschrocken, Schutz zu suchen bei den Männern des Westens, den Besitzern jeglicher Vorzüge. Die Eine erkor sich zum Wohnsitze das Land der Engländer, denen Manneskraft und Energie eigen ist, die Andere das Land der Deutschen, die sich vorzüglichen Verstandes erfreuen und Gefallen finden am Wissen.

Hier widmen sich viele Vereine von Gelehrten, bestrebt die Wahrheit zu suchen, stets dem heiligen Werke, alle Finsterniss des Menschengeistes zu verscheuchen. Einem unter ihnen, dessen Ruhm in die Fremde strahlt, der 150 Jahre die Erde erleuchtet, dem Du vorstehst, o Fürst, ihm gilt mein Hoch!

Für wen auf Erden ist die hehre Universität Göttingen nicht ein Gegenstand der Verehrung, wo Grimm und andere, den Sehern gleiche Männer, reich an Geist, als Lehrer wirkten?

Heil dieser Versammlung von Weisen, die 150 Jahre des Wissens Nectar trinkt und Anderen darreicht, der ganzen Welt einen großen Dienst erweisend!

Wie das Meer das eine Ziel aller Wasser, so ist diese gelehrte Körperschaft der Sammelplatz des Wissens auf allen Gebieten; denn keine Sprache giebt es auf der Erde und keine Wissenschaft, für die bei ihr nicht kluge weitberühmte Lehrer zu finden wären.

Besser fürwahr erscheint mir Euer Werk als das der Sonne; sie vertreibt die natürliche, Ihr aber die geistige Finsterniss der Welt.

Möge dieser edle Verein, mit wissensreichen Lehrern und begabten Schülern, in stets wachsender Kraft, alle Unvollkommenheit abschüttelnd, tausend Weltalter Freude erleben, mit seinen Vorzügen die Welt erfreuend!

Zur schönen 150jährigen Jubelfeier legt demüthig diese Verse, wie eine Handvoll Blumen, auf die Häupter des Rectors, des löwengleichen Prinzen, und der Lehrer, die ihm die Doctorwürde verliehen haben, ein Arier des Ostens, Râmakṛishṇa, entsprossen dem Geschlechte Kuçika's.

Zusammen mit obigem Glückwunsche übersandte Professor Bhâṇḍârkar für die Königliche Bibliothek folgende Manuscripte:

1. Samavâyâṅgasûtra, 45 Blätter.
2. Samavâyâṅgasûtra-ṭîkâ des Abhayadeva, 120 Bl.
3. Jñâtâdharmakathâ, 103 Bl.
4. Jnâtâdharmakathâ-ṭîkâ des Abhayadeva, 99 Bl.
5. Uttarâdhyayanasûtrakathâḥ, in Sanskṛit übersetzt von Padmasâgaragaṇi, 156 Bl.
6. Saṁgrahaṇîsûtra, 10 Bl.
7. Bṛihatsaṁgrahaṇîr des Jinabhadragaṇi-Kshamâçramaṇa, mit Commentar des Malayagiri, 139 Bl.
8. Kalpasûtra, mit Commentar des Jayavijaya, Bl. 2-152.
9. Bhaktâmarastavaṭîka des Guṇâkara, 24 Bl.
10. Âchârâṅgasûtra mit Niryukti, 67 Bl.
11. Vâgbhaṭâlaṁkâra, 7 Bl.
12. Vâgbhaṭâlaṁkâra, mit Commentar, Bl. 5—14.
13. Sârasvata-siddhântachandrikâ des Râmachandrâçrama, 81 Bl.
14. Mahâbhâshya mit Kaiyaṭa's Commentar von P. VII, 1, 1—VII, 4, 47; 87 Bl.

Folgendes ist eine alphabetische Liste der von mir selbst der Königlichen Bibliothek übergebenen Manuscripte:

1. Agnichayanaprayoga, Baudhâyana, 94 Blätter, Çake 1724.
2. Agnishṭomaprayoga, 96 Bl., Çake 1710.
3. Advaitakâlânala, 55 Bl.
4. Âdhânaprayoga, 83 Bl., Çake 1705.
5. Âçvalâyanaçrautasûtra, 76 Bl., Çake 1694.
6. Uttararâmacharita, 32 Bl.
7. Uttararâmacharita, 30 Bl.
8. Kathâlakshaṇa des Ânandatîrtha, 29 Bl.
9. Karmanirṇaya des Ânandatîrtha, 22 Bl.
10. Kâvyaprakâça, 77 Bl., Samvat 1841.
11. Kumârasaṁhitâ, 25 Bl.
12. Tattvoddyotavivaraṇa des Jayatîrthabhikshu, 95 Bl., Çake 1744.
13. Taittirîyakavârttika, 42 Bl.
14. Taittirîyakavârttikaṭîkâ, 64 Bl.
15. Nâradapañcharâtra, 342 Bl.
16. Naishadhacharita, Bl. 1—14 und 9—135, Çake 1678.
17. Naishadhîya mit Commentar des Nârâyaṇa Paṇḍita; Sarga IV—VI, Bl. 172—312; X-XI, Bl. 467—559; XIII, Bl. 1—40; XV, Bl. 1—40; XVI, Bl. 1-53; XVII, Bl. 1—85; XVIII,

Bl. 1—61; XIX, Bl. 1—43; XX, Bl. 1—49; XXI, Bl. 1—85, XXII, Bl. 1—75.

18. Paçubandhaprayoga, 21 Bl., Çake 1710.
19. Prabodhachandrodaya, 40 Bl., Saṁvat 1757.
20. Prayogaratna des Narasiṁha, 42 Bl.
21. Bhartṛihari's Nîti- und Çṛiṅgâra-çataka, mit Commentar, 36 Bl., Çake 1673.
22. Mantramahodadhi, 55 Bl.
23. Mantrasârapaddhati, 46 Bl.
24. Mâṇḍûkopanishadbhâshyaṭîkâ, 14 Bl.
25. Mâṇḍûkopanishadbhâshyaṭîkâpadârthadîpikâ, 54 Bl.
26. Mârkaṇḍeyapurâṇa, 422 Bl.
27. Mṛityuñjayakalpa, 18 Bl.
28. Vishṇupurâṇa, mit dem Commentar des Çrîratnagarbhabhaṭṭâchârya, Bl. 1—100, 1—65, 1—50, 1—47, 1—100, und 1—33.
29. Vṛiddhachâṇâkhyaṁ Râjanîtiçâstram, 12 Bl.
30. Çivanâmakalpalatâlavâlasudhâpûra des Çrîveṅkaṭâchalasûri, 84 Bl.
31. Çivasahasranâma mit Commentar, 114 Bl., Saṁvat 1607.
32. Skandapurâṇa Kâçîkhaṇḍa, 784 Bl.
33. Hiraṇyakeçigṛihyasûtra, 45 Bl., Çake 1738.
34. Hiraṇyakeçismârtaprayogaratna, 109 Bl.
35. Fragmente eines Jaina MS., 8 Bl., Goldschrift auf rothem Grunde.

Bei der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

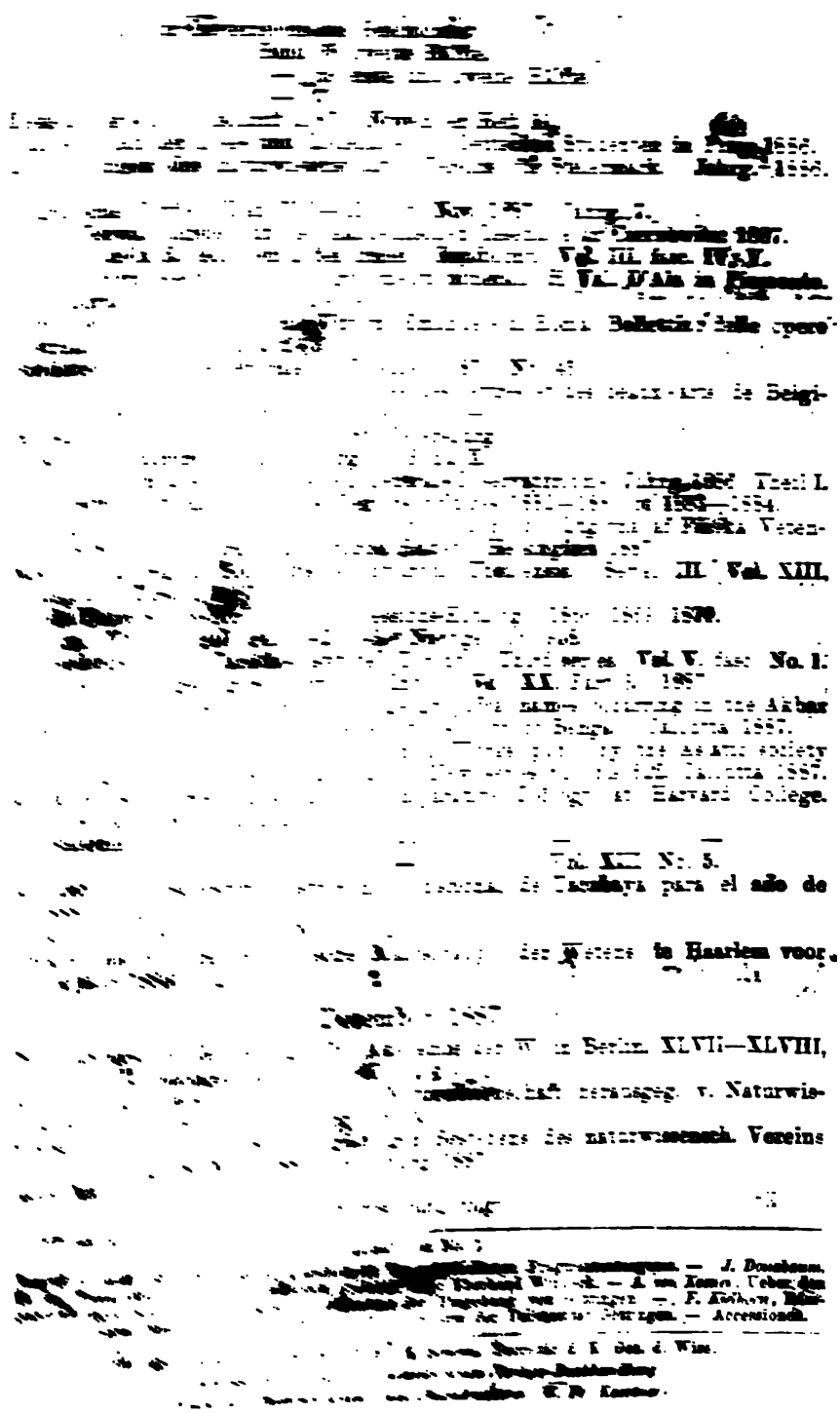
Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

November 1887.

Fortsetzung.

Zweite Abtheilung Band XCIII Heft III u. IV, V.
— XCIV Heft I u. II, III, IV u. V.
— XCV Heft I u. II.
Dritte Abtheilung — XCIII Heft I bis V.
— XCIV Heft I u. II, III bis V.

d. Philosophisch-historische Classe:
Band CXII Heft I, II.
— CXIII Heft I, II.
— CXIV Heft I.



Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

15. Februar. **№ 2.** 1888.

ROYAL LIBRARY 1 MAR 8

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 7. Januar 1888 [1]).

Ueber Siedepunkt und Moleculargröße des Zinnchlorürs, und über gleichzeitige Dampfdichte- und Temperaturbestimmungen.

Von

Heinrich Biltz und **Victor Meyer.**

(Mitgetheilt von Victor Meyer.)

Vor fast 9 Jahren — im Beginn meiner Untersuchungen über die Moleculargröße unorganischer Substanzen — habe ich in Gemeinschaft mit Carl Meyer Versuche über die Dampfdichte des Zinnchlorürs mitgetheilt, welche, bei möglichst niedrigerer Temperatur angestellt, uns zu der Ansicht führten, daß innerhalb gewisser Temperaturgrenzen die Molecularformel dieses Salzes Sn_2Cl_4 sei. In einer etwa ein Jahr später von H. Züblin und mir veröffentlichten Arbeit ist das Zinnchlorür bei den verschiedensten Temperaturen eingehend untersucht worden, und es wurde gezeigt, daß demselben bei höheren Hitzegraden die einfache Formel $SnCl_2$ zukommt.

Die Bedingungen, unter welchen diese Arbeiten vorgenommen wurden, sind bezüglich der ersten Versuchsreihe nicht einwurfsfrei, und ich habe daher schon seit Jahren den Wunsch gehabt, durch eine erneute Untersuchung die Frage nach der Moleculargröße des Zinnchlorürs bei relativ niederer Temperatur mit Sicherheit zur Entscheidung zu bringen. Zu jener Zeit führte ich die

1) Am Tage nach der Sitzung eingereicht. Der best. Sekretär.

Dampfdichtebestimmung selbst — abgesehen von einigen nicht wesentlichen Verbesserungen, die seither eingeführt wurden — schon in derselben Weise aus, wie heut; dagegen war ich bezüglich der Temperaturbestimmungen — welche allerdings für die Dichtebestimmungen selbst nach meinem Verfahren nicht in Betracht kommen, wohl aber für die Frage nach der Constanz der Dichte bei verschiedenen Temperaturen — damals in einem Irrthume befangen, den ich schon im Jahre 1880, (vgl. Ber. d. D. Ch. Ges. 13, 407) erkannt und daher bei ähnlichen Bestimmungen seither vermieden habe. Ich führte nämlich die Temperaturbestimmungen noch nach dem calorimetrischen Verfahren aus, gegen welches, als solches, kaum erhebliche Einwände zu erheben wären, welches aber für die fraglichen Versuche, wie ich mich später überzeugte, nicht geeignet ist: denn es nöthigte mich, die Temperaturbestimmung zu einer andern Zeit, als die eigentliche Dampfdichtebestimmung auszuführen. Ich hatte nun früher geglaubt, daß es möglich sei, die Temperatur durch entsprechende Regulirung der Gaszufuhr mit Hilfe eines mit Skala und Zeiger versehenen Hahnes mit genügender Sicherheit wiederzufinden, habe mich aber dann (l. c.) überzeugt, daß bei dieser Art des Operiren zuweilen Dampfdichtebestimmungen und Temperaturmessungen als zusammengehörig angesehen waren, die sich in Wahrheit auf ganz verschiedene Erhitzungsgrade beziehen. Seit vielen Jahren habe ich daher das calorimetrische Verfahren verlassen und ausschließlich die luftthermometrische Methode benutzt, welche, zumal durch das von Mensching und mir [1]) beschriebene Luftpyrometer, in solcher Weise vervollkommnet ist, daß Bequemlichkeit und Genauigkeit kaum etwas zu wünschen lassen. Wenn schon dieser Umstand es nothwendig machte, die Versuche über das Zinnchlorür, unter Anwendung eines Luftthermometers bei der Temperaturmessung zu wiederholen, so kam noch eine andere Erwägung hinzu, welche den gleichen Wunsch rege machte: Die älteren Versuche bei möglichst niedrigerer Temperatur hatte ich in Glasgefäßen angestellt, da das Zinnchlorür bei den in Betracht kommenden Temperaturen auf Glas kaum erheblich einzuwirken schien. Allein zur selben Zeit hatte ich vergeblich versucht, die Dampfdichte des Chlorberylliums in Glasgefäßen zu bestimmen, welches bei meinen Versuchen sich unter Chlorentwicklung zersetzte, obwohl ich in einer Atmosphäre von reinem Stickstoff operirte. Als nun im Jahre 1884 Nilson und Pettersson zeigten, daß man die Dampfdichte dieses Chlorids sehr wohl bestimmen kann,

1) Diese Nachrichten 1887, p. 128.

wenn man dasselbe in Platingefäßen verflüchtigt, habe ich, sogleich nach ihrer Publication, auf die Nothwendigkeit hingewiesen [1]), auch für andere Metallchloride die Dichtebestimmung im Metallgefäß zu wiederholen, und das schien mir auch für das Zinnchlorür von besonderer Wichtigkeit.

Ich habe mich daher mit Herrn H. Biltz zu einer eingehenden neuen Untersuchung über das Zinnchlorür vereinigt.

Die Aufgabe, welche wir uns stellten, zerfiel in mehrere Theile: Zunächst wünschten wir den bisher noch nicht beobachteten Siedepunkt des Zinnchlorürs mit Genauigkeit festzustellen, um uns zu überzeugen, wie weit wir bei den einzelnen Bestimmungen oberhalb desselben operirten. Ferner haben wir die Versuche in Platingefäßen angestellt, nachdem wir festgestellt hatten, daß andere Metalle, wie z. B. Nickel, durch Zinnchlorürdampfe sehr heftig afficirt werden, daß Platin aber, wenn in einer Atmosphäre von reinem Stickstoff gearbeitet wird, entweder garnicht, oder jedenfalls nur sehr wenig angegriffen wird. Drittens war bei unseren Versuchen eine absolute Garantie dafür geboten, daß die Temperaturmessung und die Bestimmung der Dampfdichte genau unter denselben Bedingungen — die eine unmittelbar nach der anderen — ausgeführt wurde, und die Gewißheit erlangt, daß während des Versuchs eine Aenderung der Temperatur nicht eintrat. Dies wurde dadurch erreicht, daß, wie meistens bei meinen in letzter Zeit angestellten Versuchen, das Dampfdichte-Bestimmungsgefäß zugleich das Luftthermometer war, und daß unmittelbar vor und nach der Dichtebestimmung Temperaturmessungen vorgenommen wurden, welche unter einander übereinstimmten.

Zu diesem Zwecke war es erwünscht, an dem Kopf des Dichtebestimmungs-Apparates einige Aenderungen anzubringen, welche gestatteten, den Apparat, ohne irgend welche Vertauschung eines Bestandtheils, sowohl als Dichtemesser wie als Thermometer zu benutzen.

Die Einzelnheiten dieser Untersuchung sind im Folgenden beschrieben.

Ermittelung der Siedetemperatur des Zinnchlorürs.

Zur Bestimmung des Siedepunktes des Zinnchlorürs wurde das von H. Goldschmidt und mir ausgearbeitete Verfahren [2]) be-

1) Berichte der Deutsch. chemischen Gesellschaft 1884, p. 1335.

2) Vgl. Berichte der Deutsch. chemischen Gesellschaft 1882 p. 141.

nutzt. Die einzige Schwierigkeit, die im vorliegenden Falle zu überwinden war, bestand darin, daß die Dämpfe des Zinnchlorürs sich nicht hoch genug erheben, um ein Luftthermomether von gewöhnlichen Dimensionen gleichmäßig zu erwärmen. Diese Schwierigkeit wurde dadurch beseitigt, daß einerseits ein verhältnißmäßig kleiner Apparat genommen wurde, anderseits die Verdampfung der Substanz in einem geräumigen Tigel aus hessischen Thon[1]) mittelst eines Kohlenofens vorgenommen wurde; da so der Tigel auch seitlich mit dem Feuerungsmaterial reichlich in Berührung kam, gelang es, die Dämpfe des in lebhaftwallendem Sieden befindlichen Zinnchlorürs bis zu einer genügenden Höhe constant zu erhalten. Anderseits war eine Ueberhitzung der Dämpfe ausgeschlossen, da der obere Theil des Tigels nicht mehr von den Kohlen umgeben ward und eine sehr bedeutende Menge von Zinnchlorür, nämlich über 500 gr., bei dem Versuche verwandt ward, von dem bei Beendigung der Bestimmung noch ein beträchtlicher Theil vorhanden war.

Der Tigel war mit einem Eisenblech geschlossen, das zur Einführung des Apparates seitlich mit einem Schlitz, der durch einen Blechstreifen verschlossen werden konnte, versehen war. Etwa 12—15 cm über diesem war ein weiterer Schirm aus Eisenblech angebracht, der den oberen Theil des Apparates und die Gummischläuche, die zu ihm führten vor den massenhaft dem Tigel entströmenden Zinnchlorürdämpfen und den heißen Flammengasen des Ofens schützte. Durch einen weiteren Blechschirm wurde die Glaswanne, in die die Capillaren des Apparates tauchten, vor übermäßiger Erhitzung geschützt.

Der gläserne Apparat faßte bei 760 m Druck und 0° C. 43,45 ccm Luft, wobei der Halstheil, der eine niedrigere Temperatur besaß, durch den Compensator außer Rechnung gebracht ist. Compensator und Halstheil waren aus demselben Capillarrohr gefertigt und glichen einander vollkommen; die zum Meßcylinder führenden Ableitungsröhren waren, wie durch Ausmessen mit Quecksilber festgestellt wurde, bis auf 2 Hundertel eines Cubikcentimeters gleich.

Daß mit diesem Apparat, der sich von dem von Goldschmidt und V. Meyer beschriebenen, außer durch geringeren Inhalt, nur durch die cylindrische — statt der kugelförmigen — Gestalt des Gefäßes unterscheidet, trotz seiner durch die Umstände bedingten

1) Die als Erhitzungsmäntel sonst so bequemen schmiedeeisernen Röhren konnten wir bei diesen Versuchen nicht anwenden, da Eisen von kochendem Zinnchlorür aufs heftigste angegriffen wird.

geringen Größe eine recht genaue Temperaturbestimmung möglich ist, zeigt eine mit ihm vorgenommene Bestimmung der Siedetemperatur des Wassers. Bei einem Barometerstand von 761 mm und einer Ablesetemperatur von 11,5° wurden durch Austreiben mit trockner Salzsäure 36,6 ccm im Apparat, 3,15 im Compensator, beide feucht gemessen, gefunden; auf Normalbedingungen reducirt entsprechen diese einem Gehalt von 31,74 ccm im Gefäß des Apparats und einer Temperatur von 101,5°.

Mit diesem Apparat wurde wie oben beschrieben der Siedepunkt des Zinnchlorürs bestimmt. Bei 754 mm Druck wurden, bei 13° (feucht gemessen) in fünf Versuchen: 17,5; 17,4; 17,5; 17,6; 17,9 ccm im Hauptapparat und 2,85 ccm in zwei Versuchen im Compensator gefunden. Bei einer zweiten Reihe von Temperaturmessungen fanden wir bei 762,5 mm Druck und 9,8° Ablesetemperatur im Apparat 16,9; 17,2; 17,2; 17,1; 17,1 ccm, im Compensator 2,8; 2,75 ccm. Bei der vorzüglichen Uebereinstimmung, welche 9 von diesen 10 Versuchen zeigen, darf wohl der fünfte, etwas abweichende, als mit einem unbemerkten Fehler behaftet angesehen und außer Acht gelassen werden. Der Siedepunkt des Zinnchlorürs ergiebt sich dann aus der ersten Versuchsreihe zu 607°7 C, aus der zweiten zu 604°5 C; er soll demnach bei 606°[1]) angenommen werden.

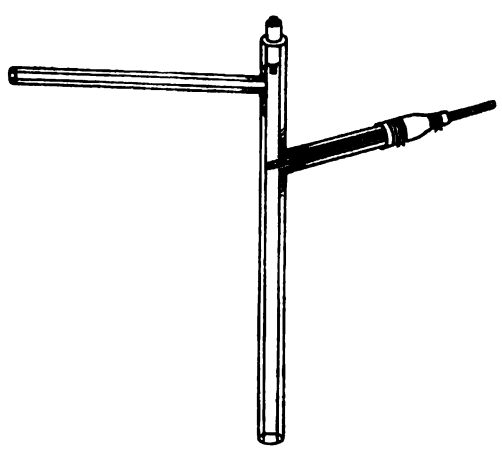
Es lag nahe, das Zinnchlorür als Erhitzungsmittel bei Dampfdichtebestimmungen und ähnlichen Untersuchungen zn verwenden, und wir haben dies seither vielfach mit Erfolg gethan. Hierdurch ist ein neuer Körper der Reihe von Erhitzungssubstanzen eingefügt, dessen Siedepunkt um fast 90° höher liegt, als derjenige der nächst niedriger siedenden Substanz, des Phosphorpentasulfids. Wir gedenken in nächster Zeit über Dampfdichten zu berichten, bei denen die Reihe: Schwefel (448°), Phosphorpentasulfid (518°), Zinnchlorür (606°) benutzt wurde.

---

1) Bei dieser Temperatur, die einer beginnenden, ganz schwachen Rothglut entspricht, erlitt unser Glasapparat nicht die geringste Formveränderung; sein Volumen war, wie eine Ausmessung nach den Siedepunktsbestimmungen zeigte, dasselbe wie vor diesen. Bei Dampfdichtebestimmungen, die wir nach Abschluß dieser Arbeit im Zinnchlorürdampf ausführten, zeigte sich jedoch, daß dünne Glasröhren, die bei einem von uns nach dem Princip dieses Pyrometers construirten Dampfdichtegefäße zur Einführung von Stickstoff in die Birne dienten, im Zinnchlorürdampf eben zu erweichen begannen und sich ein wenig verbogen; was bei unserem Thermometer, dessen Capillaren aus dickem Glase bestehen, nicht geschah.

Ermittelung der Molekulargröße des Zinnchlorürs.

Um festzustellen, ob im Zinnchlorürdampf bei niederer Temperatur Moleküle von der Formel $Sn_2 Cl_4$ vorkommen, mußten Dampfdichtebestimmungen bei einer den Siedepunkt der Substanz nur wenig übersteigenden Temperatur im Platingefäß ausgeführt werden. Um die Temperatur, bei der die Dichte bestimmt wurde, möglichst genau zu ermitteln, verfuhren wir so, daß wir eine Temperaturmessung unmittelbar vor der Dichtebestimmung, eine zweite meist unmittelbar dahinter ausführten. Dabei wurde der von dem einen von uns und J. Mensching beschriebene Apparat benutzt; da aber das unverhältnißmäßig große Volumen der gewöhnlichen Kopftheile — etwa der Mahlmann'schen Fallvorrichtung — einen Fehler in so fern verursachen kann, als unter Umständen nicht der gesammte Luftgehalt desselben durch Salzsäuregas ausgetrieben wird, ferner es unmöglich war, den Kopf des Compensators, der dem des Hauptapparates gleichen mußte, neben diesem aufrecht zu befestigen (da bei der geringen Entfernung zwischen Hauptapparat und Compensator der immerhin zu große Umfang der Köpfe hinderlich war) ein Wechsel der Köpfe aber bei dem etwas empfindlichen Apparat unthunlich erschien so mußten wir eine neue Fallvorrichtung, die diesem Uebelstand abhalf, construiren.



Halbe natürliche Größe.

Im wesentlichen besteht diese neue Fallvorrichtung (vgl. die Figur) aus einer Glasröhre von 4 mm lichter Weite und 106 mm Länge, die am obern Ende mit einem mit Gummischlauch überzogenen Glasstab verschlossen ist und leicht wieder

geöffnet werden kann. Etwa 10 mm von diesem Ende des Rohres entfernt geht im rechten Winkel ein 3 mm weites, 68 mm langes Röhrchen, das gegen das Ende etwas verjüngt ist, ab; an dieses (sowie das entsprechende des Compensators) können die einander genau gleichen Gasentbindungsröhrchen, die zum Meßcylinder führen, mittelst eines Kautschuckschlauches befestigt werden. 2 cm unterhalb dieses Rohres ist nach der entgegengesetzten Seite ein zweites, $3^1/_2$ mm weites und 30 mm langes Rohr angesetzt, in dem ein Glasstab auf und ab geschoben werden kann; über das Ende dieses Röhrchens ist ein feiner, sehr dehnbarer Gummischlauch gezogen, der auch dem Glasstab eng anliegt und an ihm sowohl als auch an dem Glasröhrchen durch Ligaturen befestigt ist. Wird nun der Glasstab in das Rohr zurückgezogen, so fällt die auf ihm ruhende Substanz in den Apparat, zugleich spannt sich der Gummischlauch und bewirkt, daß der Glasstab beim Nachlassen des Zuges wieder an seinen ursprünglichen Platz schnellt.

Da dieser Apparat nur die Dicke des zur Birne führenden Glasrohres hat, so ist es leicht zwei solcher Köpfe, den einen auf dem Apparat, den andern auf dem Compensator dicht neben einander zu befestigen. Da sie sich genau gleichen und auch gleich gestellt sind, so ist in beiden die Erwärmung dieselbe und der Compensator vermag vollkommen ausgleichend zu wirken. Ein weiterer Vortheil dieser Fallvorrichtung — die sie zugleich für jede gewöhnliche, nach den Luftverdrängungsverfahren ausgeführte Dampfdichtebestimmung empfehlenswerth macht — ist der, daß das Volumen derselben nur sehr gering ist, also der schädliche Raum sehr klein ausfällt. Die Vorrichtung bietet, außer ihrer Brauchbarkeit für Temperaturbestimmungen, endlich noch den Vortheil, daß die Substanz nur mit Glas in Berührung kommt — ein nicht gering anzuschlagender Vorzug, wenn man dieselbe in Stäbchenform oder in Stückchen ohne Eimer anwendet.

Bei Anstellung der Versuche selbst, in denen wir Dichtebestimmungen und Temperaturmessungen abwechselnd hinter einander ausführten, verfuhren wir folgendermaßen. Der Platinapparat nebst Compensator wurde in ein weites, innen und außen glasiertes Berliner Porcellanrohr, das im Perrotschen Ofen stand, durch eine Klammer an der Stelle der höchsten Temperatur gehalten. Eine zweite Klammer hielt die durch Kautschuckschlauch und Ligaturen mit dem Apparat und Compensator verbundenen zwei Fallvorrichtungen, von denen die eine natürlich nur als solche benutzt wurde, während die andere der Compensation

halber angebracht war. Ueber die dünnen Zuleitungsrohre aus Platin, die einerseits zum Hauptapparat, anderseits zum Compensator führten, waren Gummischläuche gezogen, die durch Schraubenquetschhähne geschlossen werden konnten. Nachdem der Apparat bis auf die gewünschte Temperatur erhitzt war, wurde er mittelst der eben genannten Zuleitungsröhren mit reinen Stickstoff gefüllt. Dieser war aus Natriumnitrit, Chlorammonium und Kaliumbichromt hergestellt und aus einem Gasometer durch Kalilauge und über glühende Kupferspähne in ein zweites geleitet worden. Aus diesem wurde er beim Verbrauch über glühende Kupferspähne, dann mehrfach durch Schwefelsäure, und zuletzt über Asbestpfropfen, die mit Phosphorsäureanhydrid imprägnirt waren, in den Platinapparat geleitet. War dies geschehen, so wurde der Schraubenquetschhahn am Zuleitungsrohr geschlossen und somit ein bestimmtes Luftvolumen im Platinapparat, der jetzt nur noch durch die zum Sperrwasser führenden Capillare Luft entlassen konnte, abgegrenzt. In das Schlauchende, welche das Zuleitungsrohr am Apparat verschloß, wurde der in eine Glasspitze endende Schlauch vom Salzsäureentwickler geführt. Wurde nun der nach der Füllung des Apparats mit Stickstoff geschlossene Schraubenquetschhahn geöffnet, so drängte die Salzsäure die im Apparat befindliche Luft in das Auffangrohr, während sie selbst von der Sperrflüssigkeit absorbirt wurde. Die Salzsäure wurde in bekannter Weise aus Kochsalz und Schwefelsäure entwickelt und durch concentrirte Schwefelsäure getrocknet. Da aber jedes Gas noch geringe Spuren von Luft enthält, ließen wir sie eine bestimmte Zahl von Minuten durch den Apparat streichen und eine gleiche bei den, übrigens in gleicher Weise angestellten Bestimmungen des Compensatorinhalts. Da beide Volumina bei der Rechnung von einander abgezogen werden, so gleicht sich der durch die minimalen Verunreinigungen der Salzsäure bedingte Fehler aus; und da beide Bestimmungen unmittelbar hinter einander vorgenommen werden, so tritt keine Aenderung in der Schnelligkeit des Salzsäurestroms ein.

Nachdem das Salzsäuregas die Luft aus dem Apparat verdrängt hat, wird nach Fortnahme des Auffangerohrs ein aus einem zweiten Gasometer kommender, durch Schwefelsäure getrockneter rascher Luftstrom nach Absperrung der Salzsäure durch den Apparat geleitet und diese so verdrängt. Ist dies geschehen, so wird der Apparat in gleicher Weise mit reinem Stickstoff gefüllt und ist dann zur Dichtebestimmung bereit. Während dieser ist natürlich der Schraubenquetschhahn des Zuleitungsrohres geschlossen.

Nach Beendigung der Dichtebestimmung wird der Kopftheil des Apparates oben geöffnet und die Dämpfe der Substanz mittelst des Zuleitungsrohres durch Stickstoff verdrängt, da Luft bei dieser Temperatur auf Zinnchlorür einwirkt. Ist dies geschehen, so ist der Apparat wieder zu einer Temperaturmessung oder einer weiteren Dampfdichtebestimmung bereit. —

Das Zinnchlorür, das wir bei den Versuchen anwandten, war durch Destillation aus entwässertem käuflichen Zinnchlorür hergestellt. Um es in eine für die Dampfdichtebestimmungen geeignete Form zu bringen, wurde es geschmolzen und durch Aufsaugen in Glasröhrchen in Stäbchenform gebracht. Die so dargestellten Stäbchen wurden, vom Glas befreit, in einem verschlossenen Rohr im Exiccator über Schwefelsäure aufbewahrt; zu den Versuchen wurden geeignete Stücke von diesen ausgesucht, schnell abgeschabt und in luftdicht verschlossene Röhrchen, die vorher gewogen waren, gethan. In diesen wurden sie nach der zweiten Wägung bis zum Versuch über Schwefelsäure aufbewahrt.

Daß die so hergerichtete Substanz genügend rein war, zeigt die Analyse: 0,3078 gr gaben 0,2523 gr Zinndioxyd, entsprechend 62,16% Zinn, während die Theorie 62,41 verlangt.

Da in den bei höherer Temperatur angestellten Versuchen durch die heftige Verdampfung Gasblasen seitlich aus dem Meßrohr hätten geschleudert werden können, so verfuhren wir bei der Dichtebestimmung wie bei der Temperaturmessung so, daß wir zur Aufsammlung des verdrängten Stickstoffs ein 3—4 cm weites, oben mit Schlauch und Quetschhahn verschlossenes Rohr anwandten und aus diesem später das Gas unter Wasser in die Meßcylinder überführten.

Nach dem beschriebenen Verfahren stellten wir eine Anzahl von Dichtebestimmungen des Zinnchlorürs an. Da es der Zweck dieser Arbeit war, die Existenz von Molecülen Sn_2Cl_4 zu prüfen, so hatten nur solche Versuche, die nicht weit über dem Siedepunkt des Zinnchlorürs angestellt wurden, Werth; denn wenn überhaupt derartige Molecüle existirten, müßten jedenfalls die entsprechenden Dichten unter diesen Bedingungen gefunden werden.

Wir fanden:

Bestimmung des Volumens des Platinapparates bei 0° C. und 760 mm Druck.

Der Apparat enthielt bei 14,5° C. und 735 mm Druck 217,2 cc Luft, die bei 14,5° C. abgelesen waren.

I. Temperaturbestimmung: Volumen des Hauptapparates

H: gefunden 80,5 und 80,4, Volumen des Compensators h = 10,5; 10,6; Ablesetemperatur t = 13°; Barometerstand b = 748. Daraus berechnet sich die Versuchstemperatur zu 639°.

Dichtebestimmung: Substanz s = 0,1320 gr; Volumen v 12,5 cc; Ablesetemperatur t = 11,5° C.; Barometerstand b = 748 mm.

Dichte = 8,76.

s = 0,1075; v = 10,9; t = 11,5° C. b = 748 mm.

Dichte = 8,34.

Bei diesen Versuchen, die nur 33°, also so wenig als es irgend zulässig ist über dem Siedepunkt angestellt sind, wurden dennoch Dichten erhalten, die kleiner sind als dem Werthe Sn_2Cl_4 entspricht; Molecüle dieser Formel existiren also im Gaszustande nicht.

Die folgenden Versuche sind bei etwas höherer Temperatur angestellt, ergaben übrigens nur wenig von dem vorigen abweichende Werthe.

II. Temperaturbestimmung: H = 77,2; h = 10,7; t = 11°; b = 749°.

Versuchstemperatur 678°.

Dichtebestimmung: s = 0,1045; v = 10,1; t = 11,3; b = 749.

Dichte = 8,57.

III. Temperaturbestimmung: H = 75,6; h = 10,5; t = 11°; b = 749°.

Versuchstemperatur 699°.

Dichtebestimmung: s = 0,1245; v = 12,15; t = 11,3; b = 749.

Dichte = 8,49.

Noch höher war die Temperatur bei folgenden Versuchen.

IV. Temperaturbestimmung: H = 71,6; h = 9,4; t = 11,7°; b = 740,5.

Versuchstemperatur 759,6°.

Dichtebestimmung: s = 0,1770; v = 18,0; t = 12°; b = 740,5.

Dichte = 8,26.

V. Temperaturbestimmung: H = 69,8; h = 9,2; t = 11,7; b = 740,5.

Versuchstemperatur = 790,2°.

Dichtebestimmung: s = 0,1317; v = 14,3; t = 12°; b = 740,5.

Dichte = 7,7.

Der nächste Versuch ist bei einer bedeutend höhern Temperatur angestellt und zeigt eine ziemliche Annäherung an den im Jahre 1880 von V. Meyer und H. Züblin erreichten Werth 6,53 für $SnCl_2$.

VI. Temperaturbestimmung: H = 53,95; h = 9,25; t = 8,5°; b = 764.

Versuchstemperatur = 1113°.

Dichtebestimmung: s = 0,1018; v = 11,6; t = 10°; b = 764.

Dichte = 7,08.

Diese letzten Versuche haben für die Lösung der von uns gestellten Aufgabe keine Bedeutung. Sie zeigen nur, wie langsam die Dampfdichte auf den normalen Werth 6,53 herabsinkt; ihn ganz zu erreichen war für uns werthlos.

Die Meleculargewichtsbestimmung des Zinnchlorürs verursacht dieselbe Schwierigkeit wie die mancher flüchtiger Substanzen, daß es erst bei einer bedeutend höheren Temperatur, als bei der es siedet, in den vollkommenen Gaszustand übergeht und eine normale Dichte annimmt; nicht allzuweit über dieser zersetzt es sich aber, wie V. Meyer und H. Züblin seiner Zeit gezeigt haben, durch Einwirkung des Gefäßmaterials, so daß die Temperaturgrenze, in der Dichtebestimmungen zu brauchbaren Werthen führen, sehr beschränkt ist.

Als sicheres Resultat geht aus den mitgetheilten Bestimmungen hervor, daß Zinnchlorürdampf mit Molecülen von der Formel Sn_2Cl_4 in der That nicht existirt.

Göttingen, Universitätslaboratorium.

Man berichtige

oben 9 5 *Umsteckte* [so Luther] für *Hecke*:

9 6 *Umsteckten* für *Hecke*.

Bei der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

Fortsetzung.

December 1887.

S. u. 4ter Jahresbericht des Vereins für Naturwissensch. zu Braunschweig für 1881/82—1882/83. 1883/84—1885/86.

Jahrbuch der Fortschritte der Mathematik begr. v. Ohrtmann. Band XVII. Jahrg. 1885. Heft 1. Berlin 1887.

Zeitschrift für Naturwissenschaften (im A. d. n. V. für Sachsen u. Thüringen). Der ganzen Reise LX. Bd. 4. Folge. Bd 6. Heft 3 u. 4. Halle a/S. 1887.
Jahresbericht der fürstl. Jablonitzkischen Gesellsch. Leipzig 1884. 85. 86. 87.
Zeitschrift der Deutschen Morgenländischen Gesellsch. Band 41. Heft 3.
Zeitschrift des Ferdinandeums für Tirol u. Vorarlberg. Dritte Folge. Heft 31. Innsbruck 1887.
Ueber die Entstehung des Pigmentes in den Oberhautgebilden von A. Kölliker. (Z. f. wissensch. Zool. 45, 4 (1887).
Leopoldina. Heft XXII. N. 21—22. November 1887.
Meteorologische Zeitschrift. 4. Jahrg. 1887. Heft 12. Dez.
Ein Combinationsstudium über die Entwickelungsgeschichte der Erdkruste von Emil Baum. Wien 1887.
Jahresbericht der Lesehalle der deutschen Studenten in Prag. Vereinsjahr 1884—85. Prag 1885.
Bericht über das XIII. Vereinsjahr des Vereins der Geographen a. d. U. Wien.
Ungarische Revue. 1887. Heft X. 1887.
Verhandlungen des Vereins für Natur und Heilkunde zu Presburg. Neue Folge. 6. Heft. Jahrg. 1884 - 86. Presburg 1887.
Lotos. Neue Folge. VIII. Band (ganze R. Band 36). Wien 1888.
Archiv des Vereins für siebenbürgische Landeskunde. Neue Folge. Band 21. Heft 2. Hermannstadt 1887.
Jahresbericht des Vereins für siebenbürgische Landeskunde für das Vereinsjahr 1886/7. Hermannstadt 1887.
Zur Geschichte der Sanitätsverhältnisse in Kronstadt von Eduard Gusbeth. Kronstadt 1884.
Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft in Basel. 8. Theil. Heft 2. Basel 1887.
Journal of the royal microscopical society 1887. Part 6.
Monthly notices of the R. astronomical Society. Vol. XLVIII. N. 1. Nbv. 1887.
Proceedings of the London mathematical society. N. 301—304.
List of members of the London mathematical society. 10. Nov. 1887.
Proceedings of the royal society. Vol. XLIII. N. 259.
Proceedings of the scientific meetings of the Zoological society of London 1887. Part III May and June.
Proceedings of the Cambridge Philosophical society. Vol. VI. Part II.
Nature. Vol. 37. 944—948.
Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche. Tomo XX. Marzo 1887. Roma 1887.
Biblioteca Nazionale di Firenze. Bollettino di pubblicazioni italiane 1887. N. 46, 47, 48.
Bulletin de l'Academie R. des sciences des lettres et des beaux-arts de Belgique année 56. 3e serie tome 14. N. 11. Bruxelles 1887.
Bulletin de l'Académie Imp. des sciences de St. Petersburg. Tome XXXII. N. 1.
Mémoires de l'Académie impériale des sciences de St. Petersb. VIIe serie. Tome XXXV, 4, 5, 6, 7.
Internationale Sprache. Vorrede und vollständiges Lesebuch. por Germano J. Dr. Espranto. Warschau 1887.
Mémoires de l'Académie R. de Copenhague. 6me série. Classe des sciences. Vol. IV. N. 4. N. 5. Kjobenhavn 1887.
Oversigt over det Kongelige Danske bidenskabernes Selskabs forhandlinger. voor 1887. N. 2. Avril et Mai.
Sveriges Geologiska Undersökning (in Quart). N. 65. Heft 1. N. 89. N. 85 aus der Serie C.).

(Fortsetzung folgt.)

Inhalt von No. 2.

Heinrich Bilz und *Victor Meyer*, Ueber Siedepunkt und Moleculargrösse des Zinnchlorürs, und über gleichzeitige Dampfdichte- und Temperaturbestimmungen.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

ROYAL COLLEGE OF SURGEONS OF ENGLAND
9 AP 88
LIBRARY

29. Februar. **№ 3.** 1888.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 4. Febuar.

de Lagarde: Erläuterungen zu Agathangelus und den Akten Gregors von Armenien (Abhandl. Bd. 35).

Kielhorn: Die Epoche der Chedi Aera.

Riecke legt eine Arbeit von Hugo Meyer vor: „Zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit schlecht leitender Körper nach absolutem calorimetrischem Maaße".

The Initial Point of the Chêdi Era.

By

F. Kielhorn.

In the Central Provinces of India there are found a large number of inscriptions, which have reference to the Chêdi rulers of Tripurî, Ratnapur, and other places. A few of them have been edited by Dr. F. E. Hall[1]); a list of the Ratnapur inscriptions was given as early as 1825, by Mr. (afterwards Sir) R. Jenkins[2]); and the contents of most of them have been referred to in the volumes of the *Archaeological Survey of India*. Many are dated in

1) *Journal, As. Soc. of Bengal*, Vol. XXX, p. 323; XXXI, p. 116; *Journal, American Or. Soc.*, Vol. VI, p. 499; p. 512.

2) *Asiatic Researches*, Vol. XV, p. 505.

years, sometimes called Chêdi-saṁvat, or Kulachuri-saṁvatsara, which, on historical and palaeographical grounds, cannot be referred to the Vikrama-, or to the S'aka-Era; and it was Dr. Hall who first suggested[1]) that they should be referred to an unknown era, the initial point of which must be sought somewhere near the middle of the third century A.D. Afterwards, Sir A. Cunningham stated[2]) that the dates of these inscriptions referred „to a period close to A.D. 249 as the initial point of the Kulachuri, or Chêdi, Saṁvat"; and the same scholar subsequently, in his *Indian Eras*, felt satisfied that A.D. 249 = 0, and 250 = 1, is „the true starting-point of the Chêdi era".

Having prepared for publication editions of several of the Ratnapur inscriptions, I have for some time suspected the conclusion, thus arrived at by Sir A. Cunningham, to be slightly erroneous. At present, an examination of all the years from A.D. 201 to A.D. 280, by means of excellent tables, which have been constructed by Prof. Jacobi, of Kiel, and placed at my disposal before publication, enables me to state with confidence that the only equation which yields correct weekdays for those Chêdi inscriptions in which the weekday is mentioned, is

A.D. 248 = 0, AND A.D. 249 = CHÊDI-SAṀVAT 1.

Starting from this equation, I have obtained the following results:

1. A Ratnapur inscription of Jâjalladêva I, of which a good rubbing has been supplied to me by Dr. Burgess, is dated — Saṁvat 866 Mârga su. di. 9 Ravau, *i. e.*, 'the year 866, the 9th of the bright half of the month Mârgaśiras, on a *Sunday*'. The corresponding date is *Sunday*, November 8, 1114. On that day, at sunrise, the 9th Tithi of the bright half was current, and it ended $19^h 54^m$ after mean sunrise. [Calculated by Paul Lehmann's *Tables for calculating the phases of the moon*, there was a new-moon, at Laṅkâ, on October 30, 1114, about 3 P.M.].

2. The Râjîm inscription of Jagapâla, of which a good rubbing has been supplied to me by Mr. Fleet, is dated — Kulachurisaṁvatsarê 896 Mâghê mâsi śuklapakshê rathâshṭamyâṁ Budhadinê, *i. e.*, 'in the Kulachuri year 896, on the eighth lunar day (called *rathâshṭamî*) in the bright half in the month Mâgha, on a *Wednesday*'. The corresponding date is *Wednesday*, January 3, 1145. On that day, at sunrise, the 8th Tithi of the bright half

1) *Journal, American Or. Soc.*, Vol. VI, p. 501.
2) *Archaeol. Survey of India*, Vol. IX, p. 112 etc.

was current, and it ended $10^h 59^m$ after mean sunrise. [According to von Oppolzer's *Canon der Finsternisse*, there was a solar eclipse, and consequently, a new-moon, on December 26, 1144, $6^h 59^m$ Greenwich time, or at Laṅkâ, about noon].

3. A Sahaspur inscription, according to the photozincograph published in *Archaeological Survey of India*, Vol. XVII, plate XXII, is dated — Saṁvat 934 Kârttika su. di. 15 Budhê, *i. e.*, 'the year 934, the 15th of the bright half of the month Kârttika, on a *Wednesday*'. The corresponding date is *Wednesday*, October 13, 1182. On that day, at sunrise, the 15th Tithi of the bright half was current, and it ended $13^h 57^m$ after mean sunrise. [Calculated by P. Lehmann's *Tables*, there was a full-moon, at Laṅkâ, on October 13, 1182, in the evening].

4. A Sêôrinârâyan inscription, according to Sir R. Jenkins, *Asiatic Researches*, Vol. XV, page 505, is dated 'Samvat 898, Ashwin Shudh Saptami'; according to *Archaeol. Survey of India*, Vol. IX, page 86, 'in the Kulachuri Samvat in the year 898, Aswin sudi some'; and page 111, '898 Aswina sudi 7, Monday'. A photozincograph in *Archaeol. Survey of India*, Vol. XVII, plate XXII, gives only part of the date, thus: 'Kalachuriḥ saṁmvatsarê 898'; and Sir A. Cunningham, in his *Indian Eras*, page 61, states that '*a fresh examination has shown*' the date to be 'Aśvina su. di. 2' (and not 'Âśvina su. di. 7'). I therefore take the date to be 'Kulachurisaṁvatsarê 898 Âśvina su. di. 2 Sômê', *i. e.*, 'in the Kulachuri year 898, the 2nd of the bright half of the month Âśvina, on a *Monday*'. The corresponding date is *Monday*, September 9, 1146. On that day, at sunrise, the 2nd Tithi of the bright half was current, and it ended $21^h 54^m$ after mean sunrise. [Calculated by P. Lehmann's *Tables*, there was a new-moon, at Laṅkâ, about 2 hours before sunrise of September 8, *i. e.* on September 7, 1146].

5. Regarding the date of the Benares copper-plate inscription of Karṇadêva, which was first brought to public notice by Wilford, in the *Asiatic Researches*, Vol. IX, page 108, Sir A. Cunningham, in *Archaeol. Survey of India*, Vol. IX, page 82, writes as follows:

„The copper-plates, which were lost for a long time, were rediscovered about 1862, when, through the kindness of Mr. Griffith, Principal of the Benares College, I received a carefully made impression of the inscriptions, with a translation by one of the pupils of the College. During my stay in England, I made over to Professor Hall both the impression and the translation, and I have now with me only a few of my own notes to

refer to. From these I am able to state that the record was dated in „*Samvat 793 Phâlgun badi 9 Some*“, which were the last words on the plate. *This date was quite distinct, and it was not possible to read the figures* ७९३ *in any other way.*“

It is true that the same scholar, in order to obtain the proper week-day, in his *Indian Eras*, page 61, has come to the conclusion that he may perhaps have misread 793 for 792; but (disregarding the fact, that 792 *elapsed* would after all be 793 *current*) I believe that any one obliged to choose would certainly accept Sir A. Cunningham's first statement, and reject his subsequent conjecture. And assuming the plate to have really been dated Saṁvat 793 Phâlguna ba. di. 9 Sômê, *i. e.*, 'the year 793, the 9th of the dark half of the month Phâlguna, on a *Monday*', the corresponding date is *Monday*, January 18, 1042. On that day, at sunrise, the 9th Tithi of the dark half was current, and it ended 17^{h} 9^{m} after mean sunrise. [According to von Oppolzer's *Canon der Finsternisse*, there was a lunar eclipse, and consequently, a full-moon, on January 9, 1042, 4^{h}10^{m} Greenwich time, or at Laṅkâ, about 9 A.M.].

6. According to Sir A. Cunningham, *Archaeol. Survey of India*, Vol. IX, page 111, and *Indian Eras*, page 61, a Bhêra-Ghâṭ inscription is dated '928, Mâgha ba. di. 10, *Monday*'. I confess that I have no means whatever of verifying this statement, but supposing it to be correct, the corresponding date would be *Monday*, December 27, 1176. On that day, at sunrise, the 10th Tithi of the dark half was current, and it ended 13^{h}40^{m} after mean sunrise. [Calculated by P. Lehmann's *Tables*, there was a full-moon, at Bhêra-Ghâṭ, about 2 A. M. of December 18, *i. e.* on December 17, 1176].

While in the preceding inscriptions the figure for the year denotes the *current* year, in the following the figure for the year should be taken to denote the years *elapsed:*

7. The Bhêra-Ghâṭ inscription of Alhaṇadêvî, which has been edited by Dr. F. E. Hall in the *Journal, American Or. Soc.*, Vol. VI, page 499, and of which we have a photozincograph in *Archaeol. Survey of Western India*, No. X, page 107, is dated — Saṁvat 907 Mârgga su. di. 11 Ravau, *i. e.*, 'the year 907, the 11th of the bright half of the month Mârgaśiras, on a *Sunday*'. The corresponding date is *Sunday*, November 25, 1156. On that day, at sunrise, the 11th Tithi of the bright half was current, and it ended 1^{h}54^{m} after mean sunrise. [According to von Oppolzer's *Canon der Finsternisse*, there was a solar eclipse, and consequently,

a new-moon, on November 14, 1156, $22^h 32^m$ Greenwich time, or, at Laṅkâ, $3^h 35^m$ A. M. of November 15, *i. e.*, on November 14].

8. The Lâl-Pahâr rock inscription of Narasiṁhadêva, according to the rough photozincograph published in the *Archaeol. Survey of India*, Vol. IX, plate II, is dated — Saṁvat 909 S'râvaṇa su. di. 5 Budhê, *i. e.*, 'the year 909, the 5th of the bright half of the month S'râvaṇa, on a *Wednesday*'. The corresponding date is *Wednesday*, July 2, 1158. On that day, at sunrise, the 5th Tithi of the bright half was current, and it ended $16^h 26^m$ after mean sunrise. In A. D. 1158 the solar month S'râvaṇa lasted from about sunset of June 26 to about sunrise of July 28, and it contained two new-moons, one on June 27, $19^h 8^m$ after sunrise, and the other on July 27, $4^h 53^m$ after sunrise. The year therefore contained two lunar months S'râvaṇa, and July 2 was su. di. 5 of the *adhika* S'râvaṇa; su. di. 5 of the *nija* S'râvaṇa would have been Friday, August 1. [Calculated by P. Lehmann's *Tables*, there was a new-moon, at Laṅkâ, shortly after midnight on June 28, *i. e.* on June 27, 1158].

9. The Têwâr inscription of Jayasiṁhadêva, which has been edited by Dr. F. E. Hall, in the *Journal, American Or. Soc.*, Vol. VI, page 512, and of which we have a rough photozincograph in *Archaeol. Survey of Western India*, No. X, page 110, is dated — Samvat 928 S'râvaṇa su. di. 6 Ravau Hastê, *i. e.*, 'the year 928, the 6th of the bright half of the month S'râvaṇa, on a *Sunday, the moon being in the asterism Hasta*'. The corresponding date is *Sunday*, July 3, 1177. On that day, at sunrise, the 6th Tithi of the bright half was current, and it ended $7^h 39^m$ after mean sunrise. In A. D. 1177 the solar month S'râvaṇa lasted from about 2^h before sunrise of June 27 to about 3^h before sunset of July 28, and it contained two new-moons, one on June 27, $18^h 34^m$ after sunrise, and the other on July 27, $1^h 51^m$ after sunrise. This year too, therefore, contained two lunar months S'râvaṇa, and July 3 was su. di. 6 of the *adhika* S'râvaṇa, and on that day the moon *was in the asterism Hasta*. Su. di. 6 of the *nija* S'râvaṇa would have been Monday, August 1, when the moon was (not in Hasta, but) in Jyêshṭhâ. [Calculated by P. Lehmann's *Tables*, there was a new-moon, at Laṅkâ, about 1 A. M. on June 28, *i. e.* on June 27, 1177].

10. A Têwâr inscription, according to Sir A. Cunningham, *Archaeol. Survey of India*, Vol. IX, page 111, and *Indian Eras*, page 61, is dated — 902, Âshâḍha su. di. 1, *Sunday*, a statement, about which I am somewhat doubtful and which, at any rate, I am unable to verify. Supposing it to be correct, the corresponding

date would be *Sunday*, June 17, 1151. On that day, at sunrise, the first Tithi of the bright half was current, and it ended 2^h after mean sunrise. [Calculated by P. Lehmann's *Tables*, there was a new-moon, at Laṅkâ, shortly before noon on June 16, 1151].

To the dates given under 6) and 10) I at present attach, for the reasons stated, very little value. Of the other dates, two have been taken from good impressions, four from photozincographs, and for the remaining two we have the somewhat emphatic statements of Sir A. Cunningham, the correctness of which I see no reason to doubt. And, if my calculations be at all correct, it is a fact, that of all the years from A.D. 201 to 280, only the year 248, taken as the initial point of the Chêdi era, yields correct week-days for every one of these eight dates, and at the same time places the moon in the asterism mentioned in one of these dates. Whether there are *historical* reasons for which the beginning of the Chêdi era should be placed *before* A.D. 201 or *after* A.D. 280, others will be more competent to say than I am; but I may mention one or two facts, which render either alternative extremely improbable, I may say, impossible.

From an Alha-Ghâṭ inscription, of which we have a photolithograph in *Archaeol. Survey of India*, Vol. XXI, plate XXVIII, we learn that Narasiṁhadêva was reigning in [Vikrama-]Saṁvat 1216 = A.D. 1159. The same Narasiṁhadêva (together with his younger brother Jayasiṁhadêva) is mentioned, as reigning prince, in Alhaṇadêvî's inscription of [Chêdi-]Saṁvat 907. Supposing, then, the Chêdi era to have commenced *e.g.* in or before A.D. 200, Narasiṁhadêva would have reigned in or before A.D. 907 + 200 = 1107, *i.e.*, already at least 52 years before A.D. 1159, the year in which we know him to have reigned.

Again, from a Rêwa copperplate inscription which is mentioned in *Archaeol. Survey of India*, Vol. XXI, page 146, and of which I owe an impression to Mr. Fleet, we know that Vijayadêva was reigning in [Vikrama-]Saṁvat 1253 = A.D. 1197. And from a Têwâr inscription we learn that his father, Jayasiṁhadêva, was reigning in [Chêdi-]Saṁvat 928. If, then, the Chêdi era had commenced as late as *e.g.* A.D. 270, not to mention A.D. 280, Jayasiṁhadêva would have reigned in or after A.D. 928 + 270 = 1198, *i.e.*, *after* his own son, which clearly is impossible. On the other hand, starting from A.D. 248, we obtain for the three princes mentioned the following dates, which may speak for themselves:

Narasiṁhadêva, Chêdi-s.[1]) 907+248 = A.D. 1155.
Chêdi-s.[2]) 909+248 = A.D. 1157.
Vikrama-s.[3]) 1216—57 = A.D. 1159.
His younger brother Jayasiṁhadêva, Chêdi-s.[4]) 926+248 = A.D. 1174.
Chêdi-s.[5]) 928+248 = A.D. 1176.
His son Vijayasiṁhadêva, Chêdi-s.[6]) 932+248 = A.D. 1180.
Vikrama-s.[7]) 1253—57 = A.D. 1196.

Narasiṁhadêva's father and predecessor was Gayakarṇadêva. That prince issued the Jabalpur copperplate grant, of which one plate, containing the date, unfortunately has now been lost, but regarding the contents of which we know from a transcript that Gayakarṇa made a grant of a certain village, „having bathed in the Narmadâ *at the time of the Makara-saṁkrânti, on Monday, the 10th of the waning moon of Mâgha* in the year x x x". Supposing Narasiṁhadêva to have reigned in 907 + 248, *i.e.*, as I have shown above, A.D. 1156, the Makarasaṁkrânti must have taken place on a Monday, the 10th of the waning moon of Mâgha, in some year before, but at such a distance from, A.D. 1156, as would suit the relation to each other of father and son. And it is again a fact that the year, which fulfils these conditions, is A.D. 1122. For in that year, the tenth of the waning moon of Mâgha, by the northern reckoning, fell on December 25, which *was* a Monday, and in the same year the Makarasaṁkrânti took place shortly before sunrise of, or, for practical purposes, on, Monday, December 25, as required. I may add that on that day the 10th Tithi of the dark half was current, and that it ended $9^h 43^m$ after mean sunrise.

In *Archaeol. Survey of India*, Vol. XXI, plate XXVII, Sir A. Cunningham has given a photolithograph of an inscription from Bêsâni, the date of which he reads „Saṁvat 958 prathama Âshâḍha su. di. 3", and from the characters of which he concludes that the era used must be that of Kulachuri or Chêdi. The meaning of the date is 'the year 958, the third of the bright half of *the first* month Âshâḍha', which shows that in the year mentioned Âshâḍha was an intercalary month. If our equation A.D.

1) Alhaṇadêvî's inscription.
2) Lâl-Pahâr rock inscription.
3) Alha-Ghâṭ inscription.
4) Rêwa copperplate inscription, *Archaeol. Survey of India*, Vol. XXI, p. 145.
5) Têwâr inscription.
6) Kumbhi copperplate inscription, *Journal As. Soc. of Bengal*, Vol. XXXI, p. 116.
7) Rêwa copperplate inscription, *Archaeol. Survey of India*, Vol. XXI, p. 146.

248 = 0 or A.D. 249 = Chêdi-Saṁvat 1 be correct, the month Âshâḍha must have been intercalary in either A.D. 1206 or A.D. 1207, according as the figure 958 of the inscription denotes the current year or the number of years elapsed. And Âshâḍha *was* intercalary in A.D. 1207. For in that year the solar month Âshâḍha lasted from May 26, about $1^h 40^m$ after sunset, to June 27, about 4^h after sunrise, and during that time there were two new-moons, one on May 28, $9^h 30^m$ after mean sunrise, and the other on June 26, $23^h 41^m$ after mean sunrise.

Three other inscriptions, the dates of which have been referred to the Chêdi era, are mentioned in the *Indian Antiquary*, Vol. XIII, page 77.

Of these, the Ilâô grant, which has been edited by Mr. Fleet, *ib.* page 115, is dated — S'akanṛipakâlâtîta-saṁvatsaraśata-chatushṭayê saptadaśâdhikê Jyêshṭhâmâvâsyâ-sûryagrâhê, *i. e.*, according to Mr. Fleet's translation, 'in (*the year*) four hundred, increased by seventeen, of the centuries of years that have elapsed from the time of the S'aka king, at (*the time of*) an eclipse of the sun on the new-moon day of (*the month*) Jyêshṭha'. Assuming, for reasons which it is unnecessary to mention here, the date to have been recorded in the Chêdi era, and taking that era to commence in A.D. 248, the year corresponding to 417 would be A.D. 665. In that year, the new-moon day of the month Jyaishṭha fell on April 21, and on that day, according to von Oppolzer's *Canon der Finsternisse*, there *was* a solar eclipe, $3^h 57^m$ Greenwich time, or, at Laṅkâ, at 9 A.M.

The Nausâri grant, which has been edited by Dr. Bhagvânlâl Indrajî, *ib.* page 70, is dated — 456 (expressed in numerical symbols), Mâgha-śuddha-pañchadaśyâṁ chandrôparâgê, *i. e.* 'on the 15th lunar day of the bright half of the month Mâgha, on the occasion of an eclipse of the moon', on a day of the week which, owing to the damaged state of the plate, cannot now be given with any certainty. Assuming the date to have been recorded in the Chêdi era, and taking that era to commence in A.D. 248, the corresponding date must be either Wednesday, January 14, 705, or Tuesday, February 2, 706, according as the figure 456 denotes the current year or the number of years elapsed. According to von Oppolzer's *Canon der Finsternisse*, there was no lunar eclipse on January 14, 705, but there *was* one on February 2, 706, $16^h 37^m$ Greenwich time, or, at Laṅkâ $9^h 40^m$ P.M.

For the date of the Kâvî grant, which has been edited by Dr. Bühler in the *Indian Antiquary*, Vol. V, page 109, and of

which I owe a photograph to Dr. Bühler and an impression to Mr. Fleet, we have two data, one in lines 15 and 16, and the other in lines 24 and 25, of which the latter, unfortunately, owing to the state of the plate, is not absolutely certain. In lines 15 and 16 we read —

L. 15 . . . . . Âshâḍha-śud[dh]a-daśam[yâṁ?]

L. 16 Karkkaṭaka-r[â*]śau sa[ṁ]krânt[ê?] ravau . . . . . *i.e.*, 'on the tenth [lunar day] of the bright half of (*the month*) Âshâḍha, the sun having entered into the zodiacal sign of Cancer', *i. e.*, as I take it, after consultation with Dr. Bühler, on the occasion of the sun's entering the sign of Cancer, or, on the Karkaṭasaṁkrânti. In lines 24 and 25, of which the former is incomplete at the end and the latter at the beginning, we read —

L. 24 . . . . . sa[ṁ]vatsara-śatachatushṭayê[sha?] x x x x x

L. 25 x x x x [sa?]ṁ 400. 80. 6. Âshâḍha śu [10?] Âdityavârê ‖ . . . . . .

The *sha* at the end of line 24 is distinctly visible, but there are certain marks below it, both in the impression and, more clearly still, in the photograph, which would render it possible to read the whole Akshara *shṭa*, *i. e.*, to regard it as the beginning of the word *'shṭâśîti* 88, not of *shaḍaśîti* 86, were it not that in the following line the numerical symbol for the unit is distinctly 6, and not the similar symbol for 8. In line 25 the numerical symbol following upon *śu* is decidedly indistinct. What is clearly seen, both in the impression and in the photograph, is the symbol for 10, as it occurs *e. g.* at the end of the Valabhi grant of Dharasêna II, in *Indian Antiquary*, Vol. VIII, page 303, *minus* the curved line on the right; but there are indications that that curved line had been engraved, and that therefore 10 was intended. It is more difficult to say, whether certain marks after the symbol for 10 are accidental scratches or intended to denote the unit 1 or 2. Here the actual mention of the tenth in line 15 is a *primâ facie* argument in favour of the former and against the latter alternative.

In all probability, then, the grant is dated — 486, on the 10th lunar day of the bright half of the month Âshâḍha, on a Sunday, on the occasion of the sun's entering into the zodiacal sign of Cancer. But there is just the possibility, that the grant was *made* on the occasion of the Karkaṭasaṁkrânti, the 10th Tithi of the bright half of Âshâḍha, and *recorded* on a Sunday, the 11th or 12th of the bright half of Âshâḍha. Under any circumstances the date, if falling within the 8th century A.D., must, ge-

nerally speaking, fall on or after June 22, the approximate day of the Karkaṭasaṁkrânti.

Supposing the date to be recorded in the Chêdi era, and taking that era to commence in A.D. 248, the corresponding year would be either A.D. 734 or 735. But in A.D. 734 the Karkaṭasaṁkrânti took place about $7^h\,30^m$ after sunset of *Tuesday*, June 22, while the 10th of the bright half of Âshâḍha fell on *Tuesday*, June 15, *i. e.*, seven days *before* the Saṁkrânti. And in A.D. 735 the Karkaṭasaṁkrânti took place on *Thursday*, June 23, while the 10th of the bright half of Âshâḍha had fallen already on *Sunday*, June 5, *i. e.* no less than eighteen days *before* the Saṁkrânti. And I may state here at once, that in the whole century from A.D. 676 to 775 there is *not a single year*, in which the Karkaṭasaṁkrânti fell on any *Sunday* which was *the tenth of the bright half* of Âshâḍha or of any other month.

I believe, then, that, if (as appears to be the opinion of those best qualified to judge) the date must really be referred to the Chêdi era, which I take to commence in A.D. 248, we have to resort to the other possible interpretation of the date, which I have spoken of, and at the same time, however reluctant we may be, to assume an error in the numerical symbols for *the year* of the grant. And from this point of view, I may state that, after a careful examination of a considerable number of years on either side of A.D. 734, the year which would appear best to satisfy the requirements of the case, is A.D. 736 = Chêdi-saṁvat 488 current. In that year, the Karkaṭasaṁkrânti took place about 8 hours after sunrise of Friday, June 22. June 22, it is true, was civilly su. di. 9 of Âshâḍha, but as the 9th Tithi ended already 21 or, in Gujarâth, about 45 minutes after sunrise, the Saṁkrânti did take place while the 10th Tithi was current. During that Tithi the grant may have been *made*, and it may have been *recorded* on the following Sunday, June 24, which was Âshâḍha su. di. 12. I have shown above, that the last Akshara in line 24 of the grant may be *shṭa*, not *sha*, and that the figure for the day in line 25 may be 11 or 12, and I need hardly add that the substitution, by the also in other respects not very careful writer or engraver, of the unit 6 of 486 for the unit 8 of 488 would be accounted for by the great similarity of the symbols for the two units. At the same time, I confess that I am averse to all conjectures regarding dates, and I shall be glad if others will solve this difficulty in a more satisfactory manner.

Another date, the calculation of which has hitherto yielded

no satisfactory results, is that of the Rêwa copperplate grant of Jayasiṁhadêva, mentioned in *Archaeol. Survey of India*, Vol. XXI, page 145. Of that date I hope to treat, when editing the inscription.

In conclusion, I have to thank my friend Professor Jacobi for having allowed me the use of his tables, by the construction of which he has rendered a service of the utmost importance to all who take an interest in Indian inscriptions.

Zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit schlecht leitender fester Körper nach absolutem calorimetrischem Maaße.

Von

Hugo Meyer.

Nach der Fourierschen Theorie der Wärmeleitung hat die Temperatur v eines Körpers, der, ursprünglich durch seine ganze Masse auf die Temperatur 1 erwärmt, in einen Raum von der constanten Temperatur 0 gebracht wird, an der Oberfläche des Körpers der Gleichung

$$k\frac{\partial v}{\partial n} = hv$$

zu genügen, wo h die äußere, k die innere Wärmeleitungsfähigkeit und n die nach außen gerichtete Normale der Begrenzungsfläche bezeichnet. — In dem speciellen Falle, daß der erwärmte Körper in schmelzendes Eis gebracht wird, nimmt Fourier an, daß in demselben Momente die äußerste Schicht des Körpers auf die Temperatur Null herabsinkt und dann diese Temperatur dauernd beibehält; an die Stelle obiger Gleichung tritt dann die Bedingung

von $t = t$ an ist an der Oberfläche $v = 0$.

Macht man für den Fall, daß der Körper zur Zeit $t = t$ in Wasser gebracht wird, das ihn allerseits frei umspült, dieselbe Hypothese, daß nämlich die äußerste Schicht des Körpers stets die Temperatur des umgebenden Wassers hat, so eröffnet sich ein bequemer Weg zur experimentellen Bestimmung der inneren Wärmeleitungsfähigkeit k des Körpers nach absolutem Maaße, falls dieselbe klein ist, und der Körper eine geeignete Form hat. Für die Zulässigkeit dieser Hypothese sprechen einige Versuche, welche mit demselben Körper (Glasprisma) bei verschiedener Oberflächenbeschaffenheit ausgeführt wurden. Ob die Oberfläche rauh, polirt oder berußt war, für die Wärmeleitungsfähigkeit ergaben sich

Werthe, welche innerhalb der Beobachtungsfehler einander gleich waren.

Diese neue Bestimmungsmethode ergiebt sich folgendermaaßen.

Der Körper habe die Gestalt eines Würfels von der Seitenlänge $2a$; derselbe sei durch seine ganze Masse auf die Temperatur 1 erwärmt und werde zur Zeit $t = 0$ in eine Wassermasse eingehängt, deren Temperatur 0 ist; wir nehmen einstweilen an, daß die Temperatur des Wasserbades während des ganzen Versuches constant bleibe. Dann ist die Temperatur v eines beliebigen Punktes x, y, z des Körpers zu einer beliebigen Zeit $t = t$ eine Function der Coordinaten des Punktes und der Zeit, welche, wenn der Coordinatenanfang im Mittelpunkt des Würfels liegt, den folgenden Bedingungen zu genügen hat:

1) $$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{k}{c\delta}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)$$

2) $$v = 1, \text{ für } t = 0.$$

3) $$v = 0, \text{ für } x = \pm a, y = y, \quad z = z$$
$$x = x, \quad y = \pm a, z = z$$
$$x = x, \quad y = y, \quad z = \pm a$$

c bezeichnet die specifische Wärme und δ die Dichtigkeit des Körpers.

Der Gleichung 1) wird genügt durch

$$v = e^{-\mu t} \cos \alpha x \cos \beta y \cos \gamma z,$$

wenn $$\mu = \frac{k}{c\delta}(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2).$$

Die Bedingung 3) wird erfüllt durch

$$\alpha = \beta = \gamma = \frac{2n+1}{a} \cdot \frac{\pi}{2}.$$

Setzen wir daher

$$m = \tfrac{1}{4} \frac{(2n+1)^2 \pi^2 k}{c\delta a^2}$$

so sind 1) und 3) erfüllt durch jedes v von der Form

$$v = e^{-mt} \cos \frac{2n+1}{a} \frac{\pi}{2} x \cdot \cos \frac{2n+1}{a} \frac{\pi}{2} y \cdot \cos \frac{2n+1}{a} \frac{\pi}{2} z.$$

Daher die allgemeine Lösung von 1) und 3)

$$v = \Sigma A_{2n+1} e^{-mt} \cos \frac{2n+1}{a} \frac{\pi}{2} x \times \Sigma B_{2n+1} e^{-mt} \cos \frac{2n+1}{a} \frac{\pi}{2} y$$
$$\times \Sigma C_{2n+1} e^{-mt} \cos \frac{2n+1}{a} \frac{\pi}{2} z.$$

Die Bedingung 2) liefert $A_{2n+1} = B_{2n+1} = C_{2n+1}$

$$\Sigma A_{2n+1} \cos \frac{2n+1}{a} \frac{\pi}{2} x = 1,$$

woraus $$A_{2n+1} = \frac{(-1)^n}{2n+1} \frac{4}{\pi}.$$

Die durch 1) 2) und 3) definirte Function v ist also

$$v = \frac{2^6}{\pi^3} \sum_0^\infty \frac{(-1)^n}{2n+1} e^{-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 k}{4c\delta a^2} t} \cos \frac{2n+1}{a} \frac{\pi}{2} x \qquad \text{I)}$$
$$\times \sum_0^\infty \frac{(-1)^n}{2n+1} e^{-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 k}{4c\delta a^2} t} \cos \frac{2n+1}{a} \frac{\pi}{2} y$$
$$\times \sum_0^\infty \frac{(-1)^n}{2n+1} e^{-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 k}{4c\delta a^2} t} \cos \frac{2n+1}{a} \frac{\pi}{2} z.$$

Daraus berechnet sich die Mitteltemperatur (v) des Würfels zur Zeit $t = t$ aus

$$\sqrt[3]{(v)} = \frac{8}{\pi^3} \sum_0^\infty \frac{1}{(2n+1)^3} e^{-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 k}{4c\delta a^2} t} \qquad \text{II)}$$
$$= \frac{8}{\pi^3} \left\{ e^{-\frac{\pi^2 k}{4c\delta a^2} t} + \frac{1}{9} e^{-\frac{3^2 \pi^2 k}{4c\delta a^2} t} + \ldots \right\}$$

In dieser Reihe wird man sich nur ausnahmsweise auf das erste Glied beschränken können, immer aber wird es genügen die beiden ersten Glieder zu benützen, dann kann man schreiben

$$\sqrt[3]{(v)} = \frac{8}{\pi^3} (1+\varepsilon) e^{-\frac{\pi^2 k t}{4c\delta a^2}} \qquad \text{III)}$$

wo $$\varepsilon = \frac{1}{9} e^{-\frac{2\pi^2 k t}{c\delta a^2}}.$$

Die Mitteltemperatur (v) des Körpers kann nun für passende Werthe von t in weiter unten anzugebender Weise experimentell bestimmt werden. Man wird also aus III) die innere Wärmeleitungsfähigkeit k berechnen können

$$k = \frac{4c\delta a^2}{\pi^2 t} \log \text{nat.} \frac{8(1+\varepsilon)}{\pi^3 \sqrt[3]{(v)}}. \qquad \text{IV)}$$

Die Größe ε setzt nun allerdings die Kenntniß von k bereits voraus, allein sie ist nur eine kleine Correctionsgröße, zu deren Berechnung ein angenäherter Werth von k ausreichend ist. Diesen angenäherten Werth erhält man mit ausreichender Genauigkeit aus IV), wenn man darin $\varepsilon = 0$ setzt.

$$k' = \frac{4c\delta a^2}{\pi^2 t} \log \text{nat.} \frac{8}{\pi^3 \sqrt[3]{(v)}}. \qquad \text{IV')}$$

Mit Hülfe dieses k' berechnet man ε und erhält dann aus IV) den genauen Werth von k.

Ganz in derselben Weise ist der Fall zu behandeln, daß der Körper die Gestalt einer Kugel besitzt, man erhält dann

$$k = \frac{c\delta R^2}{\pi^2 t} \log \text{ nat.} \frac{6R(1+\varepsilon)}{\pi^2(v)}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{4} e^{-3\frac{k}{c\delta}\frac{\pi^2}{R^2}t}$$

Die Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit erfordert hiernach, die Messung der Mitteltemperatur des Würfels oder der Kugel in einem gegebenen Zeitmomente. Diese kann in folgender Weise ausgeführt werden. Der Körper sei auf eine höhere bekannte Temperatur erwärmt und werde zur Zeit $t = 0$ in ein Calorimeter gebracht, aus der Temperaturzunahme des Calorimeters während der Zeit $t = 0$ bis $t = t$ kann dann berechnet werden die Wärmemenge, welche der Körper während eben dieser Zeit abgegeben hat, folglich ist auch diejenige Wärmemenge bekannt, welche er im Zeitmoment $t = t$ noch enthält, und damit ist seine Mitteltemperatur in diesem Momente gegeben. Den erforderlichen Werth der specifischen Wärme des Körpers liefert derselbe Versuch, wenn man ihn bis zu den letzten Wärmeausgleichungen fortsetzt.

Der Theorie liegt die Annahme zu Grunde, daß das Wasser, in welchem die Abkühlung statt findet, während des ganzen Versuches dieselbe Temperatur halte, und daß die Differenz der Anfangstemperatur des erhitzten Körpers und des Calorimeters gleich 1 gesetzt werde. Beim Versuche selbst ändert sich aber die Temperatur im Calorimeter, und eben diese Aenderung ermöglicht ja allein die experimentelle Bestimmung der Mitteltemperatur des Körpers zu einer gegebenen Zeit. Man kann sie daher nicht vermeiden, wird sie aber bei genügend empfindlichen Thermometern, eventuell bei Anwendung von Thermoelementen, auf eine Größe herabdrücken können, welche doch nur klein ist im Vergleiche zur Temperatureinheit, und dann wird man die Theorie auch noch auf diesen Fall anwenden können. Ist v_0 die Anfangstemperatur des erwärmten Körpers, und sind u_0 und u_t die Temperaturen des Calorimeters zu den Zeiten $t = 0$ und $t = t$, alle in Centigraden, so ist die theoretische Temperatureinheit für (v_t) gleich $v_0 - \frac{u_0 + u_t}{2}$ zu setzen. Wenn man also, was immer zu empfehlen, bei demselben Versuche verschiedene u_t, etwa von 10 zu 10 Secunden,

mißt, um daraus ebensoviele Werthe von k zu berechnen, so sind den einzelnen Berechnungen etwas verschiedene Temperatureinheiten zu Grunde zu legen.

Nach dieser Methode habe ich die Wärmeleitungsfähigkeit verschiedener Glassorten bestimmt. Die Körper wurden in einem Luftbade, dessen Temperatur mit Hülfe eines Reichertschen Thermostaten auf beiläufig 50° constant erhalten wurde, erwärmt und dann in ein Calorimeter gebracht, dessen Temperaturänderungen an einem in 0.1° getheilten Geißlerschen Thermometer verfolgt wurden. Die Thermometerlesungen wurden mit einem Fernrohr aus größerer Entfernung bis auf 0.01° ausgeführt. Wesentliche Bedingung für das Gelingen des Versuches ist ein kräftiges Rühren des Wassers im Calorimeter, damit die von dem Körper abgegebene Wärme sich rasch durch die ganze Masse des Wassers verbreitet, sich an der Oberfläche des Körpers keine wärmeren Wasserschichten anlagern können und das Thermometer des Calorimeters immer die Temperatur der Oberfläche des Versuchsobjectes angiebt. Dieses Rühren wurde in befriedigender Weise durch eine kleine mit zwei Schaufelsystemen versehene, in das Calorimeter eingesetzte Turbine besorgt, welche durch eine durch die Wasserleitung getriebene größere Turbine mit Hülfe eines Fadenlaufs gedreht wurde. Dabei wurde darauf geachtet, daß die Turbine das Wasser im Calorimeter von unten nach oben schöpfte, weil sich im entgegengesetzten Falle an der untern Fläche des Körpers eine Menge kleiner Luftblasen ansetzte, welche leicht stören konnte. Die automatische Rührvorrichtung hat den weiteren Vortheil, daß die Nähe des Beobachters beim Calorimeter vermieden werden kann. Nachdem der Körper einige Zeit, in der Regel 50 Secunden bis 1 Minute, im Calorimeter hing, wurde mit den Thermometerablesungen begonnen, und die Temperatur des Calorimeters nun von 10 zu 10 Secunden bestimmt. Von diesen Bestimmungen wurden für die Berechnung von k nur diejenigen aus der Periode benutzt, während welcher die Temperaturänderungen des Calorimeters mit dem Thermometer scharf verfolgt werden konnten; so lieferte jeder Versuch 5 oder 6 einzelne Werthe von k. Ein ausführliches Beobachtungsprotocoll möge das Gesagte erläutern.

Beobachtungen vom 15. Januar 1888.

Würfel aus Spiegelglas: $2a = 2.252$ ctm, $\delta = 2.531$.

Anfangstemperatur des Würfels 52.°60.

Wasserwerth des gefüllten Calorimeters mit Thermometer 91.88 gr.

Temperatur des Calorimeters

$1^m\ 0^s$	10.35° blieb constant
$2^m\ 0^s$	10.35
$2^m 15^s$	Würfel in das Calorimeter gehängt.
$3^m 20^s$	12.°44
30^s	12.50
40^s	12.54
50^s	12.58
$4^m\ 0^s$	12.61
10^s	12.62
20^s	12.63
30^s	12.64
40^s	12.64
50^s	12.65

Daraus ergiebt sich zunächst

$$c = 0.1825$$

$$\log Mc = 0.72614$$

constant während der folgenden Zeit 12.°65.

Zur Berechnung des angenäherten Werthes k' dient danach die Formel

$$k' = \frac{N\log 9.73851}{t} \times \log_{10}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{(v)}} \times N\log 9.90879\right).$$

Mit diesem Werthe von k' berechnet man ε nach

$$\log \varepsilon = c.d.\left\{0.95424 + N(1.16458 + \log k't)\right\}$$

und schließlich den genauen Werth von k

$$k = \frac{N\log 9.73851}{t} \times \log\left(\frac{1+\varepsilon}{\sqrt[3]{(v)}} \times N\log 9.90879\right).$$

Die theoretische Einheit der Temperatur ist für die einzelnen Zeitmomente: nach dem Einhängen des Würfels in das Calorimeter

65^s	75^s	85^s	95^s	105^s
41.°20	41.°17	41.°15	41.°13	41.°12.

In diesen Einheiten ausgedrückt, beträgt die Mitteltemperatur des Würfels in den betreffenden Zeitmomenten

(v)	0.1244	0.0986	0.0813	0.0641	0.0513

und für k', ε und k ergeben sich folgende zugehörige Werthe

k'	0.1067	0.1070	0.1049	0.1063	0.1060
ε	0.0023	0.0012	0.0007	0.0004	0.0002
k	0.1073	0.1071	0.1050	0.1064	0.1060

Mittel $k = 0.1064$.

Die nachfolgende Tabelle enthält die für drei verschiedene Glassorten gefundenen Resultate:

	$2a$	δ	c	k
Spiegelglas	2.252	2.531	0.186	0.107
Crownglas	2.324	2.550	0.161	0.098
Flintglas	2.312	3.632	0.117	0.086.

Die Einheiten sind Centimeter, Gramm, Minute.

Um die Zuverlässigkeit der besprochenen Untersuchungsmethode zu prüfen, wurde die Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit des Spiegelglases noch nach einer zweiten Methode ausgeführt, welche im Principe mit der von H. Weber[1]) zur Messung der Wärmeleitungsfähigkeit von Flüssigkeiten angewandten identisch ist. Aus demselben Glasklotze, aus welchem der oben erwähnte Spiegelglaswürfel herausgeschnitten war, wurde eine Kreisplatte ($R = 1.120$, $d = 0.300$ ctm) geschliffen. Auf die Endfläche derselben wurden zwei Körnchen von verschiedenem Paraffin (Schmelzpunkt von I 46.°0 von II 75.°0) aufgedrückt und die Zeitdifferenz zwischen dem Beginn des Schmelzens jener Körnchen gemessen, wenn die Platte, welche zu Anfang durch ihre ganze Masse Zimmertemperatur hatte, mit der zweiten Endfläche auf eine Unterlage von der Temperatur des siedenden Wassers gebracht wurde.

Für die Theorie dieses Versuches ist es bequem, die Temperaturscale umzukehren und das Problem wie folgt zu formuliren:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{k}{c\delta}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r}\right) \qquad 1)$$

für $x = d$ muß $\quad k\frac{\partial v}{\partial x} - hv = 0$ 2)

für $r = R$ muß $\quad k\frac{\partial v}{\partial r} - hv = 0$ 3)

für $t = 0$ muß $\quad v = -1$ 4)

für $x = 0$ muß $\quad v = 0$ 5)

h bezeichnet die äußere Wärmeleitungsfähigkeit, alle andern Größen haben die frühere Bedeutung.

Der Gleichung 1) und der Bedingung 5) genügt

$$v = A \sin \alpha x J^0(mr)\, e^{-\mu t},$$

wenn $\quad \mu = \frac{k}{c\delta}(\alpha^2 + m^2)$ 6)

und $J^0(mr)$ die Besselsche Function erster Ordnung ist. — Die Gleichung 2) bestimmt α als Wurzel der transcendenten Gleichung

$$\frac{\alpha d}{\operatorname{tang} \alpha d} = \frac{h}{k} d. \qquad 7)$$

Die Bedingung 3) ist erfüllt, wenn m eine Wurzel ist der Gleichung

$$mR\frac{J^1(mr)}{J^0(mr)} = -\frac{h}{k}R. \qquad 8)$$

Wir denken uns die unendlich vielen Wurzeln der Gleichungen

1) H. Weber, Wied. Ann. 10 p. 103, 1880.

7) und 8) der Größe nach geordnet und bezeichnen die aufeinander folgenden durch $\alpha_1, \alpha_2, \cdots$ resp. $m_1, m_2, \cdots$, dann ist die allgemeine Lösung von 1) und der Bedingungen 2), 3), 5) gegeben durch

$$9) \qquad v = \sum_1^\infty A_i \sin \alpha_i x \cdot e^{-\frac{k}{c\delta}\alpha_i^2 t} \times \sum_1^\infty B_j J^0(m_j r)\, e^{-\frac{k}{c\delta} m_j^2 t}.$$

Die Constantensysteme A und B sind so zu bestimmen, daß auch 4) erfüllt ist, das ist der Fall, wenn gleichzeitig

$$\Sigma A_i \sin \alpha_i x = -1 \quad \text{und}$$
$$\Sigma B_j J^0(m_j r) = 1$$

d. h.

$$A_i = -\frac{4 \sin^2 \frac{\alpha_i d}{2}}{\alpha_i d \left(1 - \frac{\sin 2\alpha_i d}{2\alpha_i d}\right)}$$

$$B_j = \frac{2J^1(m_j R)}{(J^0(m_j R))^2} \cdot \frac{1}{m_j R \left(1 + \frac{h^2}{k^2 m_j^2}\right)}.$$

Es wird unten gezeigt werden, daß wir uns in den Reihen 9) auf das erste Glied beschränken dürfen. Dann wird die Temperatur in einem um v vom Mittelpunkte der Kreisplatte abstehenden Punkte der oberen Endfläche dargestellt durch

$$10) \qquad v = A_1 B_1 \sin \alpha_1 x\, J^0(m_1 r)\, e^{-\frac{k}{c\delta}(\alpha_1^2 + m_1^2)t}.$$

Beobachten wir an zwei zum Mittelpunkte der Platte gleich gelegenen Punkten die Temperaturen v_1 und v_2 zu den Zeiten t_1 und t_2, und bilden wir die diesen beiden Werthen entsprechenden Gleichungen 10), so können wir dieselben combiniren zu

$$11) \qquad \frac{v_1}{v_2} = e^{-\frac{k}{c\delta}(\alpha_1^2 + m_1^2)(t_2 - t_1)},$$

woraus

$$12) \qquad k = \frac{c\delta}{(\alpha_1^2 + m_1^2)(t_2 - t_1)} \log \text{nat} \left(\frac{v_1}{v_2}\right).$$

Die Berechnung der Wurzeln α und m aus 7) setzt die Kenntniß der angenäherten Werthe von h und k voraus. k wurde nach der im ersten Theile dieses Aufsatzes besprochenen Methode bestimmt und h in folgender Weise gemessen. Ein aus demselben Glasklotze wie die Kreisplatte herausgeschnittenes Prisma wurde, nachdem es gleichmäßig erwärmt war, zur Zeit $t = 0$ aus dem Ofen genommen und bis zur Zeit $t = t$ in Luft von der Temperatur v_0 der Abkühlung überlassen, es besaß dann die Mitteltemperatur (v). Bezeichnet v_1 die Anfangstemperatur, so besteht, wenn die äußere Wärmeleitungsfähigkeit klein ist im Vergleich mit der innern die Gleichung

$$(v) - v_0 = (v_1 - v_0) e^{-\frac{k}{c\delta}\frac{O}{V}t}$$

wo O die Oberfläche und V das Volumen des Körpers bezeichnet. — Zur Bestimmung von (v) wurde das Prisma, nachdem es sich von $t = 0$ bis $t = t$ in Luft abgekühlt hatte, in ein Calorimeter gebracht, und in diesem die Wärmemenge gemessen, welche der Körper zur Zeit $t = t$ noch enthielt, daraus konnte alsdann die Mitteltemperatur (v) in leicht ersichtlicher Weise berechnet werden. Es ergab sich

$$h = 0.024$$
$$\frac{h}{k} = 0.2299 .$$

Nachdem dieser Werth gefunden ist, können die Wurzeln der Gleichungen 7) und 8) berechnet werden. Man findet:

$$\alpha_1 d = 1.5257 = 0.9713 \frac{\pi}{2} \text{ also } \alpha_1 = 5.086$$
$$\alpha_2 d = 4.6979 = 0.9969 \frac{3\pi}{2} \text{ „ } \alpha_2 = 15.660$$
$$\alpha_3 d = 7.8452 = 0.9989 \frac{5\pi}{2} \text{ „ } \alpha_3 = 26.151$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

die folgenden Wurzeln schließen sich immer enger an $\frac{7\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}, \cdots$ an.

Für die Coefficienten A erhält man diese Werthe

$$A_1 = -1.430$$
$$A_2 = -0.432$$
$$A_3 = -0.253$$
$$\cdots\cdots$$

Die Berechnung der m aus 8) geschieht mit Hülfe der Hansen schen Tafeln [1])

$$m_1 R = 1.847 \text{ also } m_1 = 1.649$$
$$m_2 R = 3.471 \text{ „ } m_2 = 3.099$$
$$m_3 R = 5.061 \text{ „ } m_3 = 4.519$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

und endlich folgen für die B diese Werthe

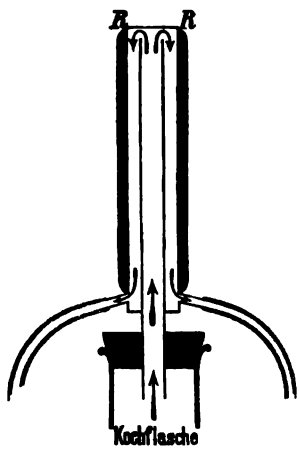
$$B_1 = 0.3761$$
$$B_2 = -0.1415$$
$$B_3 = 0.0816$$
$$\cdots\cdots$$

Bei dem raschen Wachsen der α und dem ebenfalls ziemlich raschen Abnehmen der A wird man sich in der ersten Summe von

1) Hansen, Mittheilungen der Sternwarte Seeberg. I. Theil. Gotha 1843.

9) unbedenklich auf das erste Glied beschränken können. In der zweiten, auf j bezüglichen Reihe könnte dieses mißlicher erscheinen; denn die m wachsen nur langsam und die B nehmen auch nur langsam ab. Führt man indessen in 9) die Berechnung der folgenden Glieder durch, so findet man, daß das zweite Glied nur noch ein Tausendstel des ersten ausmacht, daher erscheint die Formel 10) unbedenklich anwendbar.

Bei der Ausführung der Versuche kommt es darauf an, plötzlich die ganze untere Begrenzungsfläche der Platte gleichmäßig zu erwärmen. Dieses wurde durch einen Apparat erreicht, welcher den gebräuchlichen Vorrichtungen zur Siedepunktbestimmung von Thermometern nachgebildet und in der beistehenden Figur in etwa $^1/_3$ natürlicher Größe im Durchschnitt dargestellt ist. Er unterscheidet sich von den Siedepunktapparaten nur dadurch, daß er oben durch eine dünne Kupferplatte ganz verschlossen und sonst mit Wolle umhüllt ist. Zur Abhaltung von Strömen erwärmter Luft vom Heizkolben und von der Flamme her, wurde oben über den Apparat ein großer Schirm gestellt, welcher nur die obere Endfläche hindurchließ. Anfangs hatte es einige Schwierigkeiten die Glasplatte in hinreichend sichern Contact mit der polirten Kupferplatte zu bringen. Dieselben wurden in einfachster Weise dadurch beseitigt, daß um das obere Ende des Erwärmungsapparates ein niedriger Papierrung R gelegt und dann auf die vorher amalgamirte Endfläche etwas Quecksilber aufgetragen wurde. Ist die Quecksilberfläche blank und die Glasplatte staubfrei, so ist der Contact gut. Man beobachtet dann die Spiegelbilder der Paraffinpünktchen in dem Quecksilber und kann so den Moment des eintretenden Schmelzens schärfer bestimmen, als wenn man die Pünktchen von oben betrachtet. Diese Versuche ergaben



$$k = 0.108.$$

Bei der principiellen Verschiedenheit der angewandten Methoden wird die Uebereinstimmung der nach beiden gefundenen Werthe von k gewiß befriedigen. Da die letztere Methode jedenfalls einwurfsfrei ist, so ist damit die Berechtigung der ersteren, calorimetrischen Bestimmungsweise und die Zulässigkeit der ihr zu Grunde liegenden Annahme erwiesen.

Inhalt von Nr. 8.

F. Kielhorn, the Initial Point of the Chédi Era. — *Hugo Meyer*, zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit schlecht leitender Körper nach absolutem calorimetrischem Maasse.

Für die Redaction verantwortlich: *E. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

7. März. № 4. 1888.

ROYAL COLLEGE OF SURGEONS OF ENGLAND
10 MAY 88
LIBRARY

Universität.

Verzeichniß der Vorlesungen auf der Georg-Augusts-Universität zu Götingen während des Sommerhalbjahrs 1888.

Die Vorlesungen beginnen den 16. April und enden den 15. August.

Theologie.

Alttestamentliche Theologie: Prof. *Duhm* viermal um 4 Uhr.
Erklärung der Genesis: Prof. *Bertheau* fünfst. 10 Uhr.
Erklärung der Psalmen: Prof. *Schultz* fünfmal um 12 Uhr.
Erklärung des Buchs Hiob: Prof. *Duhm* viermal um 10 Uhr.
Erklärung des Isaias: Prof. *de Lagarde* fünfmal um 10 Uhr.

Theologie des Neuen Testaments: Prof. *Ritschl* sechsmal um 12 Uhr.

Synoptische Erklärung der drei ersten Evangelien: Prof. *Lünemann* sechsstündig um 9 Uhr.

Erklärung der Paulinischen Briefe mit Ausnahme des Briefs an die Römer und der Pastoralbriefe: Prof. *Wiesinger* fünfmal um 9 Uhr.

Kirchengeschichte der sechs ersten Jahrhunderte: Prof. *Reuter* sechsmal um 7 Uhr.

Reformations- und Neuere Kirchengeschichte: Prof. *Wagenmann* fünfmal um 8 Uhr.

Geschichte der Kirche und Theologie seit Mitte des achtzehnten Jahrhunderts, vornehmlich im neunzehnten: Prof. *Reuter* fünfmal um 8 Uhr.

Kirchengeschichte von Hannover und Braunschweig: Prof. *Wagenmann* viermal um 7 Uhr.

Geschichte und Erklärung der Augsburgischen Confession: Lic. *Mirbt* einstündig, Montags um 5 Uhr, unentgeltlich.

Dogmatik II. Theil: Prof. *Schultz* fünfmal um 10 Uhr.

Vergleichende Symbolik: Prof. *Ritschl* sechsmal um 11 Uhr.

Praktische Theologie: Prof. *Wiesinger* vierstündig um 3 Uhr.

Geschichte und System der Paedagogik: Prof. *Knoke* viermal um 4 Uhr.

Erklärung der kirchlichen Perikopen in Verbindung mit homiletischen Meditationsübungen: *Derselbe* dreimal um 9 Uhr.

Kirchenrecht s. unter *Rechtswissenschaft* S. 52.

Die alttestamentlichen Uebungen der wissenschaftlichen Abtheilung des theologischen Seminars leitet Prof. *Bertheau* Dienstags 6—8 Uhr; die neutestamentlichen Prof. *Wiesinger* Montags um 6; die kirchen- und dogmenhistorischen Prof. *Wagenmann* Freitags um 6; die dogmatischen Prof. *Schultz* Donnerstags um 6 Uhr.

Die homiletischen Uebungen der praktischen Abtheilung des theologischen Seminars leiten abwechslungsweise Prof. *Schultz* und Prof. *Knoke* Sonnabends 9 — 11 Uhr öffentlich; die katechetischen Uebungen Prof. *Wiesinger* am Mittwoch von 2 — 3 Uhr und Prof. *Knoke* Sonnabends 2—3 Uhr öffentlich; die liturgischen Uebungen *Derselbe* Sonnabends 9—10 Uhr öffentlich.

Kirchengeschichtliche Uebungen hält privatissime Prof. *Reuter* Donnerstags um 5 Uhr.

Rechtswissenschaft.

Institutionen des römischen Rechts: fünfstündig von 8—9 Uhr und Mittwoch von 7—8 Uhr Prof. *Regelsberger.*

Geschichte des römischen Rechts: Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag von 7—8 Uhr Prof. *J. Merkel.*

Pandekten I. Theil (Allgemeine Lehren, Sachenrecht, Obligationenrecht): Montag bis Freitag von 11—1 Uhr Prof. *J. Merkel.*

Pandekten II. Theil (Familien- und Erbrecht): Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag von 7—8 Uhr Prof. *Regelsberger.*

Ausgewählte Lehren aus den Pandekten: Sonnabend von 10—11 Uhr Dr. *Goldschmidt*, unentgeltlich.

Das römische Erbrecht: fünfmal wöchentlich von 3 — 4 Uhr Prof. *Wolff.*

Exegetische Uebungen in den Digesten: Montag von 5—7 Uhr Prof. *Regelsberger.*

Pandektenpraktikum; Montag, Mittwoch, Freitag von 12—1 Uhr Prof. *v. Ihering.*

Conversatorium über Pandekten: in vier noch zu bestimmenden Stunden Dr. *Goldschmidt.*

Deutsche Rechtsgeschichte: fünfmal von 8—9 Uhr Prof. *Dove.*

Deutsches Privatrecht: täglich von 10—11 Uhr Prof. *Ehrenberg.*

Handels- und Seerecht: täglich außer Mittwoch von 9—10 Uhr Prof. *Ehrenberg.*

Wechselrecht: Mittwoch von 9—10 Uhr Prof. *Ehrenberg* öffentlich.

Preußisches Privatrecht: Dienstag, Mittwoch, Donnerstag, Freitag von 11—12 Uhr Prof. *Ziebarth.*

Strafrecht: fünfstündig von 11—12 Uhr Prof. *v. Bar.*

Deutsches Staatsrecht (Reichs- und Landesstaatsrecht): fünfmal wöchentlich von 8—9 Uhr Prof. *Frensdorff.*

Civilproceß, einschließlich des Konkurs- und der summarischen Processe fünfmal wöchentlich von 9—10 Uhr Prof. *John.*

Strafproceß: Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag von 10—11 Uhr Prof. *John.*

Criminalistische Uebungen: Donnerstag von 4—6 Uhr Prof. *Ziebarth.*

Staatswissenschaft siehe S. 61.

Medicin.

Zoologie, Botanik, Chemie s. unter *Naturwissenschaften.*

Knochen- und Bänderlehre: Dr. *Schiefferdecker* am Montag von 10—11, am Mittwoch und Sonnabend von 11—12 Uhr.

Der systematischen Anatomie II. Theil, Sinnesorgane, Gefäß- u. Nervenlehre, lehrt Prof. *Fr. Merkel* täglich von 12—1 Uhr.

Allgemeine Anatomie lehrt Prof. *Fr. Merkel* Montag, Dienstag, Donnerstag u. Freitag, von 11—12 Uhr.

Mikroskopische Uebungen hält Dr. *Schiefferdecker* für Anfänger vierstündlich und für Geübtere gleichfalls vierstündlich priv.

Specielle Histologie des Nervensystems trägt Prof. *Krause* am Mittwoch von 2—3 Uhr öffentlich vor.

Mikroskopische Curse in der speciellen Histologie hält Prof. *Krause* viermal wöchentlich um 2 Uhr oder zu passender Zeit.

Physiologie mit Erläuterungen durch Versuche und mikroskopische Demonstrationen: Prof. *Herbst* 6 Stunden wöchentlich um 10 Uhr.

Experimentalphysiologie I. Theil: Prof. *Meissner* täglich um 10 Uhr.

Physiologie der Zeugung und Embryologie: Prof. *Meissner* Freitag von 5—7 Uhr.

Arbeiten im physiol. Institut leitet Prof. *Meissner*.

Patholog. Anatomie der Knochen u. Muskeln lehrt Prof. *Orth* Mittwoch von 3—4 Uhr öffentlich.

Specielle patholog. Anatomie lehrt Prof. *Orth* täglich außer Sonnabend von 12—1 Uhr.

Mikroskopische Uebungen in der patholog. Histologie hält Prof. *Orth* privatissime Dienstag und Freitag von 3—5 Uhr.

Sections- und diagnostischen Cursus leitet Prof. *Orth* in passenden Stunden.

Physikalische Diagnostik verbunden mit Uebungen lehrt Prof. *Damsch* Montag, Mittwoch und Donnerstag von 4—5 Uhr.

Ueber physikalische Heilmethoden mit besonderer Berücksichtigung der Elektrotherapie, mit Uebungen am Krankenbett trägt Prof. *Damsch* dreimal wöchentlich vor.

Laryngoskopische Uebungen hält Prof. *Damsch* Sonnabend von 12—1 Uhr.

Ueber Impftechnik, verbunden mit Uebungen im Impfen, Prof. *Damsch* zu passenden Stunden.

Arzneimittellehre und Receptirkunde verbunden mit Experimenten und Demonstrationen sowie mit praktischen Uebungen im Receptiren und Dispensiren lehrt Prof. *Marmé* dreimal wöchentlich Montag, Dienstag und Donnerstag von 5—6 Uhr.

Specielle Toxicologie, I. Th., für ältere Mediciner lehrt in Verbindung mit Experimenten zweimal wöchentlich, Montag und Donnerstag von 2—3 Uhr Prof. *Marmé*.

Die gesammte Arzneimittellehre lehrt Prof. *Husemann* von 3—4 Uhr 5stündlich.

Ueber eßbare und giftige Pilze trägt Prof. *Husemann* öffentlich Donnerstag von 5—6 Uhr vor.

Ein pharmacognostisches Practicum mit mikroskopischen Uebungen hält für Pharmaceuten Prof. *Marmé* Sonnabend von 9—11 und von 11—1 Uhr.

Arbeiten im pharmacologischen Institut leitet Prof. *Marmé* täglich.

Specielle Pathologie und Therapie I. Hälfte lehrt Prof. *Ebstein* täglich, außer Montag, von 7—8 Uhr.

Ueber Kinderkrankheiten, I. Theil, trägt Prof. *Damsch* Dienstag und Freitag von 4—5 Uhr vor.

Die medicinische Klinik und Poliklinik hält Prof. *Ebstein* täglich, und zwar fünfmal von $10^1/_2$—12 Uhr, Sonnabend von $9^1/_4$—$10^3/_4$ Uhr.

Die Untersuchung des Harns und Sputums mit practischen Uebungen leitet Prof. *Ebstein* mit Dr. *Nicolaier* 1 mal wöchentlich in zu verabredender Stunde.

Poliklinische Referatstunde hält Prof. *Damsch* einmal wöchentlich publice.

Allgemeine Chirurgie lehrt Prof. *Rosenbach* dreimal wöchentlich von 8—9 Uhr Morgens, Dienstag, Mittwoch und Freitag.

Specielle Chirurgie lehrt Prof. *Lohmeyer* fünfmal wöchentlich von 8—9 Uhr.

Chirurgische Klinik hält Prof. *König* täglich mit Ausnahme Sonnabends von $9^1/_2$—$10^3/_4$ Uhr.

Chirurgische Poliklinik hält Prof. *König* gemeinsam mit Prof. *Rosenbach* $10^3/_4$ Uhr öffentlich.

Einen chirurgisch-diagnostischen Cursus hält Prof. *Rosenbach* zweimal wöchentlich, Dienstag und Freitag von 4—5 Uhr.

Operationscursus an Leichen hält Prof. *König* täglich 5—$6^1/_2$ Uhr mit Ausnahme Sonnabends.

Ueber Krankheiten der Gelenke mit Demonstrationen liest Dr. *W. Müller* zweimal wöchentlich in später zu bestimmenden Stunden.

Die Klinik der Augenkrankheiten hält Prof. *Leber* Montag, Dienstag, Donnerstag Freitag von 12—1 Uhr.

Augenspiegelcursus leitet Prof. *Leber* Mittwoch und Sonnabend von 12—1 Uhr.

Augenoperationscursus hält Prof. *Leber* Mittwoch und Sonnabend von 8—9 Uhr.

Ueber die Krankheiten der Nase und des Nasenrachenraums liest Prof. *Bürkner* 1 mal wöchentlich zu gelegner Stunde.

Ueber die practisch wichtigen Abschnitte der Ohrenheilkunde mit Uebungen im Ohrenspiegeln trägt Prof. *Bürkner* Dienstag und Freitag von 3—4 Uhr oder zu besser passender Zeit vor.

Poliklinik für Ohrenkranke hält Prof. *Bürkner* (für Geübtere) Mittwoch und Sonnabend von 12—1 Uhr.

Geburtshülflich-gynaekologische Klinik hält Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag um 8 Uhr Prof. *Runge.*

Die Krankheiten der ersten Lebenstage erörtert 1 mal wöchentlich publice Prof. *Runge.*

Geburtshülflichen Operationscursus am Phantom hält Dr. *Droysen* Mittwoch und Sonnabend von 8—9 Uhr.

Ueber Frauenkrankheiten liest Dr. *Droysen* Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag von 3—4 Uhr.

Psychiatrische Klinik verbunden mit Vorlesungen über Geisteskrankheiten hält Prof. *Meyer* wöchentlich in vier Stunden, Montag und Donnerstag von 3—5 Uhr.

Gerichtliche Psychiatrie mit casuistischen Demonstrationen lehrt (für Juristen) Prof. *Meyer* wöchentlich in zwei nach Verabredung festzusetzenden Stunden.

Hygiene, 2 Theil, lehrt Montag, Dienstag und Donnerstag früh 7—8 Uhr Prof. *Wolffhügel*.

Practische Uebungen u. Excursionen im Anschluß an die Vorlesung über Hygiene hält in zu verabredenden Stunden unentgeltlich Prof. *Wolffhügel*.

Medicinisch-chemisches Practicum leitet in passenden Stunden Prof. *Wolffhügel* gemeinschaftlich mit dem Assistenten Dr. *Kraas*.

Bacteriologischen Cursus, während eines Monats täglich vier Stunden, giebt Prof. *Wolffhügel*.

Hygienische Colloquien hält Freitag von 7—8 Uhr Vorm. unentgeltlich Prof. *Wolffhügel*.

Arbeiten im Institut für medicinische Chemie und Hygiene leitet Prof. *Wolffhügel* täglich in passenden Stunden.

Die äußeren Krankheiten der Hausthiere und Beurtheilungslehre des Pferdes und Rindes trägt Prof. *Esser* wöchentlich fünfmal von 8—9 Uhr vor.

Klinische Demonstrationen im Thierhospitale wird Prof. *Esser* öffentlich in zu verabredenden Stunden halten.

Philosophie.

Geschichte der Philosophie: Prof. *Rehnisch*, 5 Stunden, 11 Uhr.

Ueber Kants kritische Philosophie: Prof. *Peipers*, Mittwoch 9 Uhr, öffentlich.

Logik nebst Einleitung in die Philosophie: Prof. *Peipers*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 8 Uhr.

Moralphilosophie mit der Lehre von der Willens- und Charakterbildung: Prof. *Baumann*, Mont., Dienst., Donnerst., Freit. 9 Uhr.

Naturphilosophie: Prof. *G. E. Müller*, Mont., Dienst., Donerst., Freit. 4 Uhr.

Philosophische Erklärung von Platons Phädon, mit Berücksichtigung der spätern Beweise für die Unsterblichkeit: Prof. *Baumann*, Mont., Dienst., Donnerst., Freit. 5 Uhr.

Experimentelle Psychologie und Psychophysik, II. Theil: Prof. *G. E. Müller*, Mittw. 10 Uhr, öffentlich, aber nur für Fortgeschrittene.

Philosophische Uebungen: Besprechung von Abschnitten aus Herbarts Lehrbuch zur Einleitung in die Philosophie: Prof. *Peipers*, Freitag 6 Uhr, öffentlich.

Experimentelle Untersuchungen aus dem Gebiete der Psychologie und Psychophysik leitet Prof. *G. E. Müller* in zu verabredenden St.

Die Uebungen des K. pädagogischen Seminars leitet Prof. *Sauppe*, Dienst. und Freit. 11 Uhr, öffentlich.

Geschichte und System der Pädagogik s. *Theologie* S. 52.

Mathematik, Astronomie und theoretische Physik.

Einleitung in die Differential- und Integral-Rechnung: Prof. *Schering*, Dienstag, Mittwoch, Donnerstag, Sonnabend, 7 Uhr früh.

Analytische Geometrie: Dr. *Hölder*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 12 Uhr.

Fouriersche Reihen und Kugelfunctionen: Dr. *Hölder*, Mont. u. Donnerst. 8 Uhr.

Theorie der analytischen Functionen, zweiter Theil: Prof. *Schwarz*, Mont. bis Freit. 9 Uhr.

Invariantentheorie unter besonderer Berücksichtigung der Curven dritter Ordnung: Dr. *Schönflies*, Mittwoch 8—9 Uhr und Sonnabend 8—9 und 12—1 Uhr.

Variationsrechnung: Prof. *Schwarz*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 11 Uhr.

Anwendung der elliptischen Functionen auf die Theorie der Zahlen: Prof. *Schering*, Dienstag, Mittwoch 8 Uhr.

Potential, zweiter Theil: Prof. *Klein*, Mont., Dienst., Donnerst., Freit. 11—1 Uhr.

Mechanische Wärmetheorie: Prof. *Voigt*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 10 Uhr.

Kinetische Gastheorie: Prof. *Voigt*, Sonnabend 10 Uhr.

Hydrodynamik: Dr. *Hugo Meyer*, Dienstag und Freitag 8 Uhr.

Theorie und Geschichte der Bahnbestimmung der Doppelsterne: Prof. *Schur*, Montag, Dienstag, Donnerstag 11 Uhr.

Ueber Fixsternkataloge: Prof. *Schur*, Freitag 11 Uhr, öffentlich.

Mathematische Colloquien wird Prof. *Schwarz* privatissime, unentgeltlich, wie bisher zweimal wöchentlich veranstalten.

Praktische Uebungen an den Instrumenten der Sternwarte: Prof. *Schur*, täglich.

Magnetische Beobachtungen im Gauss-Observatorium leitet Prof. *Schering* in Gemeinschaft mit dem Assistenten Dr. *Holborn*.

Im K. mathematisch-physikalischen Seminar wird Prof. *Riecke* ausgewählte Kapitel der mathematischen und Experimentalphysik (Donnerst. 2 Uhr) behandeln, Prof. *Schering* mathematische Uebungen Dienst. 6 Uhr leiten, Prof. *Schwarz* (Sonnabend 9 Uhr) solche veranstalten, Prof. *Voigt* ausgewählte Capitel der Theorie des Galvanismus (Mittw. 10 Uhr) leiten, Prof. *Klein* ausgewählte Kapitel aus der Theorie der Abelschen Functionen behandeln (Mittwoch 11—1 Uhr), Prof. *Schur* astronomische Uebungen (Freit. Abend 8 Uhr) veranstalten.

Experimentalphysik: siehe *Naturwissenschaften* S. 59.

Naturwissenschaften.

Allgemeine Zoologie: Prof. *Ehlers*, Mont., Dienst., Mittw., Donnerst. 8 Uhr.

Specielle Zoologie, Theil 1: Prof. *Ehlers*, Freit. u. Sonnab., 8 Uhr.

Naturgeschichte der Wirbelthiere, mit besonderer Berücksichtigung der mitteleuropäischen Fauna, zugleich mit Demonstrationen im zoologischen Museum: Dr. *Brock*, dreimal 4 Uhr, an noch zu bestimmenden Tagen.

Vergleichende Entwickelungsgeschichte des Menschen, nebst Anleitung zur Untersuchung des Eies im Brütofen: Dr. *Hamann*, Montag und Donnerstag 5 Uhr.

Ueber einige wichtige Kapitel aus der Entwicklungsgeschichte der Thiere: Dr. *Henking*, 1 Stunde.

Ueber kulturfeindliche Thiere: Dr. *Henking*, zweistündig.

Zootomischer Curs: Prof. *Ehlers*, Dienst. u. Mittw. 10—12 Uhr.

Zoologische Uebungen: Prof. *Ehlers*, wie bisher, täglich (mit Ausnahme des Sonnabends) von 9—1 Uhr.

Excursionen in das K. zoologische Museum: Dr. *Hamann*, Donnerstag 6 Uhr.

Grundzüge der Botanik: Prof. *Berthold*, fünfstündig, früh 7 Uhr.

Uebungen im Bestimmen der Pflanzen: Prof. *Berthold*, Dienst. und Freit. 6 Uhr.

Demonstrationen im botanischen Garten: Prof. *Berthold*, Mittwoch 3 Uhr, öffentlich.

Mikroskopisch botanischer Kursus, Sonnabend von 9—1 Uhr (für Pharmaceuten 2stündig): Prof. *Berthold*.

Tägliche Arbeiten im pflanzenphysiologischen Institut: Prof. *Berthold*.

Mineralogie: Prof. *Liebisch*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 8 Uhr.

Petrographie: Prof. *Liebisch*, Mittw. und Sonnabend, 8 Uhr.

Mineralogische Uebungen: Prof. *Liebisch*, Sonnab. 11 Uhr, öffentlich.

Krystallographisches Practicum: Prof. *Liebisch*, täglich, privatissime, aber unentgeltlich.

Palaeontologie: Prof. *v. Koenen*, Dienst. bis Sonnab., 7 Uhr.

Ueber die geologischen Verhältnisse des nordwestlichen Deutschlands: Prof. *v. Koenen*, Sonnabend 12 Uhr, öffentlich, verbunden mit geologischen Excursionen.

Uebungen im Bestimmen: Prof. *v. Koenen*, 2 Stunden, öffentlich.

Palaeontologische und geologische Uebungen: Prof. *v. Koenen*, täglich, privatissime, aber unentgeltlich.

Experimentalphysik, erster Theil (Mechanik, Akustik, Optik): Prof. *Riecke*, Mont. und Freit. 4 Uhr, Dienst. und Donnerst. 5 Uhr.

Die praktischen Uebungen im physikalischen Institut leiten die Prof. *Riecke* und *Voigt*, in Gemeinschaft mit den Assistenten Dr. *Meyer*, Dr. *Drude*, und Dr. *Meissner*, Dienstag und Freitag 2—4 Uhr, Sonnabend 9—1 Uhr.

Wärmetheorie und Gastheorie: s. *Mathematik* S. 57.

Geschichte und gegenwärtiger Zustand der Wetterprognose: Dr. *Hugo Meyer*, Donnerstag 6 Uhr, unentgeltlich.

Hydrodynamik: s. *Mathematik* S. 57.

Physikalisches Colloquium für Pharmaceuten: Dr. *Hugo Meyer* in zwei zu verabredenden Stunden.

Mathematisch-physikalisches Seminar: vgl. *Mathematik* S. 8.

Allgemeine Chemie, organischer Theil (Organische Experimentalchemie): Prof. *V. Meyer*, 6 Stunden, 9 Uhr.

Ueber die neueren Fortschritte der Structurlehre organischer Verbindungen (die Theorien von Le Bel, van't Hoff, Wislicenus u. a.): Dr. *Jacobson*, Sonnabend 8 Uhr.

Organische Chemie, für Mediciner: Prof. *v. Uslar*, 4 Stunden, 9 Uhr.

Gerichtliche chemische Analyse: Prof. *Polstorff*, Mittw. und Freit. 8 Uhr.

Spectralanalyse, mit praktischen Uebungen: Dr. *Gattermann*, 2 Stunden.

Pharmaceutische Chemie (anorgan. Theil): Prof. *Polstorff*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 4 Uhr.

Chemie der Benzolderivate, II. Theil (incl. Theerfarbstoffe): Dr. *Leuckart*, dreistündig, Dienst., Mittw. u. Donnerst. 12 Uhr.

Ueber das Pyridin und seine Derivate (Alkoloide): Dr. *Buchka*, Montag und Freitag 12 Uhr.

Ausgewählte Kapitel aus der Constitutionslehre der aromatischen Verbindungen: Dr. *Jacobson*, Mittwoch 8 Uhr, unentgeltlich.

Analytische Chemie, II. Theil (quantitative Analyse): Prof. *Jannasch*, Mont. und Donnerst. 11 Uhr.

Anleitung zum Experimentiren (speciell für Kandidaten des höheren Schulamts): Dr. *Gattermann*, 2 Stunden.

Colloquium über wichtige Kapitel aus allen Theilen der Chemie: Dr. *Gattermann*, 2 Stunden.

Pharmacie: Prof. *von Uslar*, 4 Stunden, 3 Uhr. — Vgl. unter *Medicin* S. 54.

Pflanzenernährungslehre (Agriculturchemie): Prof. *Tollens*, Montag, Dienstag, Mittwoch, 10 Uhr.

Grundzüge der Chemie für Landwirthe, I. Theil: Dr. *Pfeiffer*, Dienst., Donnerst., Freit., 9 Uhr.

Die chemischen Uebungen und wissenschaftlichen Arbeiten im akademischen Laboratorium leitet Prof. *V. Meyer*, in Gemeinschaft mit Prof. *Polstorff* und den Assistenten Prof. *Jannasch*, Dr. *Buchka*, Dr. *Leuckart*, Dr. *Gattermann*, Dr. *Demuth* und Dr. *Auwers;* und zwar 1) Vollpracticum, tägl. (außer Sonnabends) 8—12 u. 3—6 Uhr; 2) Halbpracticum je Vor- und Nachmittags, täglich (außer Sonnabends); 3) Chemisches Anfänger-Practicum für Mediciner, täglich (außer Sonnabends).

Praktische Uebungen im agricultur-chemischen Laboratorium leitet Prof. *Tollens*, in Gemeinschaft mit Dr. *F. Mayer*, Montag bis Freitag, 8—12 und 2—4 Uhr.

Historische Wissenschaften.

Ueber älteres päbstliches Urkundenwesen: Prof. *Steindorff*, Mont., Dienst., Donnerst. und Freit. 12 Uhr.

Hauptlehren der mittelalterlichen Chronologie: Prof. *Steindorff*, Mittwoch 12 Uhr, öffentlich.

Geschichte der römischen Kaiserzeit (von Caesar an): Prof. *Volquardsen*, Mont., Dienst., Donnerst., Freit. 8 Uhr.

Epochen der Geschichte des Papstthums bis zur Gegenwart: Prof. *Weiland*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 9 Uhr.

Geschichte der deutschen Kaiserzeit: Dr. *von Kap-herr*, Mittwoch und Sonnabend, 9—11 Uhr.

Geschichte des deutschen Städtewesens: Dr. *Friedensburg*, Mittw und Sonnabend, 8 Uhr.

Geschichte des preußischen Staats: Prof. *Kluckhohn*, Mont., Dienst., Donnerst., Freit., 4 Uhr.

Geschichte Italiens seit dem Beginn des Mittelalters: Prof. *Th. Wüstenfeld*, Mont., Dienst., Donnerst. u. Freit., 10 Uhr, unentgeltlich, in seiner Wohnung.

Historische Uebungen leitet Prof. *Weiland*, Freitag 6 Uhr, privatissime, aber unentgeltlich.

Historische Uebungen leitet Prof. *Volquardsen* Dienstag 6 Uhr, öffentlich.

Historische Uebungen leitet Prof. *Kluckhohn*, Montag 6 Uhr, privatissime, aber unentgeltlich.

Historische Uebungen (insbesondre für Anfänger) leitet Dr. *Friedensburg*, Donnerstag 6 Uhr, privatissime, aber unentgeltlich.

Kirchengeschichte: s. unter *Theologie* S. 51.

Erd- und Völkerkunde.

Allgemeine physische Erdkunde, I: Prof. *H. Wagner*, Mont., Dienst., Donnerst., Freit., 11 Uhr.

Geographische Uebungen für Vorgeschrittenere: Prof. *Wagner*, Sonnabend Vormittag, privatissime, aber unentgeltlich.

Staatswissenschaft und Landwirthschaftslehre.

Praktische Nationalökonomie und Volkswirthschaftspolitik mit besonderer Rücksicht auf die Gesetzgebung des deutschen Reiches: Prof. *Cohn*, Mont., Dienst., Donnerst., Freit., 5 Uhr.

Allgemeine Volkswirthschaftslehre: Prof. *Lexis*, 4 Stunden.

Ueber Geld und Münzwesen: Prof. *Lexis*, 1 St., öffentlich.

Ueber Staatsschulden: Prof. *Mithoff*, Mittwoch, 5 Uhr, öffentlich.

Uebungen des staatswissenschaftlichen Seminars: Prof. *Cohn* Mittw. 5—7 Uhr, privatissime, unentgeltlich.

Staatswissenschaftliche Uebungen: Prof. *Lexis*, 2 Stunden.

Einleitung in das landwirthschaftliche Studium: Prof. *Drechsler*, 1 Stunde, öffentlich.

Ackerbaulehre, allgemeiner und specieller Theil: Prof. *Drechsler*, 6 Stunden, 12 Uhr.

Die allgemeine und specielle landwirthschaftliche Thierproductionslehre (Lehre von den Nutzungen, der Züchtung, Ernährung und

Pflege des Pferdes, Rindes, Schafes, Schweines etc.): Prof. *Griepenkerl*, Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag, 4 Uhr.

Die specielle landwirthschaftliche Rassenkunde: Prof. *Griepenkerl*, Freitag 5 Uhr, unentgeltlich.

Die Ackerbausysteme (Felderwirthschaft, Feldgraswirthschaft, Fruchtwechselwirthschaft u. s. w.): Prof. *Griepenkerl*, Donnerstag und Freitag 10 Uhr.

Im Anschluß an diese Vorlesungen werden Excursionen nach benachbarten Landgütern und Fabriken veranstaltet werden.

Die Lehre vom Futter (I. Theil der landw. Fütterungslehre): Prof. *Henneberg*, Montag, Dienstag, Mittwoch, 11 Uhr.

Landwirthschaftliche Excursionen und Demonstrationen im Versuchsfeld und Garten: Prof. *Drechsler*.

Krankheiten der Hausthiere: Vgl. *Medicin* S. 56.

Agriculturchemie, Agriculturchemisches Practicum: Vgl. *Naturwissenschaften* S. 60.

Literatur- und Kunstgeschichte.

Bibliographische Uebungen: Prof. *Dziatzko*, Dienst. und Freit 3 Uhr, privatissime, unentgeltlich.

Ueber Goethe: Dr. *Roethe*, Dienst., Donnerst., Freit., 4 Uhr.

Uebungen über Goethes Faust: Dr. *Roethe*, privatissime, aber unentgeltlich, Freitag 6½ Uhr Abends.

Geschichte der altfranzösischen Literatur, I.: Prof. *Vollmöller*, Mont., Dienst., Mittw., Donnerst., 12 Uhr.

Molière's Leben und Werke, nebst Erklärung des Misanthrope: Dr. *Andresen*, Mont. und Mittw., 10 Uhr.

Ueber Byrons Leben und litterarische Entwicklung: Prof. *Brandl*, zweimal wöchentlich.

Allgemeine Kunstgeschichte des Mittelalters und der Renaissance: Prof. *Lange*, Mont. und Donnerst. 6—8 Uhr.

Leben und Werke Michelangelos: Prof. *Lange*, Sonnabend 10 Uhr.

Geschichte der Philosophie: Vgl. *Philosophie* S. 56.

Alterthumskunde.

Archaeologische Kritik und Hermeneutik: Prof. *Wieseler*, dreistündig, 10 Uhr.

Darstellung des Entwicklungsganges der griechischen Plastik durch Erläuterung auserlesener Sculpturen: Prof. *Dilthey*, Dienst. Donnerst. Freit., 10 Uhr.

Ausgewählte Kunstwerke läßt im K. archäolog. Seminar erkären Prof. *Wieseler*, Sonnabend, 12 Uhr, öffentlich.

Die Gypsabgüsse antiker Kunstwerke im K. archäol. Museum wird Prof. *Wieseler* für Zuhörer aus allen Facultäten einstündig erklären, 10 Uhr.

Die Abhandlungen der Mitglieder des K. archäol. Seminars wird Prof. *Wieseler* privatissime beurtheilen, wie bisher.

Archäologische Uebungen: Prof. *Dilthey*, Sonnabend 11—1 Uhr.

Ueber die deutschen Heldensagen und ihre Quellen: Prof. *W. Müller*, Mittwoch und Sonnabend, 12 Uhr, öffentlich.

Ueber das altdeutsche Haus: Prof. *Heyne*, Dienst. 12 Uhr, öffentlich.

Vergleichende Sprachlehre.

Vergleichende Grammatik der indogermanischen Sprachen: Prof. *Fick*, 4 Stunden.

Vergleichende Lautlehre des Sanskrit, Griechischen und Germanischen: Prof. *Bechtel*, Dienst. Donnerst. Freit. 8 Uhr.

Ueber die Bedeutung der Eigennamen: Prof. *Fick*, 2 St., öffentlich.

Altnordische Uebungen in einer grammatischen Gesellschaft: Prof. *Bechtel*, in einer zu bestimmenden Stunde.

Orientalische Sprachen.

Die Vorlesungen über das A. Testament s. u. *Theologie* S. 51.

Ausgewählte Stücke aus arabischen Schriftstellern erklärt Prof. *Wüstenfeld*, privatissime.

Hariris Makamen legt Prof. *de Lagarde* Mont. und Donnerst. 3 Uhr zur Erklärung vor.

Anfangsgründe der Geez-Sprache und Erklärung der äthiopischen Chrestomathie von Dillmann: Prof. *Haupt*, Mont. und Donnerst., 5 Uhr.

Assyrische Grammatik (für Anfänger) und Erklärung leichter Keilschrifttexte: Prof. *Haupt*, Mont. und Donnerst., 6 Uhr, öffentlich.

Assyrische Uebungen (Cursorische Lektüre des babylonischen Nimrod-Epos): Prof. *Haupt*, Freitag, 5 Uhr, privatissime, aber unentgeltlich.

Elementarcursus des Sanskrit, nach seiner Grammatik und Lanman's „Sanskrit Reader": Prof. *Kielhorn*, Mont., Mittw., Sonnab., 7 Uhr.

Erklärung von Kâlidâsa's Raghuvaṁça X—XII und leichten Hymnen des Ṛigveda: Prof. *Kielhorn*, Mont., Mittw., Sonnab., 8 Uhr.

Erklärung der Laghukaumûdî oder Tarkakaumûdî: Prof. *Kielhorn*, in zwei passenden Stunden, öffentlich.

Griechische und lateinische Sprache.

Demosthenes Rede vom Kranze: Prof. *Sauppe*, Mont., Dienst., Donnerst., Freit., 9 Uhr.

Aristoteles Politik: Prof. *von Wilamowitz-Möllendorff*, vierstündig, 12 Uhr.

Metrische Uebungen für Anfänger: Prof. *von Wilamowitz-Möllendorff*, Dienst. und Freit., 3 Uhr, öffentlich.

Platons Phaedon: vgl. *Philosophie*, S. 56.

Lateinische Grammatik: Prof. *Sauppe*, Mont., Dienst., Donnerst., Freit., 7 Uhr früh.

Horaz Sermonen: Prof. *Wilhelm Meyer*, Mont., Dienst., Donnerst., Freit., 8 Uhr.

Im K. philologischen Seminar leiten die schriftlichen Arbeiten und Disputationen Prof. *Sauppe* u. Prof. *von Wilamowitz-Möllendorff*, Mittwoch 11 Uhr, lassen Lysias R. 19 Prof. *Sauppe*, Montag und Donnerstag, 11 Uhr, und Cicero de legibus *von Wilamowitz-Möllendorff* erklären, Dienstag und Freitag, 11 Uhr, alles öffentlich.

Im K. philologischen Proseminar läßt Bions Gedichte behandeln und leitet die Disputationen über die eingereichten schriftlichen Arbeiten Prof. *Wilh. Meyer*, Mittwoch 8—10 Uhr, öffentlich.

Deutsche Sprache.

Alt- und mittelhochdeutsche Grammatik: Dr. *Roethe*, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 10 Uhr.

Einleitung in das Studium des Nibelungenliedes und Interpretation desselben: Prof. *Heyne*, viermal, 5 Uhr.

Altdeutsche Uebungen, Prof. *Heyne*, 1 St., privatissime, unentg.

Mittelhochdeutsche Uebungen (Walther von der Vogelweide): Dr. *Roethe*, unentgeltl., Mittwoch u. Sonnabend 7 Uhr.

Geschichte der deutschen Literatur: Vgl. *Literaturgeschichte* S. 62.

Neuere Sprachen.

Geschichte der französischen Literatur: Vgl. *Literaturgesch.* S. 62.

Uebungen in der französischen Sprache: Prof. *Vollmöller*, mit Dr. *Cloetta*, Mont. und Mittw., 11 Uhr.

Einführung in die alt- und mittelenglische Grammatik, mit Interpretationen aus Zupitzas Uebungsbuch: Prof. *Brandl*, viermal wöchentl.

Geschichte der englischen Literatur: Vgl. *Literaturgesch.* S. 62.

Im Seminar für neuere Sprachen Prof. *Vollmöller:* Einführung in das Studium der spanischen Sprache und Erklärung des Laberinto amoroso nach seiner Ausgabe (Erlangen 1888), Mittwoch 8—10 Uhr. Italienische Uebungen: Prof. *Vollmöller* mit Dr. *Cloetta*, Dienstag 6 Uhr. — Dr. *Andresen:* französische Uebungen, Montag 6 Uhr. — In der englischen Abtheilung stellt Prof. *Brandl* neuenglische Uebungen an, zweimal wöchentlich.

Der neu anzustellende Lektor der französischen Sprache wird später ankündigen.

Schöne Künste. — Fertigkeiten.

Unterricht im Zeichnen ertheilt Zeichenlehrer *Peters*, Sonnabend 2—4 Uhr, unentgeltlich.

Unterricht im Malen *Derselbe* in zu verabredenden Stunden.

Harmonie- und Kompositionslehre, verbunden mit praktischen Uebungen: Prof. *Hille*, in passenden Stunden.

Harmonielehre: Prof. *Freiberg*, 2 Stunden wöchentlich, öffentlich.

Zur Theilnahme an den Uebungen der Singakademie und des Orchesterspielvereins ladet Prof. *Hille*, ein.

Uebungen im Ensemblespiel hält Prof. *Freiberg*.

Reitunterricht ertheilt in der K. Universitäts-Reitbahn der Univ.-Stallmeister, Rittmeister a. D. *Schweppe*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, Sonnabend, Morgens von 7—11 und Nachm. (außer Sonnabend) von 4—5 Uhr.

Fechtkunst lehrt der Universitätsfechtmeister *Grüneklee*, in zu verabredenden Stunden, Tanzkunst der Universitätstanzmeister *Höltzke* (Montag und Donnerstag 8—10 Uhr Abends).

Oeffentliche Sammlungen.

In der *Universitätsbibliothek* ist das Ausleihezimmer an den Wochentagen von 12—1 und von 2—3 Uhr, der Lesesaal von 10—4 Uhr geöffnet. Verliehen werden Bücher nach Abgabe einer Semesterkarte mit der Bürgschaft eines Professors.

Die *Gemäldesammlung* (Aula, 1 Treppe hoch links) ist Sonntags von 11—1 Uhr geöffnet.

Der *botanische Garten* ist, die Sonn- und Festtage ausgenommen, täglich von 7—12 und von 2—6 Uhr geöffnet.

Die *mineralogische* und die *geologisch-paläontologische Schausammlung* sind während des Sommerhalbjahrs Sonnabends von 1 bis 3 Uhr dem Publikum geöffnet

Die Sammlungen des *landwirthschaftlichen Instituts* sind dem Publicum Mittwoch Nachmittag von 2—4 Uhr zugänglich. Anmeldung im Institutsgebäude.

Besuchszeit des *agriculturchemischen Laboratoriums* Donnerst. v. 10—12 Uhr.

Ueber den Besuch und die Benutzung der *theologischen Seminarbibliothek*, des *Theatrum anatomicum*, des *physiologischen Instituts*, der *pathologischen Sammlung*, der *Sammlung mathematischer Instrumente und Modelle*, des *zoologischen* und *ethnographischen Museums*, des *botanischen Gartens* und des *pflanzenphysiologischen Instituts*, der *Sternwarte*, des *physikalischen Kabinets* und *Laboratoriums*, der *mineralogischen* und der *geognostisch-paläontologischen Sammlung*, der *chemischen Laboratorien*, des *archäologischen Museums*, der *Gemäldesammlung*, der *Bibliothek des K. philologischen Seminars*, der *Bibliothek* und des *Lesezimmers des K. mathematisch-physikalischen Seminars*, des *diplomatischen Apparats*, der *Sammlungen des landwirthschaftlichen Instituts* bestimmen besondere Reglements das Nähere.

Bei dem Logiscommissar, Pedell *Bartels* (Kleperweg 2), können die, welche Wohnungen suchen, sowohl über die Preise, als andere Umstände Auskunft erhalten und auch im voraus Bestellungen machen.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretair d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (Fr. W Kaestner)

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

29. März. **№ 5.** 1888.

ROYAL COLLEGE OF PHYSICIANS OF IRELAND * LIBRARY * 18 MAY 33

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 3. März.

Herr Klein legt Aufsätze vor

a. von Herrn Professor Frobenius in Zürich, Korrespondenten der Gesellschaft: „Ueber das Verschwinden der geraden Thetafunctionen".

b. von Herrn Professor Franz Meyer in Tübingen: „Ueber Discriminanten und Resultanten von Singularitätengleichungen".

c. von Herrn Maschke in Berlin: „Ueber eine quaternäre Gruppe von 51840 linearen Substitutionen, welche die ternäre Hessesche Gruppe als Untergruppe enthält.

Herr Wieseler kündigt einen Aufsatz an: „Die bildlichen Darstellungen des jugendlichen und unbärtigen Aeskulap".

Herr Meyer legt einen Aufsatz vor: „Karl Auwers und Victor Meyer, Untersuchungen über die zweite van t' Hoffsche Hypothese".

Herr Liebisch legt einen Aufsatz vor: „Ueber eine Vorrichtung zur Beobachtung der äußern konischen Refraction unter dem Mikroskop".

Sauppe trägt „Einige Bemerkungen zu einer vor kurzem gefundenen attischen Inschrift" (Sitzungsb. d. k. Pr. Ak. d. Wiss. zu Berlin, 1888. VIII S. 242) vor.

Nach der Sitzung theilt Herr Ehlers den Aufsatz des Herrn Dr. Hamann mit: „Vorläufige Mittheilungen zur Morphologie der Crinoiden".

Ueber das Verschwinden der geraden Thetafunctionen.

Von

G. Frobenius.

Sind x und y zwei willkürliche Punkte einer Riemann'schen Fläche, so verschwindet der Ausdruck

$$\vartheta_k\left(\int_x^y dw\right)$$

als Function des Punktes y, falls er nicht identisch Null ist, an p Stellen. Zur Abkürzung ist hier $\vartheta(u)$ für $\vartheta(u_1, u_2, \ldots u_p)$ geschrieben, also mit u das System der p Variabeln $u_1, u_2, \ldots u_p$ bezeichnet, und analog mit dw das System der p Differentiale erster Gattung $dw_1, dw_2 \ldots dw_p$. Ist k eine ungerade Charakteristik, so ist $y = x$ einer der Nullpunkte, und die $p-1$ übrigen sind von x unabhängig. An diesen $p-1$ Stellen verschwindet eine bestimmte Wurzelfunction erster Ordnung $\sqrt{\varphi_k}$, welche der Function $\vartheta_k(u)$ entspricht. Ist k aber eine gerade Charakteristik, so hängen jene p Punkte $y_1, y_2, \ldots y_p$ sämmtlich von x ab. Zu ihrer Ermittlung haben Clebsch und Gordan (Theorie der Abel'schen Functionen S. 197; vgl. auch Weber, Crelle's Journ. Bd. 70, S. 328; Fuchs, ebenda Bd. 73, S. 311) die folgende Regel angegeben: Man bilde eine rationale (d. h. auf der betrachteten Riemann'schen Fläche eindeutige algebraische) Function K vom Grade $2p$, welche an der Stelle x von der zweiten Ordnung unendlich wird und außerdem von der ersten Ordnung an $2p-2$ Stellen, die ein Punktsystem (Polygon) erster Gattung bilden (durch eine Gleichung $\varphi = 0$ verknüpft sind), und deren $2p$ Nullpunkte paarweise zusammenfallen. Jeder geraden Charakteristik k, für welche $\vartheta_k(0)$ von Null verschieden ist, entspricht eine solche Function K. Ihre p Nullpunkte sind die gesuchten Punkte $y_1, y_2 \ldots y_p$.

Um die Function K in invarianter Form zu erhalten und die Beziehung zwischen k und K näher zu bestimmen, hat Herr Nöther (Math. Ann. Bd. 17, S. 280) diese Regel auf folgende Form gebracht: Sei φ_0 irgend eine Function φ, die im Punkte x von der zweiten Ordnung verschwindet, und seien $x_1, x_2, \ldots x_{2p-4}$ ihre übrigen Nullpunkte. Ist dann $\sqrt{\Phi}$ eine Wurzelfunction dritter Ordnung mit der Charakteristik k, die in $x, x_1, \ldots x_{2p-4}$ verschwindet, so ist $\Phi = \varphi\Psi$, wo Ψ eine Function zweiten Grades von $\varphi_1, \varphi_2, \ldots \varphi_p$ ist, welche in $x_1, \ldots x_{2p-4}$ von der ersten Ordnung verschwindet und in den gesuchten Punkten $y_1, y_2 \ldots y_p$ von der zweiten.

Diese Regeln zeigen, wie $y_1, y_2 \ldots y_p$ durch x bestimmt sind, charakterisiren aber nicht die gegenseitige Abhängigkeit dieser p Punkte von einander. Diese Abhängigkeit, auf die ich durch Untersuchungen über die Thetafunctionen dreier Variabeln aufmerksam wurde, will ich hier darlegen.

Die Wurzelfunctionen dritter Ordnung mit einer bestimmten Charakteristik k bilden eine (lineare) Schaar von der Dimension

$2p-2$ (Nöther, l. c. S. 276). Mithin kann man eine derartige Function $\sqrt{\Phi}$ bilden, die an $2p-3$ vorgeschriebenen Stellen verschwindet. Bilden diese $2p-3$ Punkte ein (unvollständiges) Polygon erster Gattung, so bestimmen sie $\sqrt{\Phi}$ eindeutig, vorausgesetzt daß $\vartheta_k(0)$ von Null verschieden ist. Denn wären $\sqrt{\Phi'}$ und $\sqrt{\Phi''}$ zwei derartige Functionen, so wäre auch $\sqrt{\Phi} = a'\sqrt{\Phi'} + a''\sqrt{\Phi''}$ eine solche, und man könnte die Constanten a' und a'' so wählen, daß $\sqrt{\Phi}$ auch in dem Punkte verschwände, welcher die gegebenen $2p-3$ Punkte zu einem vollständigen Polygon erster Gattung ergänzt. Unter der gemachten Annahme kann aber eine Function $\sqrt{\Phi}$ nicht in allen $2p-2$ Nullpunkten einer Function φ verschwinden. Denn sonst wäre $\sqrt{\Phi} : \varphi = \sqrt{\varphi_k}$ eine Wurzelfunction erster Ordnung mit der Charakteristik k. Eine solche giebt es aber nur, wenn $\vartheta_k(0) = 0$ ist (Weber, Math. Ann. Bd. 13, S. 35).

Alle Wurzelfunctionen dritter Ordnung mit der Charakteristik k, die in q gegebenen Punkten $y_1, y_2, \ldots y_q$ verschwinden, bilden eine Schaar, deren Dimension $r \geqq 2p-2-q$ ist. Sei $\sqrt{\Phi'}$ eine bestimmte dieser Functionen und $\sqrt{\Phi}$ die allgemeinste. Da eine Wurzelfunction dritter Ordnung an $3p-3$ Stellen verschwindet, so ist $\sqrt{\frac{\Phi}{\Phi'}}$ eine rationale Function, deren Grad $n \leqq 3p-3-q$ ist. Ist dieselbe eine Function zweiter Gattung, so kann sie nach dem Riemann-Roch'schen Satze höchstens $n-p+1 \leqq 2p-2-q$ willkürliche Constanten enthalten. Ist also die Dimension der betrachteten Schaar $r > 2p-2-q$, so muß $\sqrt{\frac{\Phi}{\Phi'}}$ eine Function erster Gattung $\frac{\varphi}{\varphi'}$ sein. Da eine Function φ überhaupt nicht mehr als p willkürliche Constanten enthalten kann, so muß daher, wenn $q < p-1$ ist, immer $r = 2p-2-q$ sein. Aber auch wenn $q = p-1$ ist, kann $\sqrt{\Phi}$ nicht p willkürliche Constanten enthalten. Denn sonst könnte man den p Constanten in φ solche Werthe ertheilen, daß φ und φ' keinen Nullpunkt gemeinsam hätten. Dann würde aber $\sqrt{\Phi} = \frac{\varphi}{\varphi'}\sqrt{\Phi'}$ in allen $2p-2$ Nullpunkten von φ verschwinden, was nicht möglich ist. Wenn aber $q = p$ ist, so kann, wie ich jetzt zeigen will, $r > p-2$, nämlich $r = p-1$ sein. Solche p Punkte kann man auf folgendem Wege erhalten:

Ein gegebener Punkt x kann auf unzählig viele Arten durch $2p-3$ Punkte zu einem vollständigen Polygon erster Gattung ergänzt werden. Ist $x_1, x_2, \ldots x_{2p-3}$ ein System solcher Punkte, so giebt es eine völlig bestimmte Wurzelfunction dritter Ordnung mit der Charakteristik k, die an diesen Stellen verschwindet. Ist

$x_1', x_2', \ldots x_{2p-3}'$ ein zweites derartiges Punktsystem, so giebt es eine Function erster Gattung $\frac{\varphi'}{\varphi}$, die in den Punkten $x_1', \ldots x_{2p-3}'$ verschwindet und in $x_1, \ldots x_{2p-3}$ unendlich wird. Dann ist $\frac{\varphi'}{\varphi}\sqrt{\Phi} = \sqrt{\Phi'}$ eine Wurzelfunction dritter Ordnung mit der Charakteristik k, welche in den Punkten $x_1', \ldots x_{2p-3}'$ verschwindet und durch diese Bedingungen vollständig bestimmt ist. Da eine Wurzelfunction dritter Ordnung an $3p-3$ Stellen verschwindet, so hat jede der beiden Functionen $\sqrt{\Phi}$ und $\sqrt{\Phi'}$ außer den $2p-3$ bekannten Nullpunkten noch p andere. Der Gleichung $\sqrt{\frac{\Phi}{\Phi'}} = \frac{\varphi}{\varphi'}$ zufolge sind aber diese beiden Systeme von p Punkten identisch. Diese p Punkte $y_1, y_2, \ldots y_p$ sind also nur von x (und k) abhängig, aber nicht von der Wahl der in x verschwindenden Function φ. Da es p linear unabhängige Functionen φ giebt, und diese keinen Nullpunkt gemeinsam haben, so enthält die allgemeinste Function φ, die an irgend einer gegebenen Stelle x verschwindet, $p-1$ willkürliche Constanten. Folglich bilden die Functionen $\sqrt{\Phi} = \frac{\varphi}{\varphi'}\sqrt{\Phi'}$, die alle in den p Punkten $y_1, \ldots y_p$ verschwinden, eine Schaar von der Dimension $p-1$.

Sind umgekehrt $y_1, y_2, \ldots y_p$ irgend p Punkte, für welche $r = p-1$ ist, ist $\sqrt{\Phi'}$ eine bestimmte Wurzelfunction dritter Ordnung, welche in diesen Punkten verschwindet, und $\sqrt{\Phi}$ die allgemeinste derartige Function mit $p-1$ willkürlichen Constanten, so ist, wie oben gezeigt, $\sqrt{\frac{\Phi}{\Phi'}} = \frac{\varphi}{\varphi'}$ eine Function erster Gattung. Der Grad derselben ist nicht größer als $2p-3$, und falls man den hyperelliptischen Fall ausnimmt, auch nicht kleiner, so lange die $p-1$ in $\sqrt{\Phi}$ eingehenden Constanten willkürlich sind. Denn sonst würde φ weniger als $p-1$ willkürliche Constanten enthalten. Daher haben φ und φ' einen und nur einen Nullpunkt x gemeinsam, und mithin werden durch die obige Construction alle Systeme von p Punkten $y_1, \ldots y_p$ gefunden, für welche $r = p-1$ ist. Außerdem zeigt sich, daß alle jene Functionen $\sqrt{\Phi}$ außer $y_1, \ldots y_p$ einen weiteren Nullpunkt nicht gemeinsam haben.

Für den hyperelliptischen Fall wird die zur Bestimmung des Punktes x gegebene Regel illusorisch, kann aber leicht durch eine andere ersetzt werden. Durch jeden Nullpunkt einer Function φ ist in diesem Falle ein zweiter Nullpunkt mitbestimmt. Zwei solche Stellen, deren jede durch die andere eindeutig bestimmt ist, will ich conjugirte Stellen nennen. Daher haben φ und φ' außer dem

Nullpunkte x auch noch den conjugirten Nullpunkt y_0, und nur diesen gemeinsam. Da $\sqrt{\Phi}$ für alle Nullpunkte von φ mit Ausnahme von x verschwindet, so haben folglich alle Functionen $\sqrt{\Phi}$ außer $y_1, \ldots y_p$ noch einen weitern Nullpunkt y_0, und nur diesen, gemeinsam. Zu diesem Punkte ist der gesuchte Punkt x der conjugirte.

Da es nicht möglich ist, $q < p$ Punkte $y_1, \ldots y_q$ so zu bestimmen, daß $r > 2p-2-q$ wird, so kann man die p Punkte $y_1, \ldots y_p$ auch dadurch charakterisiren, daß jede Wurzelfunction dritter Ordnung, die in $p-1$ derselben verschwindet, auch in dem $p$ten verschwinden muß. Nachdem ich gezeigt habe, wie man zu p in solcher Art von einander abhängigen Punkten einen bestimmten Punkt x, und umgekehrt zu einem beliebig gegebenen Punkte x solche p Punkte $y_1, \ldots y_p$ bestimmen kann, will ich jetzt darthun, daß diese p Punkte die Nullpunkte der Function $\vartheta_s(\int_x^y dw)$ des veränderlichen Punktes y sind.

Will man den Eingangs erwähnten Satz von Clebsch und Gordan benutzen, so genügt zum Beweise die Bemerkung, daß, wenn φ und $\sqrt{\Phi}$ die oben definirten Functionen sind, $K = \frac{\Phi}{\varphi^2}$ und allgemeiner $K = \frac{\Phi}{\varphi^2 \varphi'}$ eine rationale Function $(2p)$ten Grades ist, die in den Punkten $y_1, \ldots y_p$ von der zweiten Ordnung verschwindet, in x von der zweiten Ordnung unendlich wird, und außerdem an $2p-2$ Stellen, die durch die Gleichung $\varphi = 0$ (oder $\varphi' = 0$) verknüpft sind. Um also K zu finden, muß man zunächst die allgemeinste Wurzelfunction dritter Ordnung $\sqrt{\Phi}$ mit der Charakteristik k bestimmen, die man als ganze Function dritten Grades von Wurzelfunctionen erster Ordnung darstellen kann. Dann muß man eine beliebige Function φ nehmen, die an der Stelle x verschwindet, und die $2p-2$ willkürlichen Constanten in $\sqrt{\Phi}$ so bestimmen, daß diese Function in den $2p-3$ übrigen Nullpunkten von φ verschwindet. Da die Verhältnisse der Coefficienten der so erhaltenen Function $\sqrt{\Phi}$ symmetrische Functionen jener $2p-3$ Wurzeln von $\varphi = 0$ sind, so erfordert die Bestimmung von K, falls die Wurzelfunctionen erster Ordnung bekannt sind, nur noch rationale Operationen (vgl. Clebsch und Gordan, l. c. S. 266).

Man kann aber die Nullpunkte der gegebenen Thetafunction auch leicht direct bestimmen, indem man sich der merkwürdigen Formel bedient, welche für den Fall $p = 3$ Herr Weber (Theorie der Abelschen Functionen vom Geschlecht 3; § 24) und allgemein Herr Nöther (Math. Ann. Bd. 28) entwickelt hat. Sei $x_0, x_1, \ldots x_{2p-2}$ irgend ein vollständiges Punktsystem erster Gattung

und seien $y_0, y_1, \ldots y_{2p-3}$ $2p-2$ ganz beliebige Punkte. Seien $\sqrt{\Phi_0}, \sqrt{\Phi_1}, \ldots \sqrt{\Phi_{2p-3}}$ $2p-2$ linear unabhängige Wurzelfunctionen dritter Ordnung mit der Charakteristik k, und sei $\sqrt{\Phi_{\alpha\beta}}$ der Werth von $\sqrt{\Phi_\alpha}$ im Punkte y_β. Ist dann die Determinante $(2p-2)$ten Grades $|\sqrt{\Phi_{\alpha\beta}}| = \chi_k$, und

$$u = \sum_0^{2p-3} \int_{x_\alpha}^{y_\alpha} dw,$$

so ist

$$\frac{\vartheta_k(u)}{\vartheta_{k'}(u)} = A\frac{\chi_k}{\chi_{k'}},$$

wo A eine Constante ist. Wird das Polygon $x, x_1, \ldots x_{2p-3}$ durch irgend ein aequivalentes ersetzt, so ändert sich das Argument u nur um eine Periode. Bilden also die Punkte $y_1, y_2, \ldots y_{2p-3}$ ein (unvollständiges) Polygon erster Gattung, so kann man $x_1, x_2, \ldots x_{2p-3}$ mit ihnen zusammenfallen lassen. Dann wird $u = \int_x^y dw$, und die obige Formel zeigt, daß die p Nullpunkte von $\vartheta_k(u)$ die p von $x_1, \ldots x_{2p-3}$ verschiedenen Nullpunkte von χ_k sind. Hier ist $x_1, \ldots x_{2p-3}$ irgend ein Polygon erster Gattung, das durch den gegebenen Punkt x zu einem vollständigen ergänzt wird, und χ_k diejenige Wurzelfunction dritter Ordnung mit der Charakteristik k, welche in diesen $2p-3$ Punkten verschwindet.

In besonders eleganter Weise läßt sich das erhaltene Resultat für den Fall $p = 3$ geometrisch deuten. Betrachtet man drei linear unabhängige Functionen φ als die homogenen Coordinaten eines Punktes in einer Ebene, so liegt derselbe auf einer bestimmten Curve vierter Ordnung F. Die vier Schnittpunkte von F mit einer Geraden bilden ein Punktsystem erster Gattung. Die sechs Nullpunkte einer Wurzelfunction dritter Ordnung sind die Berührungspunkte von F mit einer Berührungscurve dritter Ordnung. Eine solche ist durch ihre Charakteristik k und durch drei Punkte von F im allgemeinen völlig bestimmt. Es giebt aber gewisse Lagen dieser drei Punkte, durch welche unendlich viele Berührungscurven dritter Ordnung mit der Charakteristik k gehen. Wenn dies der Fall ist, so liegen die drei andern Berührungspunkte auf einer geraden Linie, die durch einen festen Punkt x der Curve F geht. Zieht man umgekehrt durch einen beliebig gegebenen Punkt x von F eine Gerade, so bestimmen die drei Punkte, in denen sie F weiter trifft, eine Berührungscurve dritter Ordnung, welche F außerdem in drei Punkten berührt. Diese sind von der Wahl der Geraden unabhängig und nur durch x (und k) bestimmt. Diese Sätze hat schon Herr Weber entwickelt (l. c. S. 123), aber ihre

Bedeutung für die Untersuchung der Nullpunkte der Function ϑ_k nicht erwähnt.

Betrachtet man nun die Werthe von vier linear unabhängigen Wurzelfunctionen dritter Ordnung mit der geraden Charakteristik k als die homogenen Coordinaten eines Punktes im Raume, so liegt derselbe auf einer Raumcurve sechster Ordnung G, deren Punkte den Punkten von F eindeutig entsprechen (Hesse, Crelle's Journ. Bd. 49). Jeder der 36 geraden Charakteristiken k entspricht eine solche Curve G, die von den Spitzen aller Kegel zweiter Ordnung gebildet wird, welche durch gewisse acht Punkte gehen. Alle quadratischen Flächen durch diese acht Punkte bilden ein Netz, je zwei derselben bestimmen einen in dem Netz enthaltenen Büschel. In einem solchen giebt es vier Kegel, deren Spitzen das gemeinsame Quadrupel aller Flächen des Büschels bilden. Solchen vier Kegelspitzen entsprechen auf F vier Punkte, die in einer Geraden liegen. Den sechs Punkten, in denen die Quadrupelcurve G von einer beliebigen Ebene geschnitten wird, entsprechen auf F die Berührungspunkte einer bestimmten Berührungscurve dritter Ordnung mit der Charakteristik k. Diese Ebene ist, ebenso wie die Berührungscurve durch drei ihrer Schnittpunkte bestimmt. Eine Ausnahme davon kann nur eintreten, wenn die drei Punkte von G in einer Geraden liegen. Den Schnittpunkten von G mit einer dreifachen Secante Y entsprechen also auf F drei Punkte y_1, y_2, y_3, durch die unendlich viele Berührungscurven dritter Ordnung gehen. Da die drei andern Berührungspunkte einer solchen auf einer Geraden liegen, die durch einen festen Punkt x geht, so schneidet jede durch Y gehende Ebene die Curve G noch in drei Punkten eines Quadrupels P_1, P_2, P_3, dessen vierter Punkt P fest ist. In Bezug auf jede quadratische Fläche, für welche diese vier Punkte ein Quadrupel bilden, ist aber die Ebene $P_1P_2P_3$ die Polarebene von P. In der Geraden Y schneiden sich also die Polarebenen von P in Bezug auf alle Flächen des Netzes. Ist P ein beliebiger Punkt des Raumes, so schneiden sich seine Polarebenen in Bezug auf alle Flächen des Netzes in einem Punkte. Es giebt aber auch Punkte, deren Polarebenen sich in einer Geraden schneiden, und der Ort derselben ist die Quadrupelcurve. Jede solche Gerade ist, wie oben gezeigt, eine dreifache Secante von G (Geiser, Crelle's Journ. Bd. 69, S. 205; Sturm ebenda Bd. 70, S. 232). Wir erhalten also das einfache Ergebniß: Den drei Stellen, an denen eine gerade Thetafunction dreier Variabeln $\vartheta_k(\int_*^r dw)$ verschwindet, correspondiren auf der Quadrupelcurve G, die ihrer Charakteristik k entspricht, drei Punkte, die in einer

Geraden liegen. In derselben schneiden sich die Polarebenen eines bestimmten Punktes P von G in Bezug auf alle quadratischen Flächen des zugehörigen Netzes, und diesem Punkte P entspricht die untere Grenze x der in die Thetafunction eingesetzten Integrale.

Ueber Discriminanten und Resultanten von Singularitätengleichungen.

(Aus einem Briefe an Herrn Klein).

Von

Franz Meyer in Tübingen.

Man weiß, daß die Discriminanten und Resultanten der Gleichungen, von denen die Singularitäten algebraischer Curven abhängen, in eine Anzahl rationaler Factoren zerspaltbar sein müssen, deren jeweiliges Verschwinden ausdrückt, daß von den vorher getrennt auftretenden Singularitäten irgend zwei zusammenrücken, und durch ihre Verschmelzung eine noch höhere Singularität erzeugen.

So durchsichtig indeß zum Theil die Bedeutung und auch die Vielfachheit jener Factoren für die geometrische Anschauung ist, so schwierig ist ihre explicite algebraische Darstellung. Hinsichtlich der Discriminanten findet sich eine solche für eine gewisse Gattung von rationalen Curven — eine Gattung, die zugleich für die algebraischen Curven überhaupt von maßgebender Bedeutung ist — bei Herrn Brill[1]). Jene rationalen ebenen Curven lassen sich im Wesentlichen dahin characterisiren, daß Ordnung und Classe für sie die gleichen sind. Dies drückt sich des Näheren algebraisch dadurch aus, daß die Gleichungen für die Wendepunkte und Spitzen, deren Coefficienten durchaus willkürlich sind, die Curve in projektivischem Sinne vollständig und eindeutig bestimmen. Infolgedessen

---

1) Brill »Ueber Singularitäten ebener algebraischer Curven und eine neue Curvenspecies« Math. Annalen Bd. XVI. Siehe insbesondere S. 388.

Von demselben Verfasser ist hier noch zu erwähnen die Arbeit »Ueber binäre Formen und die Gleichung sechsten Grades« Math. Ann. Bd. XX, in der (in allgemeinster Form) die erste der unten aufgestellten Discriminantenformeln abgeleitet ist (S. 338), sowie endlich auch der Aufsatz »Ueber rationale Curven vierter Ordnung« Math. Ann. Bd. XII, wo für $n = 4$ und unter ausschließlicher Adjunction der Doppelpunktsparameterpaare die Zerfällung sämmtlicher drei Discriminanten geleistet ist.

vollzieht sich die Zerfällung der Discriminanten der hier allein in Betracht kommenden Doppelpunkts- und Doppeltangentengleichung in der Weise, daß die bezüglichen Elementarfactoren in den Coëfficienten der zwei ersterwähnten Bestimmungsgleichungen rational ausfallen, selbst aber in gleichem Sinne nicht weiter zerlegbar sind. Dabei ist der Umstand von einschneidender Bedeutung, daß, wie auch im Uebrigen jene Coëfficienten variiren mögen — wenn nur die Grade der beiden Gleichungen erhalten bleiben — weder Ordnung noch Classe der Curve eine Aenderung erleiden können.

Läßt man die letztere Bedingung fallen, so wird sich damit auch die ganze Fragestellung verschieben, und mit Rücksicht darauf, daß sämmtliche, hier in Betracht kommenden algebraischen Bildungen den Character (binärer) Combinanten der Curve aufweisen, der folgenden Platz machen:

„Sind die Punktcoordinaten einer rationalen, ebenen Curve R_n durch ein System von drei binären Formen n^{ter} Ordnung gegeben

$$x_1 : x_2 : x_3 = f_1(\lambda) : f_2(\lambda) : f_3(\lambda),$$

die Discriminanten und Resultanten der Gleichungen ihrer Singularitäten — Wendepunkte, Spitzen, Doppelpunkte, Doppeltangenten — in Factoren zu zerlegen, welche in den dreireihigen Coëfficientendeterminanten δ der $f_i(\lambda)$ rational, selbst aber in gleicher Weise nicht weiter zerlegbar sind."

Die nachfolgenden Resultate[1]) geben die Lösung der hiermit formulirten Aufgabe für den einfachsten Fall an, wenn die $f_i(\lambda)$ „allgemeiner" Natur sind d. h. die Classe der Curve gleich $2(n-1)$ ist. Man gewinnt so eine Stammtabelle, deren Modificationen bei weitergehenden Ausartungen der Coëfficienten auf keine principiellen Schwierigkeiten zu stoßen scheinen.

Wir setzen aber, der Einfachheit halber, stillschweigend voraus, daß nur solche (etwa von einem beweglichen Parameter abhängende) Variationen der Coëfficienten in den $f_i(\lambda)$ zulässig sein sollen, welche das gleichzeitige Verschwinden von zwei (oder mehr) der aufzustellenden Elementarfactoren verhüten.

---

1) Den Beweis derselben habe ich hauptsächlich deßhalb unterdrückt, weil mir die directe Ausführung einiger der erforderlichen Eliminationsprocesse noch nicht gelungen, (indessen, wie es scheint, überhaupt unausführbar) ist.

Wir bezeichnen die Gleichung für die $3(n-2)$ Wendepunkte durch $\Omega(\lambda) = 0$, diejenige für die Schnittelemente der $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ Doppelpunkte mit $\Lambda(\lambda) = 0$, und endlich die für die Berührungspunkte der $2(n-2)(n-3)$ Doppeltangenten mit $M(\lambda) = 0$. Dann erweisen sich die Formen Ω, Λ, M als homogen in den δ von den respectiven Graden 1, $n-1$, $2(n-3)$. Somit steigt in den Discriminanten der drei Formen $D(\Omega)$, $D(\Lambda)$, $D(M)$ der Grad in den δ an bis zu den Anzahlen $2(3n-7)$, $2(n-1)\{(n-1)(n-2)-1\}$, $4(n-3)\{4(n-2)(n-3)-1\}$; dagegen in den Resultanten je zweier derselben: $R(\Omega\Lambda)$, $R(\Omega M)$, $R(\Lambda M)$ bis zu $4(n-1)(n-2)$, $10(n-2)(n-3)$, $6(n-1)(n-2)(n-3)$.

Es herrschen nun folgende Zerlegungen der sechs letztgenannten Invarianten:

$$\begin{cases} D(\Omega) = [\Lambda\Lambda][MM] \\ D(\Lambda) = [\Lambda\Lambda][\Delta_2 T_3]^3[\Delta_3]^6, \\ D(M) = [\Lambda\Lambda]^{2(n-3)(3n-7)}[\Delta_2 T_3]^3[T_3]^4[MM][\Omega M]^4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} R(\Omega\Lambda) = [\Lambda\Lambda]^3[\Omega\Lambda], \\ R(\Omega M) = [\Lambda\Lambda]^{3(n-3)}[MM]^3[\Omega M], \\ R(\Lambda M) = [\Lambda\Lambda]^{3(n-3)}[\Delta_2 T_3]^4[\Lambda M]. \end{cases}$$

Hier sind die rechts figurirenden, in eckige Klammern eingeschlossenen, irreducibeln Elementarfactoren ganze, homogene Functionen der δ, deren Grade[1]) in folgender Tabelle vereinigt sind:

$$\begin{cases} [\Lambda\Lambda] : 2(n-1), \\ [MM] : 4(n-3), \\ [\Delta_2 T_3] : 2(n-1)(n-3), \\ [\Omega M] : 6(n-3)(n-4), \\ [\Omega\Lambda] : 4(n-1)(n-3), \\ [\Delta_3] : \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3}, \\ [T_3] : \frac{4(n-3)(n-4)(n-5)}{3}, \\ [\Lambda M] : 6(n-1)(n-3)(n-4). \end{cases}$$

Die geometrisch-algebraische Bedeutung irgend eines dieser Factoren wird erhalten, wenn man letzteren vermöge geeigneter Variationen der $f_i(\lambda)$ durch Null hindurchgehen läßt. Dann kommt:

1) Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, daß, wenn dieser Grad im Besondern gleich Null ausfallen sollte, der betreffende Factor überhaupt nicht auftritt.

Für $[\Lambda\Lambda] = 0$ entsteht eine Spitze; zwei „zusammengehörige" Doppelpunktsargumente rücken zusammen,

$[MM] = 0$ ruft eine Undulation hervor; zwei „zusammengehörige" Doppeltangentenargumente coincidiren;

Bei $[\Delta_2 T_2] = 0$ vereinigen sich in einer Selbstberührung je zwei Doppelpunkte und Doppeltangenten;

Für $[\Omega M] = 0$ fällt ein Wendepunkt auf den einen Berührungspunkt einer Doppeltangente d. h. eine Wendetangente berührt noch einmal,

Wenn $[\Omega\Lambda] = 0$, liegt ein Wendepunkt in einem der zwei Zweige eines Doppelpunktes;

$[\Delta_3] = 0$ ist das Criterium eines dreifachen Punktes,

$[T_3] = 0$ „ „ einer dreifachen Tangente;

$[\Lambda M] = 0$ endlich sagt aus, daß der eine der zwei Berührungspunkte einer Doppeltangente zugleich ein Doppelpunkt ist, oder dualistisch, daß die eine von zwei Doppelpunktstangenten noch einmal berührt.

Die damit angegebenen Bedingungen sind sämmtlich für das jeweilig eintretende Vorkommniß nothwendig und hinreichend.

Ein Vergleich mit den Brill'schen Discriminantenformeln zeigt eine auffällige Verschiedenheit darin, daß der Exponent des Factors $[\Lambda\Lambda]$ in drei der obigen Formeln von der Gradzahl n selbst noch abhängig ist. Dies findet indessen seine Erklärung in dem Umstande, daß bei der Art unserer Problemstellung eine Erniedrigung der Classenanzahl um Eins (nämlich eben, wenn eine Spitze in's Dasein tritt) ermöglicht wird, und daß die von dieser Spitze an die Curve gehenden Tangenten — deren Anzahl $2(n-3)$ beträgt — als uneigentliche Doppeltangenten mitzuzählen sind.

Zum Schlusse sei noch erwähnt, daß auch die „Realitätsbetrachtungen" von Herrn Brill eine fast unmittelbare Uebertragung auf den hier zu Grunde gelegten Fall gestatten. Damit ist aber auch der Kern Ihrer „Realitätsformel" (Math. Ann. Bd. X S. 200) für allgemeine rationale Curven algebraisch bewiesen.

Ueber eine quaternäre Gruppe von 51840 linearen Substitutionen, welche die ternäre Hesse'sche Gruppe als Untergruppe enthält.

Von

H. Maschke in Berlin.
(Vorgelegt von F. Klein).

1. Die Methoden, welche Herr F. Klein[1]) in der Theorie der elliptischen Functionen zur Aufstellung solcher Jacobischer Functionen k^{ter} Ordnung X_α benutzt hat, die sich bei linearer Transformation der Perioden linear unter sich mit rein numerischen Coefficienten substituiren, hat Herr Witting in seiner Dissertation[2]) auf die hyperelliptischen Functionen vom Geschlechte $p = 2$ ausgedehnt. Beschränkt man sich bei ungeradem k auf diejenigen Transformationen, welche eine beliebige Charakteristik ungeändert lassen, so erhält man k^3 linear unabhängige Jacobische Functionen k^{ter} Ordnung $X_{\alpha\beta}$, welche sich auch hier linear mit numerischen Coefficienten substituiren. Insbesondere hat nun Herr Witting den Fall $k = 3$ untersucht. Die in diesem Falle existirenden $\frac{k^3-1}{2} = 4$ ungeraden Functionen $Z_{\alpha\beta}$, welche als Differenzen der $X_{\alpha\beta}$ definirt sind, liefern eine quaternäre Gruppe von 25920 Collineationen, welche homogen als Substitutionsgruppe mit der jeweiligen Determinante $+1$ geschrieben, 4.25920 Substitutionen enthält. Das Problem der nach mancher Richtung hin wichtigen[3]) Aufstellung des vollen Systems invarianter Formen dieser Gruppe hat mich seit lange beschäftigt; ich erlaube mir im Folgenden meine Resultate vorzulegen.

2. Vermittelst geeigneter Combination der 5 erzeugenden Wittingschen Substitutionen[4]), welche in ziemlich complicirter Form erscheinen, gelangt man zu folgenden 6 einfacheren Substitutionen, die man als erzeugende zu Grunde legen kann:

---

1) Ueber die ellipt. Normalcurven der N^{ten} Ordnung. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. XIII. Leipzig 1885.

2) Göttinger Inaugural-Dissertation. Dresden 1887. Vgl. auch: „Ueber Jacobische Functionen k^{ter} Ordnung zweier Variabelen" von Witting. Math. Ann. Bd. 29. p. 157.

3) F. Klein „Sur la résolution, par les fonctions hyperelliptiques, de l'équation du 27. degré, de laquelle dépend la détermination des vingt-sept droites d'une surface cubique". Journ. de Math. (4e série), tome IV Fasc. II 1888.

4) Dissertation. pag. 27.

	A	B	C	D	E	F
$x_0' =$	x_0	$-x_0$	x_0	εx_0	x_0	$-x_2$
$x_1' =$	x_2	x_1	x_1	x_1	$\frac{1}{\sqrt{-3}}(x_1+x_2+x_3)$	x_1
$x_2' =$	x_3	x_3	εx_2	εx_3	$\frac{1}{\sqrt{-3}}(x_1+\varepsilon x_2+\varepsilon^2 x_3$	$-x_0$
$x_3' =$	x_1	x_2	$\varepsilon^2 x_3$	εx_3	$\frac{1}{\sqrt{-3}}(x_1+\varepsilon^2 x_3+\varepsilon x_3)$	$-x_3$

(1)

wo

$$\varepsilon = e^{\frac{2i\pi}{3}}.$$

Nimmt man zu diesen noch hinzu: $x_0' = ix_0$, $x_1' = ix_1$, $x_2' = ix_2$, $x_3' = ix_3$, so läßt sich zeigen, daß aus diesen sieben Substitutionen sich die 5 Wittingschen herstellen lassen.

Es ist nun offenbar ausreichend, wenn wir uns mit der aus den Substitutionen $A \ldots F$ allein erzeugten Gruppe beschäftigen, die wir mit G bezeichnen wollen. Durch die Substitution $x_k' = ix_k$ wird die Ordnung von G nur mit 2 multiplicirt, da in G zwar die Substitution $x_k' = -x_k$ (nämlich BE^2), aber nicht $x_k' = ix_k$ enthalten ist. Mithin sind in G 2.25920 = 51840 Substitutionen vorhanden. Ich behaupte nun:

Die Gesammtheit aller derjenigen in G enthaltenen Substitutionen, welche die Ebene $x_0 = 0$ ungeändert lassen, ist durch die Untergruppe H dargestellt, welche aus den 5 Substitutionen A, B, C, D, E erzeugt wird.

In der That, schreibt man die Formeln $A, \ldots . E$ als Collineationsformeln, so bilden sie gerade die bekannte, mit der Hesse'schen Configuration zusammenhängende, ternäre Gruppe von 216 Collineationen, von welcher Herr C. Jordan[1]) bewiesen hat, daß sie in keiner umfassenderen ternären Collineationsgruppe enthalten sein kann.

3. Ich stelle nun erst für diese ternäre Hesse'sche Collineationsgruppe das volle Formensystem auf. Versehen wir in (1) die x' mit dem Proportionalitätsfactor ρ, und bezeichnen die so entstehenden Formeln unter Weglassung der Substitution für $\rho x_0'$ mit A',

1) „Mémoire sur les équations différentielles linéaires à intégrale algébrique" Borchardt's Journal Bd. 84 (1878) und: Sur la détermination des groupes d'ordre fini etc. Atti della Reale Accademia di Napoli (1880).

B', C', D', E', so erzeugen diese die zu untersuchende Collineationsgruppe H'.

Führen wir folgende Bezeichnung ein:

$$\left.\begin{array}{l} z_1 z_2 z_3 = \varphi \\ z_1^3 + z_2^3 + z_3^3 = \psi \\ z_1^3 z_2^3 + z_2^3 z_3^3 + z_3^3 z_1^3 = \chi \\ (z_1^3 - z_2^3)(z_2^3 - z_3^3)(z_3^3 - z_1^3) = C_9, \end{array}\right\} \tag{2}$$

so läßt sich aus den 4 Formeln A', B', C', D' ohne Weiteres beweisen, daß jede bis auf einen Factor invariante Form der Hesseschen Gruppe eine ganze Function von φ ψ, χ, C_9 sein muß. Was C_9 anbetrifft, so zeigt sich, daß diese Form auch bei E' invariant bleibt. Mithin ist C_9 bereits eine invariante Form der H'. Die Wirkung der Collineationen $A', \ldots E'$ auf φ, ψ, χ stelle ich in folgender Tabelle zusammen:

	A'	B'	C'	D'	E'
$\rho\varphi' =$	φ	φ	φ	φ	$\frac{2}{\sqrt{27}}(\psi - 3\varphi)$
$\rho\psi' =$	ψ	ψ	ψ	$\varepsilon\psi$	$\frac{i}{\sqrt{3}}(\psi + 6\varphi)$
$\rho^2\chi' =$	χ	χ	χ	$\varepsilon^2\chi$	$\chi - \frac{1}{9}(\psi^2 + 3\psi\varphi + 9\varphi^2)$.

(3)

Setzt man nun aus φ, ψ, χ homogene Functionen der ε der Reihe nach vom 3., 6., 9., 12. Grade mit unbestimmten Coefficienten zusammen, und bestimmt letztere durch die Forderung der Invarianz, so findet man vermittelst einfacher Rechnungen, daß eine invariante C_3 nicht existirt, und daß für die höheren Grade folgende die einzigen invarianten Formen sind:

$$\left.\begin{array}{l} C_6 = \psi^2 - 12\chi \\ C_{12} = \psi(\psi^3 + 216\varphi^3) \\ \mathfrak{C}_{12} = \varphi(27\varphi^3 - \psi^3) \end{array}\right\} \tag{4}$$

C_{12} kann natürlich auch durch eine lineare Verbindung von C_{12} und C_6^2 ersetzt werden.

Von Wichtigkeit ist nun, daß, wie aus (3) hervorgeht, sich φ und ψ linear unter sich, also binär, substituiren. Folglich liefert uns jede Covariante von C_{12} und $\mathfrak{C}_{12}$ in Bezug auf φ und ψ als Variabele eine für die H' invariante Form. Dabei zeigt sich, daß $\mathfrak{C}_{12}$ die Hesse'sche Form von C_{12} und umgekehrt ist. Als ein-

zig neue Covariante tritt dann nur noch die Functionaldeterminante beider Formen auf, und diese lautet:

$$C_{18} = \psi^6 - 540\psi^3\varphi^3 - 5832\varphi^6. \qquad (4a)$$

Ich behaupte nun: Die Formen C_6, C_9, C_{12}, $\mathfrak{C}_{12}$, C_{18} bilden das volle Formensystem der H' in dem Sinne, daß sich jede bei der Hesse'schen Collineationsgruppe bis auf einen Factor invariante Form als ganze Function der genannten Formen zusammensetzen läßt.

4. Der Beweis gestaltet sich äußerst einfach. Sei Φ eine beliebige invariante Form der H'. Dann ist Φ, wie bereits bemerkt, ganze Function von φ, ψ, χ, C_6, und zwar ist sie entweder Function von φ, ψ, χ allein (symmetrisch in den ε), oder das Product von C_6 in eine Function von φ, ψ, χ (alternirend in den ε). Von C_6 können wir demnach absehen. Sei jetzt χ^μ die höchste in Φ vorkommende Potenz von χ, dann muß der Factor von χ^μ für sich eine invariante Form $g(\varphi, \psi)$ sein, weil, wie aus (3) folgt, der Term χ^μ bei Anwendung der Formeln (3), insbesondere von E', nur aus dem Term χ^μ selber hervorgehen kann. Der invariante Ausdruck:

$$\Phi - (-12)^{-\mu} g(\varphi, \psi) C_6^\mu$$

enthält dann den Term χ^μ nicht mehr. Diesen Schluß kann man wiederholen, bis man schließlich auf eine Form kommt, in welcher χ überhaupt nicht mehr vorkommt.

Nun ist nur noch nachzuweisen, daß alle diejenigen invarianten Formen, welche nur φ und ψ enthalten, sich als ganze Functionen von C_{12}, $\mathfrak{C}_{12}$ und C_{18} darstellen. Zu dem Ende fragen wir, nach welcher binären Gruppe sich die Größen φ und ψ in (3) linear substituiren. Da C_{12} und $\mathfrak{C}_{12}$ in Bezug auf φ und ψ vom 4. Grade, und, wie bereits bemerkt, zugleich die niedrigsten von φ und ψ abhängigen invarianten Formen sind, so folgt, daß die fragliche Gruppe keine andere als die Tetraëdergruppe sein kann, weil für diese allein als Formen niedrigsten Grades 2 vom 4., die eine die Hesse'sche der anderen, und eine vom 6. Grade (C_{18}), die Functionaldeterminante beider, existiren. Von der Tetraëdergruppe aber ist bereits bekannt, daß die genannten 3 Formen ihr volles Formensystem ausmachen [1]). Hiermit ist der Beweis der Vollständigkeit des Formensystems der H' erbracht.

Selbstverständlich müssen zwischen den 5 Formen des Systems zwei Relationen existiren. Dieselben lauten:

---

1) F. Klein. Vorlesungen über das Ikosaëder etc. Leipzig 1884. pag. 51.

$$\left.\begin{aligned} 432\, C_6^2 &= C_6^2 - 3\, C_6 C_{12} + 2\, C_{18}. \\ 1728\, \mathfrak{C}_{12}^2 &= C_{18}^2 - C_{12}^3. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

5. Die in § 2 mit H bezeichnete Untergruppe läßt, wie bereits bemerkt, die Ebene $z_0 = 0$ fest. Eine leichte Abzählung ergiebt, daß die Gesammtgruppe G diese Ebene im Ganzen in 40 von einander verschiedene Ebenen überführt. Das Product der linken Seiten ihrer Gleichungen ist mithin invariant. Eine genauere Ueberlegung ergiebt, daß dieses Product, welches wir mit F_{40} bezeichnen wollen, sich nicht blos bis auf einen Factor, sondern absolut invariant verhält.

Wir beschränken uns jetzt auf die Untersuchung solcher, der Gesammtgruppe G gegenüber absolut invarianter, quaternärer Formen Φ, welche für $z_0 = 0$ nicht verschwinden, welche also die F_{40} nicht als Factor enthalten. Dieselben sind als ganze Functionen von z_0 und den ternären Formen C_6, C_9, C_{12}, $\mathfrak{C}_{12}$, C_{18} darstellbar, da letztgenannte Formen mit z_0 das volle Formensystem der in G enthaltenen Untergruppe H ausmachen. Bezeichnen wir das in Φ von z_0 unabhängige Glied als den Leitterm von Φ, so gilt von demselben folgende Eigenschaft:

Ein Leitterm enthält in denjenigen seiner Glieder, in welchen nur 1 oder 2 Variabele vorkommen, diese Variabelen nur in gerader Potenz.

Man beweist dies, indem man z. B. auf den nach Potenzen von z_0 geordneten Ausdruck Φ die Substitution F' der Formeln (1) anwendet, und alsdann beide Ausdrücke mit einander vergleicht, indem man $z_0 = z_2 = 0$ setzt.

In Folge dieser Eigenschaft sind bis zum 30. Grade nur folgende Leitterme möglich, die ich mit Uebergehung der Einzelheiten der Rechnung anführe:

$$\left.\begin{aligned} L_{12} &= C_6^2 + 5\, C_{12}. \\ L_{18} &= C_6^3 - 30\, C_6 C_{12} - 25\, C_{18}. \\ L_{24} &= C_6^4 + 6\, C_6^2 C_{12} - 16\, C_6 C_{18} + 9\, C_{12}^2. \\ L_{30} &= C_6^5 - 19\, C_6^3 C_{12} + 29\, C_6^2 C_{18} - 6\, C_6 C_{12}^2 - 5\, C_{12} C_{18}. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Dies ist selbstverständlich so zu verstehen, daß statt L_{24} und L_{30} auch eine lineare Verbindung von L_{24} und L_{12}^2, resp. L_{30} und $L_{12} . L_{18}$ gesetzt werden kann. Hiervon abgesehen sind obige Ausdrücke eindeutig bestimmt.

6. Es fragt sich nun, wie man aus einem Leitterm die volle quaternäre Form Φ bestimmen kann, falls eine solche überhaupt existirt. Es sei mir gestattet, auch hier die Details der nothwendigerweise complizirten und langwierigen Rechnung zu übergehen, und nur den Gedankengang derselben klar zu legen.

Aus den Substitutionen A, B und F der Formeln (1) folgt, daß, wenn in Φ ein Glied $z_i^\alpha z_k^\beta z_l^\gamma$ vorhanden ist, auch sämmtliche Glieder vorhanden sein müssen, die man aus obigem erhält, wenn man den Indices i, k, l in allen möglichen Permutationen drei der Werthe 0, 1, 2, 3 beilegt und die Vorzeichen der aus A, B, F erzeugten Untergruppe gemäß bestimmt. Die Form Φ ist, um mich kurz auszudrücken, symmetrisch in den Indices. Man ergänze nun auf die angegebene Weise in den ternären Leittermen die fehlenden, z_0 enthaltenden Glieder, was nur in durchaus eindeutiger Weise möglich ist. Die so resultirende quaternäre Form Φ^* ordne man alsdann nach steigenden Potenzen von z_0^3 (nur solche Potenzen können vorkommen, weil in den Leittermen, resp. in C_6, C_{12}, C_{18} die 3 Variabelen nur in dritter Potenz vorkommen). Von der vollen Form Φ kann sich alsdann Φ^* nur dadurch unterscheiden, daß in ihr die Glieder, welche alle 4 Variabelen enthalten, fehlen. Nun müssen in Φ sämmtliche Coefficienten der Potenzen von z_0^3, wie schon bemerkt, ganze Functionen der ternären Formen $C_6, \ldots . C_{18}$ sein. Die Coefficienten der Potenzen von z_0^3 in Φ^* müssen mithin mit den entsprechenden invarianten ternären Formen in den Gliedern, welche 1, 2 und 3 der Variabelen enthalten, übereinstimmen, falls wirklich eine zu dem Leitterm gehörige Form Φ existirt. Setzt man jetzt aus den ternären Formen C_6, $C_9, \ldots C_{18}$ in allgemeinster Weise ganze Functionen von den entsprechenden Graden in den z zusammen, so sind diese durch Vergleichung mit den Coefficienteu der Potenzen von z_0^3 in Φ^* in durchaus eindeutiger Weise bestimmbar (sogar überbestimmt). Hiermit ist Φ überhaupt bestimmt. Man berechne endlich aus dieser Form von Φ die Glieder, welche alle 4 Variabelen enthalten. Wenn alsdann dieselben für sich der aus A, B, F gebildeten Untergruppe gegenüber sich invariant verhalten, d. h. also symmetrisch in den Indices sind mit entsprechendem Vorzeichenwechsel der einzelnen Glieder, dann ist die berechnete Form Φ wirklich invariant.

Der Erfolg zeigt, daß nun in der That zu jedem der in (6) gegebenen Leitterme eine quaternäre absolut invariante Form gehört. Wir erhalten somit 4 invariante Formen, die wir mit F_{12}, F_{18}, F_{24}, F_{30} bezeichnen. Dabei sind wir sicher, daß bis zum 30. Grad incl. keine anderen invarianten Formen existiren können, immer mit der Einschränkung daß an Stelle von F_{24} und F_{30} auch eine lineare Verbindung von F_{24} mit F_{12}^2, resp. F_{30} und $F_{12} . F_{18}$ treten kann. Ich lasse jetzt die ausgerechneten Werthe folgen, sowohl als ganze Functionen von z_0, $C_6, \ldots C_{18}$ als auch von z_0, z_1, z_2, z_3.

$$
\begin{aligned}
F_{12} &= 6\varepsilon_0^{12} + 6.22\, C_6\varepsilon_0^6 + 6.220\, C_9\varepsilon_0^3 + C_6^2 + 5\, C_{12}.\\
F_{18} &= -54\varepsilon_0^{18} + 17.54\, C_6\varepsilon_0^{12} + 54.1870\, C_9\varepsilon_0^9 + \tfrac{1}{2}.17.27\,(19\, C_6^3 - 15\, C_{12})\varepsilon_0^6 + 54.170\, C_6 C_9\varepsilon_0^3 + C_6^3 - 30\, C_6 C_{12} - 25 C_{18}.\\
F_{24} &= 1728\, C_6\varepsilon_0^{18} - 36.1728\, C_9\varepsilon_0^{15} + 15.144\,(7\, C_{12} + C_6^2)\varepsilon_0^{12} - 10.1728\, C_6 C_9\varepsilon_0^9 + 36\,(178\, C_{18} - 135\, C_6 C_{12} + 5\, C_6^3)\varepsilon_0^6\\
&\quad + 432\,(41\, C_{12} - C_6^2)\, C_9\varepsilon_0^3 + C_6^4 + 6\, C_6^2 C_{12} - 16\, C_6 C_{18} + 9\, C_{12}^2.\\
F_{30} &= -2.6^4\, C_6\varepsilon_0^{24} + 312.6^4\, C_9\varepsilon_0^{21} + 216\,(715\, C_{12} - 127\, C_6^2)\varepsilon_0^{18} + 272.6^4\, C_6 C_9\varepsilon_0^{15} + 18\,(1306\, C_{18} + 6045\, C_6 C_{12}\\
&\quad - 295\, C_6^3)\varepsilon_0^{12} + 216\,(73\, C_6^4 - 5473\, C_{12})\, C_9\varepsilon_0^9 + \tfrac{1}{2}.3\,(16648\, C_6 C_{18} + 2334\, C_6^3 C_{12} - 20709\, C_{12}^2 - C_6^4)\varepsilon_0^6\\
&\quad - 36\,(1370\, C_{18} - 657\, C_6 C_{12} + 7\, C_6^3)\, C_9\varepsilon_0^3 + C_6^5 - 19\, C_6^3 C_{12} + 29\, C_6^2 C_{18} - 6\, C_6 C_{12}^2 - 5\, C_{12} C_{18}.
\end{aligned}
\tag{7}
$$

$$
\begin{aligned}
F_{12} &= 6\,\{\Sigma\varepsilon_i^{12} + 22\,\Sigma\varepsilon_i^6\varepsilon_k^6 + 220\,\Sigma\pm\varepsilon_i^6\varepsilon_k^3\varepsilon_l^3\}.\\
F_{18} &= 54\,\{-\Sigma\varepsilon_i^{18} + 17\,\Sigma\varepsilon_i^{12}\varepsilon_k^6 + 170\,\Sigma\pm\varepsilon_i^{12}\varepsilon_k^3\varepsilon_l^3 + 1870\,\Sigma\pm\varepsilon_i^9\varepsilon_k^6\varepsilon_l^3 + 7854\,\Sigma\varepsilon_i^6\varepsilon_k^6\varepsilon_l^6\}.\\
F_{24} &= 1728\,\{\Sigma\varepsilon_i^{18}\varepsilon_k^6 + 10\,\Sigma\pm\varepsilon_i^{18}\varepsilon_k^3\varepsilon_l^3 - 36\,\Sigma\pm\varepsilon_i^{15}\varepsilon_k^6\varepsilon_l^3 + 10\,\Sigma\varepsilon_i^{12}\varepsilon_k^{12} - 10\,\Sigma\pm\varepsilon_i^{12}\varepsilon_k^9\varepsilon_l^3 + 180\,\Sigma\varepsilon_i^{12}\varepsilon_k^6\varepsilon_l^6\\
&\quad - 110\,\Sigma\pm\varepsilon_i^9\varepsilon_k^9\varepsilon_l^6 + 60.37\,\varepsilon_0^3\varepsilon_1^3\varepsilon_2^3\varepsilon_3^3\,\Sigma\pm\varepsilon_i^9\varepsilon_k^3 - 11.36.37\,\varepsilon_0^6\varepsilon_1^6\varepsilon_2^6\varepsilon_3^6\}.\\
F_{30} &= 2592\,\{-\Sigma\varepsilon_i^{24}\varepsilon_k^6 - 10\,\Sigma\pm\varepsilon_i^{24}\varepsilon_k^3\varepsilon_l^3 + 156\,\Sigma\pm\varepsilon_i^{21}\varepsilon_k^6\varepsilon_l^3 + 49\,\Sigma\varepsilon_i^{18}\varepsilon_k^{12} - 450\,\Sigma\pm\varepsilon_i^{18}\varepsilon_k^9\varepsilon_l^3 - 722\,\Sigma\varepsilon_i^{18}\varepsilon_k^6\varepsilon_l^6\\
&\quad + 136\,\Sigma\pm\varepsilon_i^{15}\varepsilon_k^{12}\varepsilon_l^3 + 1496\,\Sigma\pm\varepsilon_i^{15}\varepsilon_k^9\varepsilon_l^6 - 1870\,\Sigma\varepsilon_i^{12}\varepsilon_k^{12}\varepsilon_l^6 - 170\,\Sigma\pm\varepsilon_i^{12}\varepsilon_k^9\varepsilon_l^9\\
&\quad + 80.73\,\varepsilon_0^3\varepsilon_1^3\varepsilon_2^3\varepsilon_3^3\,(2\,\Sigma\pm\varepsilon_i^{15}\varepsilon_k^3 + 17\,\Sigma\pm\varepsilon_i^9\varepsilon_k^6\varepsilon_l^3) - 16.17.18.73\,\varepsilon_0^6\varepsilon_1^6\varepsilon_2^6\varepsilon_3^6\,\Sigma\varepsilon_i^6\}.
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Den Indices i, k, l sind alle verschiedenen Werthe von 0 bis 3 zu ertheilen. In den Ausdrücken $\Sigma \pm \varepsilon_i^{\alpha} \varepsilon_k^{\beta} \varepsilon\gamma$ sind die Vorzeichen der einzelnen Terme nach der aus A, B, F erzeugten Gruppe zu bestimmen, was keine Schwierigkeiten macht. Der etwa voranstehende Factor $\varepsilon_0^3 \varepsilon_1^3 \varepsilon_2^3 \varepsilon_3^3$ ist jedoch hierbei mit zu berücksichtigen.

Ich stelle mit diesen Formeln noch zusammen die am Anfange von § 5 erwähnte invariante F_{40}.

$$F_{40} = \varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3[(\varepsilon_1^3+\varepsilon_2^3+\varepsilon_3^3)^3 - 27\varepsilon_1^3\varepsilon_2^3\varepsilon_3^3]\cdot[(\varepsilon_0^3-\varepsilon_1^3+\varepsilon_3^3)^3+27\varepsilon_0^3\varepsilon_1^3\varepsilon_3^3] \cdot[(\varepsilon_0^3+\varepsilon_1^3-\varepsilon_3^3)^3+27\varepsilon_0^3\varepsilon_1^3\varepsilon_2^3]\cdot[(\varepsilon_0^3+\varepsilon_2^3-\varepsilon_3^3)^3+27\varepsilon_0^3\varepsilon_2^3\varepsilon_3^3]. \quad (8a)$$

7. Es handelt sich nun darum, die Relation zu ermitteln, welche zwischen den 5 Formen (8) und (8a) nothwendig existiren muß. Dieselbe sei von der Form:

$$G(F_{12}, F_{18}, F_{24}, F_{30}, F_{40}) = 0. \quad (9)$$

Setzt man in dieser Gleichung $\varepsilon_0 = 0$, so verschwindet F_{40}, und jede der übrigen Formen geht in den entsprechenden Leitterm L_{12}, L_{18}, L_{24}, L_{30} über. Man erhält somit die Gleichung:

$$G(L_{12}, L_{18}, L_{24}, L_{30}) = 0.$$

Diese identische Relation ist aber ohne Schwierigkeit zu ermitteln, indem man aus den Formeln (6), als Gleichungen angesehen, die 3 Größen C_6, C_{12}, C_{18} eliminirt. Sondert man aus der Resultantengleichung alle nicht identisch verschwindenden Factoren ab, so erhält man eine Gleichung:

$$0 = R(L_{12}, L_{18}, L_{24}, L_{30}), \quad (10)$$

wo die rechte Seite eine homogene ganze Function der ε_1, ε_2, ε_3 vom 120. Grade darstellt.

Ich ersetze nun in der rechten Seite dieser Gleichung jeden der Leitterme durch die entsprechende Form F_{12}, F_{18}, F_{24}, F_{30}, so hat der Ausdruck $R(F_{12}, F_{18}, F_{24}, F_{30})$ folgende Eigenschaften:

1) R ist nicht identisch Null, wie man durch Einsetzen specieller Zahlenwerthe für die ε erweist.
2) R ist invariant, weil aus $F_{12}, \ldots F_{30}$ zusammengesetzt.
3) R verschwindet für $\varepsilon_0 = 0$ in Folge von (10), muß mithin ε_0, und da ε_0 in $F_{12} \ldots F_{30}$ nur als ε_0^3 vorkommt, ε_0^3 als Factor besitzen.

Nimmt man noch hinzu, daß die Form R vom 120. Grade ist, so folgt, daß sie sich nur durch einen constanten Factor von F_{40}^3 unterscheiden kann. Mithin lautet die Gleichung (9):

$$\text{Const. } F_{40}^3 = R(F_{12}, F_{18}, F_{24}, F_{30}).$$

Die Ausdrücke gewinnen an Kürze, wenn man statt F_{24} und F_{30} die Formen:

$$\left.\begin{aligned} 4\Phi_{24} &= 25F_{24} - 9F_{12}^2, \\ 6\Phi_{30} &= 25F_{30} - F_{12}.F_{18} \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

einführt. Die Constante habe ich bestimmt, indem ich den 4 Variabelen z die Werthe $+1$, -1, $+i$, $-i$ beilegte, wobei F_{18} und F_{30} identisch verschwinden, was eine ganz erhebliche Abkürzung der Rechnung verursachte. Zugleich ging hervor, daß R hierbei nicht, also überhaupt nicht, identisch gleich Null ist. Die gesuchte Gleichung lautet hiernach folgendermaßen:

$$2^{18}.3^{15}.10^{15}F_{40}^3 =$$

$$= \begin{vmatrix} \Phi_{30}, & 2\Phi_{24}^2 & , F_{18}\Phi_{24} & , F_{12}\Phi_{24} \\ 2\Phi_{24}, & 27F_{12}\Phi_{30} - 11F_{18}\Phi_{24}, & 3F_{12}\Phi_{24} - 4F_{18}^2, & 3\Phi_{30} - 4F_{12}F_{18} \\ F_{18}, & 3F_{12}\Phi_{24} - 4F_{18}^2 & , 13F_{12}F_{18} - 3\Phi_{30}, & 9F_{12}^2 - 2\Phi_{24} \\ F_{12}, & 3\Phi_{30} - 4F_{12}F_{18} & , 9F_{12}^2 - 2\Phi_{24} & , F_{18} \end{vmatrix} \qquad (12)$$

8. Ich behaupte nun: F_{12}, F_{18}, F_{24}, F_{30} F_{40} bilden das volle Formensystem der Gruppe G.

Indem ich den Beweis dafür an anderer Stelle zu geben gedenke, bemerke ich hier nur soviel, daß, wenn man den Größen F_{12}, F_{18}, F_{24}, F_{30}, welche, wie leicht zu zeigen, von einander unabhängig sind, die festen Werthe $F_{12} = a$, $F_{18} = b$, $F_{24} = c$, $F_{30} = d$ beilegt, und der F_{40} einen der 3 aus (12) resultirenden Werthe, diese Gleichungen, nach den z ausgerechnet, gerade $\frac{12.18.24.30}{3}$ $= 51840$ Lösungen besitzen, d. h. gerade so viele, als die Gruppe G Substitutionen enthält, wie es sein muß, wenn die genannten Formen das volle Formensystem bilden sollen.

Formen, welche sich bis auf den Factor -1 invariant verhalten, existiren nicht, und dies hängt unmittelbar mit folgendem Umstande zusammen:

Es ist unmöglich, aus den 2.25920 Substitutionen von G die Hälfte so herauszugreifen, daß letztere eine mit der als Collineationsgruppe geschriebenen Gruppe G holoëdrisch isomorphe Untergruppe bilden.

Der Beweis folgt ebenso wie bei der Ikosaëdergruppe[1]) daraus, daß in G sich eine Vierergruppe als Untergruppe nachweisen läßt. Dieselbe ist aus den Substitutionen A, B, F und $z_k' = -z_k$ (BE^2) leicht zusammenzusetzen, indem man aus ihnen die Substitutionen bildet, welche z. B. die Tetraëderkante $z_0 = 0$, $z_1 = 0$ ungeändert lassen.

1) Vorlesungen über das Ikosaëder. Abschnitt I. Kap. 2. § 8.

Untersuchungen über die zweite van t'Hoff'sche Hypothese.

Von

Karl Auwers und **Victor Meyer.**

Einleitung.

In seiner epochemachenden Arbeit über die räumliche Anordnung der Atome in den Molecülen hat van t'Hoff[1]) drei Hypothesen aufgestellt, welche sich kurz folgendermaßen formuliren lassen:

1) Die vier Affinitäten eines Kohlenstoffatoms sind nach den Ecken eines regulären Tetraëders gerichtet, in dessen Mittelpuncte das Kohlenstoffatom gedacht ist. Kohlenstoffverbindungen der Formel C (a b c d) müssen daher in zwei isomeren Formen möglich sein, deren Molecüle sich verhalten wie Gegenstand und Spiegelbild. Ein Kohlenstoffatom, das mit vier verschiedenen Gruppen verbunden ist, wird ein asymmetrisches genannt. Die Isomerie optisch activer, chemisch gleich constituirter Substanzen beruht auf Anwesenheit eines oder mehrerer asymmetrischer Kohlenstoffatome. — Diese erste Hypothese hat gleichzeitig mit van t'Hoff auch Le Bel[2]) aufgestellt.

2) Zwei durch einfache Bindung mit einander verkettete Kohlenstoffatome sind um eine Axe, deren Richtung durch die verbindende Affinitätseinheit gegeben ist, in beliebiger Richtung frei drehbar, und eine Isomerie ist als wirklich bestehend nur für solche Körper des Typus $\equiv C - C \equiv$ anzusehen, welche durch Rotation um die gemeinsame Axe nicht in dieselbe Form übergeführt werden können[3]).

3) Die Rotation zweier mit einander verbundener Kohlenstoffatome hört auf eine freie, auch in entgegengesetzter Richtung

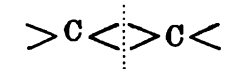
---

1) van t'Hoff-Herrmann, Braunschweig, 1877. — Wir nehmen im Folgenden stets auf diese Ausgabe, nicht aber auf die schon 1875 erschienene Schrift van t'Hoff's „la chimie dans l'espace" Bezug, da in der deutschen Ausgabe die Gedanken in klarerer Weise präcisirt sind, als in der älteren französischen. In wie weit an diesem Verdienste der Uebersetzer und Herausgeber der deutschen Ausgabe, F. Herrmann, theilnimmt, vermögen wir nicht zu entscheiden.

2) Bull. Soc. chim. de Paris, Nov. 1874, p. 337. — Ueber die Geschichte der Theorie vgl. van t'Hoff, Dix annnées dans l'histoire d'une théorie, Rotterdam, 1887.

3) van t'Hoff, l. c. p. 6.

mögliche zu sein, sobald an Stelle der einfachen Bindung eine mehrfache tritt; bei Körpern des Typus:



sind daher wohl noch Oscillationen um die [punctirt gezeichnete] Axe, nicht aber mehr freie Rotationen um eine Axe, die in der Richtung der die beiden Kohlenstoffatome verbindenden Geraden liegt, möglich[1]).

Von diesen drei Hypothesen hat die erste bald nach ihrer Aufstellung die allgemeinste Beachtung und ungezählte Bestätigungen gefunden, sie wurde kaum von einem Chemiker, der auf dem Standpuncte der heutigen Structurlehre steht, ernstlich bekämpft, und sie ist jetzt als eine feste Stütze in das Lehrgebäude der theoretischen Chemie aufgenommen.

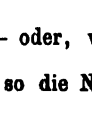
Die beiden anderen Hypothesen wurden indessen fast gar nicht beachtet, sie blieben den meisten Chemikern unbekannt und haben, jedenfalls bis vor Kurzem, irgend einen erheblichen Einfluß auf die Entwickelung der Chemie nicht geübt.

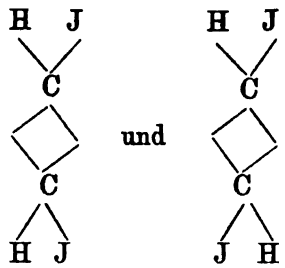
Es ist das Verdienst von Johannes Wislicenus, die Wichtigkeit dieser beiden letzteren Hypothesen mit voller Klarheit erfaßt und die fundamentale Bedeutung derselben in das rechte Licht gestellt zu haben. In seiner großartig angelegten Arbeit „die räumliche Anordnung der Atome in organischen Molecülen“ [2]) hat er gezeigt, daß auf Grundlage der Erklärung, welche schon van t'Hoff für die Isomerie der Fumar- und Maleïnsäure gegeben, eine große Anzahl bisher nicht verstandener Isomerien sich erklären läßt, daß zahlreiche neue Isomerien ähnlicher Art sich voraussagen lassen. Mit höchster Spannung darf man dem Ergebnisse der von Wislicenus angekündigten experimentellen Prüfung der älteren Angaben über die Existenz zweier isomerer Dijodäthylene entgegensehen; wird das Vorliegen derselben und ihre Structurgleichheit durch Wislicenus bestätigt, so wird Niemand mehr daran zweifeln, daß dieselben durch die Formeln[3]):

---

1) van t'Hoff, l. c. p. 12 u. 13.

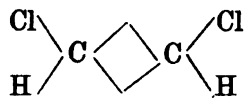
2) Abhandlungen der math. phys. Classe der Kgl. Sächs. Gesellsch. d. Wissensch. Bd. 14 No. 1, Leipzig 1887, bei S. Hirzel.

3) Es möge gestattet sein, bei stereochemischen Betrachtungen stets an Stelle des körperlich gezeichneten Tetraëders das Bild  oder, wo es nöthig erscheint, das perspectivische zu gebrauchen, und so die Nothwendigkeit zu umgehen, für jede Formel einen besonderen Holzschnitt zu beschaffen. Diese

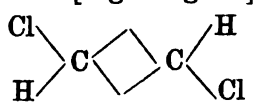


auszudrücken sind, und die Hypothesen über Polymerie oder Lactonbindung in der Fumar-Maleïnreihe, zu welcher jetzt einige ausgezeichnete Forscher ihre Zuflucht nehmen, um sich der Nothwendigkeit einer Anerkennung der van t'Hoff'schen Hypothesen zu entziehen, werden damit von selbst dahin fallen.

Aber noch einen neuen, befruchtend wirkenden Gedanken hat Wislicenus den van t'Hoff'schen Ideen hinzugefügt, indem er darauf hinwies, daß man die Configuration der mit den Kohlenstoffatomen verbundenen Atome da sicher ermitteln könne, wo Uebergang aus dreifacher in doppelte Bindung durch Addition stattfindet. Wenn z. B. das Acetylen zwei Atome Chlor aufnimmt, so muß das primär entstehende Chlorid die Formel:



haben, während die isomere [begünstigtere] Verbindung



auf diese Weise unmöglich erhalten werden kann.

Bei der Discussion der in der Literatur aufgesammelten Thatsachen, welche durch die oben besprochenen Theorien erklärbar sind, hat Wislicenus es sich angelegen sein lassen, das Mate-

Bezeichnungsweise scheint mir zweckmäßiger als die von van t'Hoff und Wislicenus gebrauchten complicirten Zeichnungen, bei welchen die vier Valenzen des Kohlenstoffs, auf welche es gerade ankommt, gar nicht gezeichnet sind, statt ihrer aber sechs Tetraëderkanten, welche doch für die Betrachtung ohne jeden Belang sind. Für die Darstellung von Molecülen mit größerer Kohlenstoffatomzahl und mehrfach vorkommenden Doppelbindungen möchte sich die von van t'Hoff und Wislicenus gebrauchte Wiedergabe vielleicht eher empfehlen, doch sollten, wie mir scheint, in derartigen Fällen die Tetraëderkanten durch punctirte, die Valenzen durch ausgezogene Linien angedeutet werden.

Victor Meyer.

rial mit möglichster Vollständigkeit zu sammeln, und er gelangt bei der Besprechung der Isomerie der Fumar- und Maleïnsäure zu dem Ausspruche [1]), daß nunmehr alle auf die genetischen Beziehungen dieser Säuren bezüglichen Thatsachen in erwünschter Weise erklärt seien.

Trotz der großen Sorgfalt, mit welcher Wislicenus das weitzerstreute Material herbeigeschafft hat, und der bewundernswerthen Consequenz, mit der er es verarbeitet, wollte es uns indessen scheinen, als ob die Vollständigkeit der gesammelten Thatsachen keine absolute sei. So findet sich gerade bei der Behandlung des Fumar- und Maleïnsäureproblems eine Lücke. Es wird mit keinem Worte der damals noch unbestrittenen [2]) Beobachtung von Beilstein und Wiegand gedacht, nach welcher die Isodibrombernsteinsäure mit Silberoxyd Brenztraubensäure liefern soll; und doch würde dieses Factum, [wenn es nicht soeben von V. Meyer und Demuth — Ber. d. D. ch. Ges. XXI, p. 266 — als irrthümlich erwiesen worden wäre] für die Isodibrombernsteinsäure die früher übliche Formel:

$$COOH - CBr_2 - CH_2 - COOH$$

wahrscheinlich gemacht und somit den Speculationen von van t'Hoff und Wislicenus über die Constitution der fraglichen Verbindungen widersprochen haben. — Noch ein weiteres, für die zweite van t'Hoff'sche Hypothese bedeutungsvolles und zu ihrer Prüfung ganz besonders geignetes Factum: die Existenz zweier isomerer Dioxime des Benzils, welche sich aus den Untersuchungen von V. Meyer und H. Goldschmidt [3]) ergiebt, findet sich in der Wislicenus'schen Arbeit nicht erwähnt. Diese Unterlassung läßt sich indessen dadurch motiviren, daß zwar bisher die Existenz dieser beiden Verbindungen festgestellt, eine nähere Untersuchung über die Constitution und che-

---

1) Auf Seite 37 seiner Schrift.

2) Schon vor einigen Jahren hat Hecht (Erlenmeyer-Hecht, Org. Chemie Bd. II, p. 283) die Beilstein'sche Angabe angezweifelt, indeß auf Grund einer Betrachtung, die nicht ohne Weiteres zugegeben werden kann. Er hält die Bildung von nur ½ Mol. Baryumcarbonat — statt eines ganzen, welches Beilstein erhalten zu haben glaubte — für nothwendig, während doch die Beilstein'sche Gleichung arithmetisch völlig richtig ist, wenn man die Umsetzung in folgendem Sinne annimmt:

$$\left.\begin{matrix} COO \\ | \\ C_2H_2Br_2 \\ | \\ COO \end{matrix}\right\rangle Ba + Ag_2O + H_2O = BaCO_3 + 2\,AgBr + C_2H_4O_2.$$

3) Ber. d. D. chem. Ges. XVI, 1616, 2176.

mische Natur derselben aber nicht ausgeführt war. Es blieb daher möglich, daß sie zwar gleiche Zusammensetzung, aber verschiedene Structur besitzen.

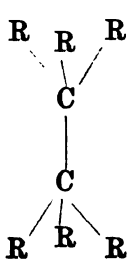
Kommt ihnen aber beiden die Formel:

$$C_6H_5 - C(NOH) - C(NOH) - C_6H_5$$

zu, so statuirt ihre Existenz eine Abweichung von dem Satze, daß bei Configurationen mit zwei einfach gebundenen Kohlenstoffatomen nur dann Isomerie möglich ist, wenn dieselben durch freie Rotation um die in der Richtung der verbindenden Affinität liegende Axe nicht in identische Lagen gebracht werden können [van t' Hoff], und daß derartige Verbindungen vorwiegend die „begünstigte" Configuration enthalten [Wislicenus].

Bei der hervorragenden Bedeutung, welche diesem Satze, — sowie der Frage, ob derselbe allgemeine Gültigkeit beanspruchen darf, — zukommt, erschien es uns dringend geboten, die chemische Natur der isomeren Dioxime des Benzils in eingehender Weise zu prüfen und sicher festzustellen. Die Nothwendigkeit der Inangriffnahme dieser Untersuchung trat aber bald in unabweisbarer Art an uns heran, da die räthselhaften Beobachtungen, die der Eine von uns beim Studium der Substitutionserscheinungen des Desoxybenzoïns und Benzylcyanids gemacht hat — über dieselben wird hoffentlich bald berichtet werden können — die vorgängige Entscheidung der stereochemischen Fundamentalfragen dringend nothwendig machten. Wir haben daher eine ausführliche Untersuchung des Gegenstandes vorgenommen, über welche im Folgenden berichtet werden soll.

Die van t' Hoff'sche Theorie in ihrer allgemein bekannten Form, wie sie zunächst in ihrem ersten Hauptsatze ausgesprochen ist, läßt, wie uns scheint, zunächst die Frage entstehen, ob Körper des Typus



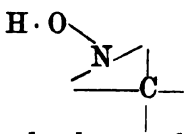
in einer oder mehreren Modificationen möglich sind. Betrachtet man diese Frage an Hand der üblichen Modelle in rein stereometrischer Weise, so ergiebt sich zunächst die Möglichkeit, von unendlich vielen isomeren Modificationen derartiger Substanzen, da ganz verschiedene Figuren gebildet werden, je nachdem man die R-Gruppen an dem einen und am andern Kohlenstoffatom direct über einander (bei vertical gedachter Stellung des Systems) annimmt, oder die R-Gruppen des oberen über solchen Puncten des unteren Atomsystems, welche zwischen 2 R-Gruppen liegen. Für letzteres aber sind unendlich viel Möglichkeiten geboten. Da in Wirklichkeit das Perchloräthan — vom Aethan sehen wir ab, da die Existenz isomerer Aethane von gleicher Structur[1]) bei dem gasförmigen Zustande des Körpers wohl kaum je bemerkt werden könnte — und alle ihm analogen Körper nur in einer Form existiren, so folgt, daß diese unendlich vielen Stellungen nicht möglich sind, bezw. nicht dauernd bestehen, und man kann sich, um dies zu erklären, für eine der folgenden zwei Annahmen entscheiden: entweder die R-Gruppen des einen und des andern Kohlenstoffatoms müssen stets an correspondirenden Stellen [kurz ausgedrückt „über einander"] liegen, so daß die Gestalt des Molecüls $R_3 \equiv C - C \equiv R_3$ ein dreiseitiges Prisma wird; oder aber man nimmt an, daß die beiden Kohlenstoffatome sich fortdauernd frei und in beliebiger, also auch entgegengesetzter, Richtung um die Axe $\overset{C}{|}\!\!\underset{C}{}$ drehen, so daß in jedem Zeitmoment eine andere Stellung zu Stande kommt. Die letztere Ansicht hat, wie bekannt, Wislicenus bevorzugt, und die großen Erfolge, welche er mit dieser Annahme erzielt hat, lassen, wie uns scheint, keinen Zweifel, daß eine solche, freie Rotation gestattende Art der einfachen Kohlenstoffbindung jedenfalls in einer sehr großen Anzahl von Fällen in Wirklichkeit besteht. Ob dieselbe aber immer vorhanden, ob sie die einzige Art ist, in welcher zwei einfach verkettete Kohlenstoffatome verbunden sein können, ist zunächst noch eine offene Frage. Gelingt es, nachzuweisen, daß so constituirte Verbindungen bestehen, welche, entgegen den Annahmen von van t'Hoff

1) Für „Constitution im bisherigen Sinne" soll im Folgenden stets der Ausdruck „Structur", für „Constitution unter Berücksichtigung der geometrischen Lage", der von Wunderlich eingeführte und auch von Wislicenus adoptirte Name „Configuration" oder „stereochemische Constitution" gebraucht werden.

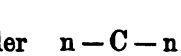
und Wislicenus, nicht nur in einer, sondern in zwei isomeren Formen dauernd existiren, so ist damit bewiesen, daß außer der von van t'Hoff und Wislicenus angenommenen, „freie", d. h. auch entgegengesetzte Rotation gestattenden Verkettung einfach gebundener Kohlenstoffatome, noch eine zweite Art der einfachen Bindung existirt, bei welcher jene freie Beweglichkeit aufgehoben, und eine Rotation der beiden Kohlenstoffatome um eine gemeinsame Axe in verschiedenartigem Sinne nicht mehr möglich ist.

Das Ergebniß unserer Untersuchung entscheidet zu Gunsten des zuletzt Gesagten, denn für die zuvor genannten Dioxime des Benzils ergab sich vollkommene chemische Verschiedenheit bei durchaus gleichartiger Structur.

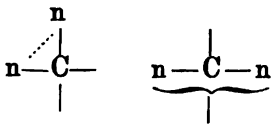
Um im Folgenden die hier zu behandelnden Verbindungen in deutlicher und zugleich möglichst einfacher Weise ohne Anwendung besonderer Holzschnitte darstellen zu können, möge uns gestattet sein, dann und wann von einer die Darstellung sehr erleichternden Bezeichnungsweise Gebrauch zu machen. Es ist, unter Verzicht auf tetraëdrische Figuren, leicht, alle Verbindungen der Gruppe C—C mit einwerthigen Atomen oder Gruppen durch die anfangs erläuterte Darstellungsweise wiederzugeben. Etwas schwieriger wird dies bei Sättigung der Valenzen des Atompaares C—C durch zweiwerthige Gruppen, wie die im Folgenden oftmals vorkommende Isonitrosogruppe: = N—OH. Zwar läßt sich z. B. die Form:



leicht und verständlich ausdrücken, während dagegen die Wiedergabe derjenigen Gruppirung bei welcher das Stickstoffatom die beiden horizontal gezeichneten Valenzen verbindet, dadurch erschwert wird, daß der nach oben gerichtete Valenzstrich des Kohlenstoffs mit dem Buchstabenzeichen $\overset{OH}{N}$ zusammenfallen müßte. Um diese Schwierigkeit zu beseitigen, gestatten wir uns die zweiwerthige Gruppe $\overset{OH}{|}\!\!-\!N\!-$ da, wo es bequem erscheint, anstatt durch dieses einheitliche Zeichen, durch die Buchstaben n·····n auszudrücken, die Gruppe C = N—OH also durch das Zeichen

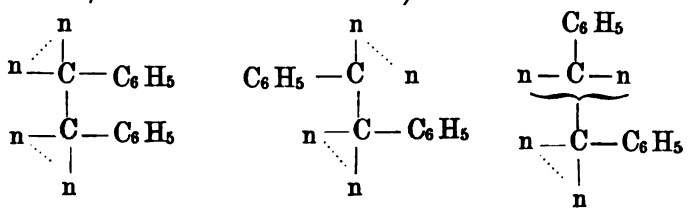
oder  wiederzugeben.

Die Configurationen dieser Gruppe können dann in leicht verständlicher Weise durch die Zeichen:



u. s. w. ausgedrückt werden, welche zwar an und für sich identische Gruppirungen darstellen, die aber durch das Hinzutreten einer zweiten Gruppe C = N—OH zu verschiedenen Configurationen führen.

Nach dem im vorletzten Abschnitte Gesagten leuchtet es ein, daß nach der von van t'Hoff und Wislicenus adoptirten Rotationstheorie für das Benzildioxim nur eine einzige Form möglich ist, während, falls man die freie Rotation nicht als unter allen Umständen möglich annimmt, drei isomere Configurationen denkbar sind, die durch die Formeln [1]):

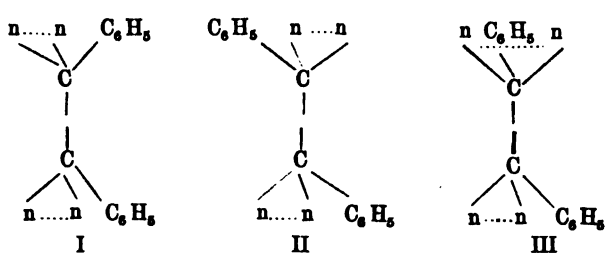


I II III

ausgedrückt werden. I ist von II und III genau so verschieden, wie die Fumarsäure von der Maleïnsäure, und hier wird sich, wenn die [nach van t'Hoff und Wislicenus dauernd nicht

---

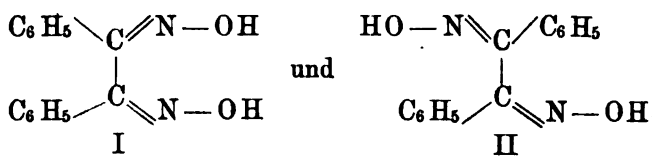
1) Perspectivisch würden dieselben durch folgende Symbole darzustellen sein:



I II III

Daß diese und nur diese Configurationen möglich sind, läßt sich auf dem Papier schwer völlig verständlich machen, leuchtet aber bei der Betrachtung am Modell sofort ein.

mögliche] Form I wirklich dauernd besteht, ein sehr erheblicher Unterschied in den Eigenschaften gegenüber II und III erwarten lassen. Die Configurationen dieser beiden letzteren Formen zeigen dagegen viel geringere Verschiedenheit, und obwohl man sich am Modell leicht überzeugen kann, daß sie nicht identisch sind [nicht zur Deckung gebracht werden können], so ist doch die subtile Verschiedenheit von II und III keinenfalls von derselben Ordnung, wie die, welche zwischen I einerseits und II und III andererseits besteht. Es wäre daher wohl möglich, daß zwischen II und III überhaupt merkbare Unterschiede nicht bestehen, daß sie also als thatsächlich identisch erscheinen werden. Wir sind bei unsern langwierigen Untersuchungen über diese Körperclasse niemals einer Andeutung begegnet, welche auf die Existenz noch einer dritten Verbindung schließen läßt, und es möge gestattet sein, von der Möglichkeit der Existenz einer solchen vorläufig abzusehen und die beiden thatsächlich existirenden und total verschiedenen Dioxime durch die abgekürzten Formeln:



I II

auszudrücken. Ohne Weiteres leuchtet ein, daß I hier mit der oben als I bezeichneten Configuration zusammenfällt, während II die beiden oben als II und III bezeichneten, sehr ähnlichen Configurationen zusammenfaßt.

Experimenteller Theil.

Löst man Benzil in wenig heißem Methylalkohol auf — Aethylalkohol läßt sich mit annähernd gleichem Erfolge verwenden — fügt etwas mehr als die zur Bildung eines Dioxims nothwendige Menge gepulverten salzsauren Hydroxylamins und ein paar Tropfen Salzsäure hinzu und digerirt das Gemisch auf dem Wasserbade am Rückflußkühler, so beginnt nach 1—1½ Stunden die Ausscheidung eines schweren, weißen, krystallinischen Pulvers, dessen Menge rasch zunimmt. Dieser Körper ist das von V. Meyer und Goldschmidt[1]) 1883 beschriebene α-Dioxim des Benzils; um dasselbe in völlig reinem Zustande zu gewinnen, ist es nur nöthig,

1) Ber. d. D. chem. Ges. XVI, 1616.

das ausgeschiedene Pulver mit Alkohol, in dem es fast unlöslich ist, auszukochen und auszuwaschen. Da die Bildung des Oxims sich nur allmählich vollzieht, muß die Digestion längere Zeit fortgesetzt werden; es empfiehlt sich bei Verarbeitung größerer Mengen von Benzil je nach Verlauf von etwa zwei Stunden das gebildete Dioxim abzufiltriren und das Filtrat von neuem mit einer kleinen Menge salzsauren Hydroxylamins zu versetzen und weiter zu erhitzen.

Dieses Oxim ist aber, wie wir gefunden haben, nicht das einzige Product der genannten Reaction. Dampft man, sobald nur noch wenig α-Dioxim gebildet wird, die Mutterlaugen stärker ein, so scheidet sich [neben etwas Monoxim] in beträchtlicher Menge noch ein zweiter, in Alkohol bedeutend leichter löslicher Körper von derselben Zusammensetzung aus, und es entsteht also bei der erheblich unter 100° C. verlaufenden Reaction das Dioxim des Benzils in zwei isomeren Modificationen. Die zweite Modification erwies sich identisch mit dem 1883 von H. Goldschmidt[1]) beschriebenen β-Dioxim, welches dieser Forscher erhielt, als er das erstgenannte, schwer lösliche Dioxim mit Alkohol auf 170° erhitzte oder Benzil mit salzsaurem Hydroxylamin und Alkohol längere Zeit auf dieser Temperatur erhielt. Die Reindarstellung des auf dem neuen Wege gebildeten β-Dioxims ist indessen mit Schwierigkeiten und beträchtlichen Verlusten verknüpft, da neben demselben gleichzeitig etwas Monoxim entsteht, welches ähnliche Eigenschaften und Löslichkeitsverhältnisse besitzt, wie das Dioxim. Die Gegenwart auch nur kleiner Mengen des Monoxims macht sich sofort dadurch bemerkbar, daß der Schmelzpunct des β-Dioxims sehr stark erniedrigt wird. Eine einfache und glatte Trennung der beiden Verbindungen läßt sich überhaupt nicht bewerkstelligen, da weder häufiges Umkrystallisiren, noch Auflösen in Natronlauge und fractionirte Fällung mit Säuren zu erheblichen Mengen ganz reinen Dioxims führen.

Am besten verfährt man folgendermaßen: Nachdem durch einmaliges Umkrystallisiren oder einmalige fractionirte Fällung der größte Theil des beigemengten, schwächer sauren Monoxims entfernt ist, digerirt man das Gemisch einige Zeit mit Alkohol und überschüssigem salzsaurem Hydroxylamin. Krystallisirt man dann das erhaltene Product aus wenig heißem, starkem Alkohol um, so bleibt etwas gebildetes α-Dioxim ungelöst zurück, und im Filtrat scheidet sich reines β-Dioxim aus. Man hätte erwarten sollen, daß bei der

1) Ber. d. D. chem. Ges. XVI, 2177.

angegebenen Behandlungsweise alles Monoxim in Dioxim übergeführt werden würde, dies gelingt jedoch nie vollständig. Der Grund davon liegt darin, daß das α-Dioxim, und wahrscheinlich auch das β-Dioxim, bei andauernder Digestion mit Alkohol auf dem Wasserbade, ohne sich im Uebrigen zu verändern, eine sehr geringe Zersetzung erleidet, bei der etwas Monoxim gebildet wird.

Was die Mengenverhältnisse betrifft, in denen die beiden Dioxime bei der oben beschriebenen Reaction entstehen, so erhält man aus 50 gr Benzil 45 gr α-Dioxim, d. h. etwa 80 % der theoretischen Ausbeute und 5—6 gr reines β-Dioxim, d. h. etwa 10 % der theoretischen Ausbeute.

Für die Gewinnung des β-Dioxims erhitzt man am besten das ganz leicht darstellbare reine α-Dioxim mit dem dreifachen Gewicht absoluten Alkohols mehrere Stunden im Rohr auf 170—190°. Die Umlagerung erfolgt so gut wie quantitativ, und das gebildete Product ist sofort fast völlig rein.

Die Eigenschaften der beiden Oxime sind folgende:

Das α-Dioxim ist ein weißes Krystallpulver, das unter dem Mikroskop als Haufwerk rhombischer Blättchen erscheint, und bei 237° unter Zersetzung schmilzt. Es ist unlöslich in Wasser, nahezu unlöslich in Eisessig, Aether und Alkohol. Von letzterm lösen 100 Th. bei 17° 0.05 Th. α-Dioxim.

Das β-Dioxim krystallisirt aus Alkohol in feinen, glänzenden Nadeln, die beim Trocknen auf dem Wasserbade weiß und undurchsichtig werden. Die Verbindung schmilzt bei 206—207° unter Zersetzung. Sie ist etwas löslich in heißem Wasser, leicht löslich in Aether, Eisessig und Alkohol. Von letzterem lösen 100 Th. bei 17° 15.26 Th. β-Dioxim. Die β-Verbindung ist also in Alkohol 300 Mal so löslich als die α-Form.

Von diesen beiden Oximen ist die β-Verbindung die stabilere Form, in welche die α-Verbindung bei energischen Eingriffen sich umwandelt, um in ihr zu verharren, während es niemals gelingt, die β-Verbindung wieder in das α-Oxim zurück zu verwandeln, es sei denn, daß gleichzeitig Verkettung der Oximgruppen durch Anhydridbildung oder Oxydation stattfindet — Reactionen, die, wie die Bildung der Maleïnsäureanhydrids, nur in der weniger begünstigten α-Form möglich sind.

In dieser Hinsicht möchte ein allerdings nur annähernd zutreffender Vergleich zwischen der α-Verbindung und der monoklinen Form des Schwefels oder der gelben Modification des Jodquecksilbers zu ziehen sein; nur ist die α-Verbindung bedeutend beständiger als jene labilen, anorganischen Körper, und

zudem dauernd existenzfähig; denn während monokliner Schwefel und gelbes Jodquecksilber allmählich schon von selbst in die beständige Form der rhombischen, bezw. rothen Modification übergehen, bedarf das α-Oxim dazu energischer Eingriffe, und von selbst oder durch Krystall-Einimpfung findet eine Umwandlung desselben niemals statt.

Folgende Umwandlungen der α-Verbindung in die β-Form haben wir beobachtet:

1) Beim Erhitzen von α-Dioxim mit Alkohol auf 170° entsteht glatt das β-Dioxim. (H. Goldschmidt.)

2) Beim Erhitzen von α-Dioxim mit Wasser auf 200° entsteht β-Dioxim, welches unter diesen Bedingungen zum Theil weitere Umwandlungen erleidet.

3) Läßt man die beiden Oxime in gepulvertem Zustande mit überschüssigem Acetylchlorid bei gewöhnlicher Temperatur einige Stunden stehen und kocht die erhaltenen Reactionsproducte nach dem Waschen mit Wasser ohne vorherige Reinigung einige Augenblicke mit verdünnter wässeriger Natronlauge, so erhält man nach dem Ansäuren in beiden Fällen das β-Dioxim. Es findet also nicht, wie hätte erwartet werden können, die Beckmann'sche Umlagerung statt, ebensowenig eine Anhydridbildung, sondern das α-Dioxim lagert sich unter dem Einfluß des Acetylchlorids in die β-Verbindung um, worauf in beiden Fällen die β-Acetylverbindung gebildet wird, welche dann durch die Natronlauge in freies β-Dioxim und Essigsäure gespalten wird.

4) Uebergießt man 1 Theil gepulvertes α-Dioxim mit einem Gemisch von 10 Theilen Eisessig und 2 Theilen Essigsäureanhydrid, wie es Beckmann anwendet, und leitet unter Abkühlung trocknes Salzsäuregas ein, so geht das Oxim allmählich in Lösung. Unterbricht man nun das Einleiten des Gases und läßt die Lösung bei gewöhnlicher Temperatur stehen, so beginnen sich nach 1—2 Tagen an den Wänden des Gefäßes weiße Krystallrosetten auszuscheiden. Dieselben bestehen aus reinem β-Dioxim. Also auch in diesem Falle erfolgt gegen die sonstigen Analogien keine Beckmann'sche Umlagerung, sondern abermals Uebergang der α-Verbindung in die β-Form.

Die Existenz zweier isomer Benzildioxime ist sehr überraschend und kann nicht mit dem Vorliegen der beiden Hydrobenzoïne verglichen werden. Denn diese enthalten zwei asymmetrische Kohlenstoffatome, und es ist vorauszusehen, daß für eine Verbindung von der Structur $C_6H_5 - CH(OH) - CH(OH) - C_6H_5$

sogar noch mehr isomere Configurationen bestehen werden. Das Benzildioxim enthält indessen kein asymmetrisches Kohlenstoffatom, und es ist schon eingangs erörtert worden, daß es auch nach der zweiten van t'Hoff'schen Hypothese nicht verschiedener Configurationen bei gleicher Structur fähig erscheint.

Um die Frage nach der Structur der Dioxime zu entscheiden, war nun vor Allem zu prüfen, ob beide noch nahe Verwandte des Benzils seien. Eine solche Annahme ist für eines der beiden Oxime wohl selbstverständlich zu machen, nicht aber ohne weiteres auch für das andere. Denn in der Reihe, um welche es sich hier handelt, finden bekanntlich mehrere sehr bemerkenswerthe Atom-Umlagerungen statt: die Umwandlung des Benzils in Benzilsäure, und die neuerdings von Beckmann[1]) entdeckte höchst merkwürdige Art von Umwandlungen, deren Prototypus die Umlagerung des Benzophenonoxims [Diphenylacetoxims] in das isomere Benzanilid ist.

Tritt die eine oder andere Reaction beim Benzildioxim ein, so ist eine Isomerisirung auf Grund längst bekannter Analogien zu erwarten.

Bei der Umwandlung des Benzils in Benzilsäure verwandelt sich $C_6H_5 - CO - CO - C_6H_5$ unter Wasseraufnahme in $\begin{matrix} C_6H_5 \\ C_6H_5 \end{matrix}\!\!>\!C(OH) - COOH$; fände eine ähnliche Reaction bei dem Dioxim des Benzils statt, so müßte in der einen der beiden Verbindungen die Atomgruppirung $\begin{matrix} C_6H_5 \\ C_6H_5 \end{matrix}\!\!>\!C-C$ vorhanden sein, an welche sich die stickstoffhaltigen Reste in verschiedener Form anlagern könnten. Nahm man für das α-Oxim die normale Structur an, und verlief die Umwandlung des α-Oxims in die β-Form im Sinne der Beckmann'schen Umlagerung, so wäre für das β-Oxim an mehrere Formeln zu denken. Verwandelt sich Benzophenonoxim $\begin{matrix} C_6H_5 \\ C_6H_5 \end{matrix}\!\!>\!C=NOH$ in Benzanilid $C_6H_5-CO-NHC_6H_5$, so wechseln — und das ist das Charakteristische der Beckmann'schen Reaction — ein Stickstoffatom und eine Phenylgruppe ihre Plätze, und es schiebt sich Stickstoff zwischen ein Kohlenstoffatom und eine Phenylgruppe, die früher direct mit einander verbunden waren. Eine solche Umwandlung kann nun offenbar bei einem Dioxim ein oder mehrere Male vorkommen, und es könnte demnach die Reaction zur Bildung von Oxanilid:

1) Ber. d. D. chem. Ges. XIX, 988.

$$\begin{matrix} OC-NHC_6H_5 \\ | \\ OC-NHC_6H_5 \end{matrix}$$ [analog der Bildung des Benzanilids] oder zu einer Verbindung von der Formel $$\begin{matrix} C_6H_5-C-CO-NHC_6H_5 \\ \| \\ N-OH \end{matrix}$$ führen.

Die Bildung des Oxanilids entspräche einem zweimaligen —, die der zweiten Verbindung einem nur einmaligen Eintritte der Beckmann'schen Reaction; aber es leuchtet ein, daß noch andere Verbindungen, als die beiden genannten, auf diese Weise entstehen können. In der That finden ja auch, wie Beckmann schon kurz angedeutet hat[1]), solche Umlagerungen beim Benzildioxim, z. B. bei Einwirkung von concentrirter Schwefelsäure, statt. Allein die so entstehenden Verbindungen haben nichts mit den von uns untersuchten Dioximen gemein. Weder eine der Benzilsäure-Bildung entsprechende Umgruppirung noch die Beckmann'sche Umlagerung findet bei der von uns studirten Reaction statt.

Spaltung der Dioxime durch Salzsäure.

Um zunächst auf diese gröberen Isomerien zu prüfen, genügte es nachzuweisen, daß in den beiden Oximen noch die Kohlenstoffgruppirung des Benzils vorhanden ist. Daß dies in der That der Fall ist, ergiebt sich aus unserer Beobachtung, daß beide Isomere, wenn man sie mit concentrirter Salzsäure im Rohr auf 100° erhitzt, langsam, aber glatt und fast quantitativ in salzsaures Hydroxylamin und Benzil gespalten werden. Die Spaltung erfolgt beim β-Dioxim schwieriger als bei der α-Verbindung, denn während von der letzteren 0.3 gr nach 9—10 Stunden vollkommen gespalten waren, erwies sich von der gleichen Menge des β-Dioxims selbst nach fast zwölfstündiger Einwirkung der Säure ein kleiner Theil als noch nicht angegriffen. Es unterliegt nach diesen Versuchen keinem Zweifel, daß die beiden Oxime, die Kohlenstoffgruppirung:

$$C_6H_5-C-C-C_6H_5$$

enthalten.

Nach diesen Ergebnissen blieben, außer der Annahme einer verschiedenen Configuration bei gleicher Structur, noch mehrere

1) Ber. d. D. chem. Ges. XX, 1510.

Möglichkeiten für die Ursache der Isomerie beider Oxime. Man konnte an physikalische Isomerie denken, welche wir indessen dadurch vollkommen ausgeschlossen haben, daß wir die Derivate der beiden Körper darstellten, welche sich als ebenso verschieden wie die Oxime selbst erwiesen, und von denen jedes bei der Rückverwandlung in das Oxim wieder dasjenige lieferte, aus welchem es dargestellt war. — Es war die Annahme zu prüfen, daß sich neben den Isonitrosogruppen auch noch wahre Nitrosogruppen gebildet haben — also Gruppirungen wie $\begin{matrix} CH - NO \\ | \\ CH - NO \end{matrix}$, $\begin{matrix} C = N - OH \\ | \\ C - NO \end{matrix}$ u. s. w. — Die Möglichkeit, daß eines der Oxime ein echtes Dioxim, das andere eine Molecularverbindung seines Anhydrides $\begin{matrix} C_6H_5 - C = N \\ | \quad\quad \diagdown O \\ C_6H_5 - C = N \end{matrix}$ mit einem Molecül Wasser sei, war in Erwägung zu ziehen. — Es mußten Formeln mit ganz anderer Gruppirung der Stickstoff-Sauerstoffcomplexe, wie

$$\begin{matrix} & N - OH & \\ & \diagup \quad \diagdown & \\ C_6H_5 - C & \quad\quad & C - C_6H_5 \\ & \diagdown \quad \diagup & \\ & N - OH & \end{matrix} ,$$

— trotz ihrer inneren Unwahrscheinlichkeit — geprüft und widerlegt werden. Kurzum es war nothwendig, die Structuridentität beider Substanzen sicher festzustellen und schließlich den Beweis zu liefern, daß auch beide die gleichen Moleculargewichte haben, Polymerie also ausgeschlossen sei.

Die Art, wie diese zahlreichen Aufgaben gelöst worden sind, wird aus dem Folgenden ersichtlich.

Prüfung auf etwa vorhandene wahre Nitrosogruppen.

Nachdem oben der Beweis erbracht worden, daß beide Verbindungen die Gruppirung $C_6H_5 - C - C - C_6H_5$ enthalten, blieben, rein arithmetisch betrachtet, noch außerordentlich viele Möglichkeiten für die Gruppirung der Atome $N_2H_2O_2$ übrig, von denen natürlich nur die überhaupt Berücksichtigung verdienen, welche mit der Bildung der Körper sowie ihrer zuvor besprochenen Spaltung in Benzil und Hydroxylamin vereinbar sind.

Wir prüften zunächst die Annahme, daß die eine der beiden Verbindungen keine Isonitrosoverbindung, sondern eine wahre Ni-

trosoverbindung sei — so wenig dies auch wahrscheinlich war, da nach zahllosen Erfahrungen die Gruppe C—NO, wenn überhaupt, so jedenfalls nur bei Abwesenheit von H existiren kann, während statt $C<^{H}_{NO}$ stets $C=N-OH$ erhalten wird. Freilich war die Annahme, daß etwa der eine Körper zwei Nitrosogruppen enthielte, also die Formel $C_6H_5-\underset{\underset{NO}{|}}{CH}-\underset{\underset{NO}{|}}{CH}-C_6H_5$ besäße, schon durch den Umstand sehr unwahrscheinlich gemacht, daß beide Substanzen sich mit der gleichen Leichtigkeit in verdünnten, kalten Alkalien lösen; es blieb indessen die Annahme wenigstens möglich, daß die eine Verbindung halb Nitroso- halb Isonitrosokörper sei.

Um diese Frage zu entscheiden, wurde zunächst versucht, Methyläther der beiden Oxime darzustellen. Es gelang auch durch Behandlung derselben mit Methyljodid und Alkali aus beiden Körpern geringe Mengen krystallisirter Substanzen zu erhalten, die sich nicht in Alkalien lösten und verschiedene Schmelzpuncte besaßen — die α-Verbindung schmolz bei 163°, die β-Verbindung zwischen 120° und 130° —; da jedoch bei dieser Reaction hauptsächlich ölige Producte entstanden, die sich nicht zu näherer Untersuchung eigneten, so wurde dieser Weg nicht weiter verfolgt, — es sei daran erinnert, daß dieselbe Schwierigkeit der Aetherbildung bei analogen Verbindungen schon öfters beobachtet worden ist, wie z. B. beim Nitrosophenol, den Naphtochinonoximen etc. —, sondern der Versuch gemacht, Säurederivate der Oxime zu gewinnen. Man stößt hierbei auf keine Schwierigkeiten.

α-Diacetyl-diphenylglyoxim.

Kocht man das α-Dioxim mit der zwei- bis dreifachen Menge Essigsäureanhydrid einige Augenblicke auf, so scheiden sich beim Erkalten kurze, dicke, rechtwinklige, glasglänzende Prismen aus, welche die Diacetylverbindung des α-Dioxims darstellen. Die Reaction vollzieht sich auch schon in der Kälte: läßt man gepulvertes α-Dioxim mit überschüssigem Essigsäureanhydrid überschichtet 12—24 Stunden bei gewöhnlicher Temperatur stehen, so hat sich die ganze Masse in Krystalle der Acetylverbindung verwandelt.

Der Körper schmilzt bei 147—148°, ist unlöslich in Wasser, schwer löslich in kaltem Alkohol und Eisessig — 100 Theile des letzteren Lösungsmittels lösen bei 15° etwa 1.7 Theile Acetylverbindung — und kaum löslich in Aether.

Eine Stickstoffbestimmung zeigte, daß wirklich zwei Essigsäurereste in ein Molecül des α-Dioxims eingetreten waren.

0.1618 gr Substanz gaben 12.9 cc feuchten Stickstoff bei t = 20°.6 und B = 756 mm.

	Berechnet für		Gefunden
	$C_{16}H_{14}N_2O_3$ (Monoacetat)	$C_{18}H_{16}N_2O_4$ (Diacetat)	
N	9.93	8.64	8.67 pCt.

β-Diacetyl-Diphenylglyoxim.

In ähnlicher Weise erhält man aus dem β-Dioxim eine Acetylverbindung, wenn man dasselbe mit der doppelten Menge Essigsäureanhydrid aufkocht, oder beide Substanzen einige Zeit bei gewöhnlicher Temperatur zusammen stehen läßt. Die β-Verbindung unterscheidet sich scharf von der α-Verbindung durch ihren niedrigeren Schmelzpunct, der bei 124—125° liegt, durch ihre leichte Löslichkeit in kaltem Alkohol und Eisessig, sowie durch die Form ihrer Krystalle, welche sich als feine Nädelchen in kugeligen Aggregaten aus heißen Lösungen ausscheiden; nur bei langsamer, freiwilliger Verdunstung erhält man auch von dieser Substanz derber ausgebildete Krystalle.

Daß auch in diesem Falle eine Diacetylverbindung entstanden war, wurde durch eine Stickstoffbestimmung nachgewiesen:

0.1818 gr Substanz gaben 13.7 cc feuchten Stickstoff bei t = 18° und B = 755 mm.

	Berechnet für		Gefunden
	$C_{16}H_{14}N_2O_3$ (Monoacetat)	$C_{18}H_{16}N_2O_4$ (Diacetat)	
N	9.93	8.64	8.64 pCt.

Hiermit war nachgewiesen, daß in beiden Oximen zwei durch Säureradicale vertretbare Wasserstoffatome vorhanden sind, was bei einer Verbindung, die neben einer Isonitrosogruppe eine Nitrosogruppe enthielte, nicht der Fall ist. Der Einwand nämlich, es könne sich eine Verbindung von der Formel

$$\begin{array}{c} C_6H_5 - C - C - C_6H_5 \\ \quad\quad\quad\quad /\!/ \quad / \quad \backslash \\ C_2H_3O.O.N \quad NO \quad CO.CH_3 \end{array}$$

gebildet haben, kommt bei den Bedingungen, unter denen die Körper entstehen, nicht in Betracht. Während es natürlich ist, daß die Gruppe C = N — OH durch Essigsäureanhydrid acetylirt wird, ist die Annahme, daß die Gruppe $C<^{H}_{NO}$ durch dieses

Agens in $C<^{CO-CH_3}_{NO}$ verwandelt werde, und daß, (wie es thatsächlich der Fall ist — siehe weiter unten) die Acetylgruppe aus dem so erhaltenen „Keton" durch Uebergießen mit kalter Natronlauge wieder abgespalten werde, eine unmögliche. Größeres Gewicht kommt indessen dem Einwurf zu, es könne bei der Reaction in dem einen der beiden Fälle gleichzeitig eine Beckmann'sche Umlagerung stattgefunden haben. In der That wurde auch in einem Falle, als eine sehr concentrirte Lösung des α-Dioxims in Essigsäureanhydrid anhaltend gekocht wurde, neben beträchtlichen Mengen harziger Substanzen, sowie der beschriebenen Diacetylverbindung, auch das Auftreten eines weißen Körpers beobachtet, der bei etwa 112° schmolz und weder von Essigsäureanhydrid noch von Alkalien angegriffen wurde. Vermuthlich war dieser Körper, der nicht näher untersucht worden ist, eines jener Umlagerungsproducte, wie sie Beckmann[1]) bei der Einwirkung einer großen Reihe von Agentien, unter denen sich auch Essigsäureanhydrid befindet, aus den Oximen erhält. Für die in Rede stehenden Acetylverbindungen treffen dagegen solche Annahmen nicht zu. Dieselben regeneriren nämlich bei der Behandlung mit Alkalien mit der größten Leichtigkeit die Oxime, und zwar jedes Acetat dasjenige Oxim, aus welchem es entstanden ist. Es ist dazu nur nöthig, die Verbindungen wenige Augenblicke mit verdünntem, wässerigem Alkali zu erhitzen, oder dieselben mit mäßig concentrirtem, wässerigem Alkali einige Stunden bei gewöhnlicher Temperatur stehen zu lassen; die rückgebildeten Oxime, welche man durch Ansäuren gewinnt, wurden an ihren Schmelzpunkten und ihrer Unlöslichkeit bezw. Löslichkeit in Alkohol erkannt.

Eine Erscheinung, die bei der β-Diacetylverbindung beobachtet wurde, möge hier noch Erwähnung finden, weil wir in derselben anfangs einen Uebergang aus der β-Reihe in die α-Reihe zu finden glaubten, während in allen übrigen Fällen stets das Umgekehrte stattfindet. Hält man nämlich die β-Diacetylverbindung einige Minuten bei einer Temperatur im Schmelzen, welche wenig höher als ihr Schmelzpunct liegt, so beginnt die Substanz allmählich wieder zu erstarren und schmilzt nunmehr erst gegen 150°, also etwa bei der Schmelztemperatur der α-Diacetylverbindung. Die

1) Ber. d. D. Chem. Ges. XX, 2583.

Annahme, daß die letztere in der That entstanden sei, erwies sich jedoch als irrig, denn nach dem Umkrystallisiren aus Alkohol zeigte das Product wieder den alten Schmelzpunct von 124—125°, und auch wenn die rohe Schmelze direct mit Natronlauge behandelt wurde, entstand nicht das α-Dioxim, sondern die β-Verbindung. Der Vorgang beruht daher wahrscheinlich darauf, daß das β-Diacetyldioxim beim Schmelzen eine theilweise Dissociation erleidet, und das dabei gebildete Gemenge von freiem β-Dioxim und unzersetzter Diacetylverbindung bei der erwähnten Temperatur schmilzt, die zufällig mit dem Schmelzpunct der α-Acetylverbindung übereinstimmt.

Nachweis der Existenz einer Reihe isomerer Derivate.

Zum weiteren Beweise, daß die beiden Oxime nicht nur selbst verschieden von einander sind, sondern auch zwei verschiedene Reihen von Derivaten liefern, die sich je in die beiden ursprünglichen Oxime zurückverwandeln lassen — um also die Annahme physikalischer Isomerie auszuschliessen[1]) — war es nothwendig, einige weitere Ester der Oxime darzustellen. Es wurden zu diesem Zwecke die Propionsäure- und die Isobuttersäureester gewählt. Die Darstellung der einzelnen Verbindungen war in allen Fällen dieselbe: das betreffende Oxim wurde mit der zwei- bis dreifachen Menge des betreffenden Säureanhydrids einen Augenblick aufgekocht; aus der erkalteten Lösung schied sich dann freiwillig oder beim Reiben mit einem Glasstab die gesuchte Verbindung aus; nur bei der Isobutyrylverbindung des β-Dioxims mußte die Reactionsmasse erst einige Zeit in eine Kältemischung gestellt werden, um die Krystallisation einzuleiten. Zumal bei den Isobutyrylverbindungen ist bei der Darstellung längeres Kochen zu vermeiden, da sonst Verharzung eintritt. Die Substanzen wurden sämmtlich durch Umkrystallisiren aus Alkohol gereinigt; ihre Eigenschaften, die im Folgenden kurz zusammengestellt sind, zeigen deutlich die Verschiedenheit der einzelnen Körper, während andrerseits die Stickstoffbestimmungen beweisen, daß jede Verbindung zwei Säurereste enthält.

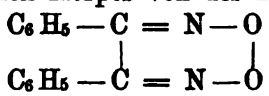
1) Die Annahme, daß auch unter solchen Umständen physikalische Isomerie vorliegen könne, hebt jeden greifbaren Unterschied zwischen chemischer und physikalischer Isomerie auf und kann unter keinen Umständen adoptirt werden; vgl. übrigens Ann. Chem. Pharm. CXCI, 198.

Unter diesen Formeln ist I die sich natürlich und ungezwungen ergebende, aber auch die übrigen, obwohl von vornherein höchst unwahrscheinlich, entsprechen den eben genannten Bedingungen.

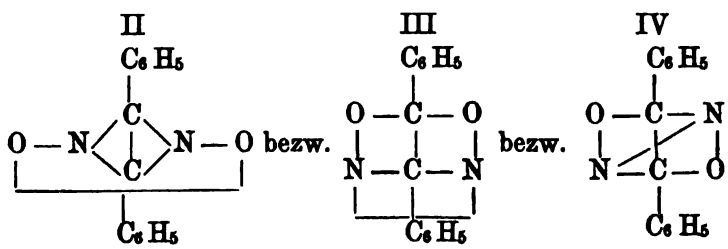
Um zwischen diesen Formeln zu entscheiden, wurde das

Verhalten der Dioxime gegen Kaliumferricyanid

untersucht. Bei Einwirkung dieses Agens auf das β-Dioxim hatte nämlich Koreff[1]) einen Körper von der Formel



erhalten. Um die Structurgleichheit beider Oxime zu beweisen, erschien die Oxydation auch des isomeren Oximes als ein geeignetes Mittel. Da ein solches Oxydationsproduct — analog dem Maleïnsäureanhydrid — vermuthlich nur in einer, und zwar der centrisch-unsymmetrischen (weniger begünstigten) Configuration existiren kann, so war zu erwarten, daß beide Oxime, falls sie von gleicher Structur sind, dasselbe Oxydationsproduct geben würden — gerade wie auch aus der Fumarsäure bei der Anhydridbildung stets das Anhydrid der isomeren Maleïnsäure hervorgeht. Wäre aber eine der Formeln II, III oder IV richtig, so hätte aus dem zweiten Oxim ein anders constituirtes Oxydationsproduct hervorgehen müssen, von der Formel



und ebenso mußten V, VI, VII u. s. w. andere, leicht zu formulirende Oxydationsproducte liefern.

Der Versuch hat indessen die Identität der beiden Oxydationsproducte ergeben, deren Structur und Moleculargröße dann noch durch einen besonderen Versuch festgestellt wurde.

Der Koreff'sche Körper schmilzt bei 114°, ist in Alkalien

---

enthalten muß, verdanke ich der Güte meiner mathematischen Collegen der HH. Privatdocenten Dr. Hölder und Dr. Schönflies. — Combinationen mit fünfwerthigen Stickstoffatomen blieben dabei außer Betracht, da solche der Bildungsweise und dem chemischen Verhalten der Oxime widersprechen. V. Meyer.

1) Ber. d. D. chem. Ges. XIX, 188.

unlöslich und unterscheidet sich von dem β-Dioxim, aus dem er entstanden ist, durch einen Mindergehalt von zwei Wasserstoffatomen. Koreff drückte ihn daher durch die oben erwähnte Formel

$$C_6H_5-C=N-O$$
$$\quad\quad\quad

schwierig angegriffen wird, die Reduction mit Jodwasserstoffsäure und Phosphor vorgenommen.

Der Körper wurde mit dem gleichen Gewicht rothen Phosphors und dem drei- bis vierfachen Gewicht Jodwasserstoffsäure vom Siedepunkt 127° 9—10 Stunden im Rohr auf 190—210° erhitzt, darauf der Rohrinhalt nach Zusatz von etwas Natriumhyposulfit mit Aether ausgezogen, und der Aether verdunstet. Es hinterblieb ein Oel von angenehm aromatischem Geruche, welches bald zu langen Nadeln erstarrte. Aus absolutem Alkohol wurde das Reactionsproduct beim langsamen Verdunsten in glänzenden, starken Nadeln gewonnen, die bei 51°.5—52°.5 schmolzen: der Körper ist reines Dibenzyl.

Zur weiteren Identificirung wurde ein Theil des Dibenzyls nitrirt: hierbei wurde das in feinen Nädelchen krystallisirende Dinitrodibenzyl erhalten, dessen Schmelzpunct nach mehrfachem Umkrystallisiren aus heißem Alkohol bei 177—178° gefunden wurde.

Die Reduction des Oxydationsproductes zu Dibenzyl beweist, daß jener Körper noch dieselbe Kohlenstoffkette enthält wie das Benzil und die beiden Dioxime, und damit gleichzeitig, daß derselbe nicht, wie Gabriel annahm, mit dem Phenylcyanat isomer, sondern polymer ist.

Nebenproduct der Oxydation.

Beiläufig sei hier bemerkt, daß der in Alkohol unlösliche Theil des Rohproductes der Oxydation einen Körper darstellt, der sich durch Umkrystallisiren aus heißem Eisessig leicht rein gewinnen läßt. Aus diesem Lösungsmittel scheidet sich die Verbindung in kleinen, glänzenden Nadeln aus. Dieselben enthalten Krystallessigsäure, welche bei gewöhnlicher Temperatur allmählich, auf dem Wasserbade rasch entweicht, wobei die Substanz undurchsichtig wird und eine hellgelbe Farbe annimmt. Der Schmelzpunct des Körpers liegt über 360°.

Bei der Analyse wurden folgende Zahlen gewonnen:

0.1739 gr Substanz gaben bei der Verbrennung mit Kupferoxyd 0.5140 gr Kohlensäure und 0.0797 gr Wasser.

0.15815 gr Substanz gaben 9.4 cc feuchten Stickstoff bei $t = 13°$ und $B = 754$ mm.

Hieraus berechnen sich Zahlen, welche auf die (ohne Verdoppelung unmögliche) Formel $C_{14}H_{10}NO = C_{28}H_{20}N_2O_2$ stimmen.

	Berechnet für $C_{28}H_{20}N_2O_2$	Gefunden I	Gefunden II	
C	80.76	80.61	—	pCt.
H	4.81	5.09	—	„
N	6.73	—	6.97	„

Die Substanz ist also durch Abspaltung der Hälfte des in den Oximen enthaltenen Stickstoffs entstanden und enthält zwei Benzilreste, $C_6H_5-C-C-C_6H_5$, welche durch zwei Stickstoff- und zwei Sauerstoffatome verkettet sind. Näheres über die Art dieser Verkettung kann nicht angegeben werden, da die zur Verfügung stehende Menge des Körpers gering war, und eine eingehende Untersuchung der Substanz für die uns beschäftigende Frage ganz ohne Belang erschien. Der hohe Schmelzpunct, die Schwerlöslichkeit und alle sonstigen Eigenschaften des Körpers lassen keinen Zweifel, daß er ein höheres Moleculargewicht als das für uns wichtige Hauptproduct der Oxydation besitzt.

Versuche zur Reduction des Oxydationsproductes.

Kaum weniger interessant als die Thatsache, daß bei der Oxydation der beiden Oxime das nämliche Product erhalten wird, mußte die Frage erscheinen, ob sich das letztere durch Reduction wieder in ein Oxim zurückverwandeln lasse, und welches der beiden Oxime hierbei entstehen würde. Leider haben die dahin zielenden Versuche nicht den gewünschten Erfolg gehabt. Erhitzt man die Verbindung

$$\begin{array}{l} C_6H_5-C=N-O \\ \quad\quad\quad | \quad\quad\; | \\ C_6H_5-C=N-O \end{array}$$

anhaltend mit Zinn und Salzsäure, so addirt sie nicht Wasserstoff, sondern ein Sauerstoffatom wird herausgenommen, und es entsteht das später zu beschreibende Dioximanhydrid,

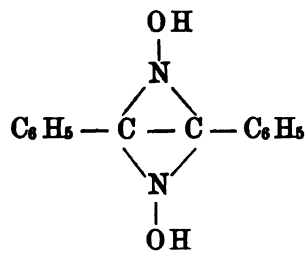
$$\begin{array}{l} C_6H_5-C=N \\ \quad\quad\quad | \quad\quad\; \diagdown O, \\ C_6H_5-C=N \end{array}$$

vom Schmelzpunct 94°. Ebenso wirken Jodwasserstoffsäure und Phosphor, wenn nicht so lange und nicht so hoch erhitzt wird, als zur glatten Ueberführung des Oxydationsproductes in Dibenzyl erforderlich ist. Erhitzt man z. B. die Verbindung 4 Stunden mit mit den genannten Agentien im Rohr auf 190°, so wird neben wenig Dibenzyl in überwiegender Menge Anhydrid gebildet. Ebensowenig gelangt man zum Ziel, wenn man Natrium auf eine

kochende alkoholische Lösung des Körpers einwirken läßt, da die Reduction in diesem Falle zu weit geht und zu einer Base führt, auf deren Untersuchung verzichtet wurde, da H. Goldschmidt und N. Polonowska bereits angekündigt haben, daß sie aus dem β-Diphenylglyoxim eine Base erhielten und mit derem Studium beschäftigt seien. — Endlich wurde noch versucht, mit Hülfe der schwefligen Säure das Oxydationsproduct in ein Oxim zu verwandeln, da ja das erstere eine chinonartige Structur besitzt, und die Chinone sich bekanntlich leicht durch schweflige Säure reduciren lassen. Indessen erwies sich die Säure dem Oxydationsproduct gegenüber als wirkungslos.

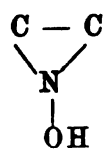
Versuche mit Stilbenbromid.

Unter den oben erwähnten, aber durch das Studium des Oxydationsproductes widerlegten Formeln ist außer der eigentlichen Oximformel als relativ am wenigsten unwahrscheinlich die Formel



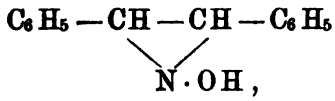
zu betrachten, obwohl auch diese wenig plausibel erscheint, da man den Ersatz eines Sauerstoffatoms durch die Isonitrosogruppe bisjetzt immer nur dann beobachtet hat, wenn das Sauerstoffatom mit seinen beiden Affinitäten an ein und dasselbe Kohlenstoffatom gebunden ist, und demgemäß auch die eintretende Isonitrosogruppe die gleiche Bindung eingeht. Um die Existenzfähigkeit eines Körpers von der eben angedeuteten Constitution zu prüfen, wurden einige Versuche angestellt, für welche sich das Stilbenbromid als passendes Ausgangsmaterial darbot.

War nämlich irgend welche Neigung zur Bildung einer die Gruppe

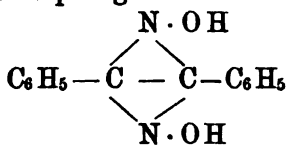


enthaltenden Verbindung vorhanden, so hätte eine solche aus Stilbenbromid, $C_6H_5 - CHBr - CHBr - C_6H_5$, erhalten werden kön-

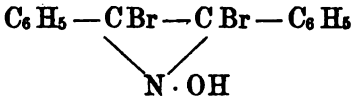
nen. Durch Behandlung mit Hydroxylamin könnte das Bromid zunächst in



und letzteres mittelst salpetriger Säure in



übergeführt werden. Oder umgekehrt könnte aus Stilbenbromid mit salpetriger Säure zuerst

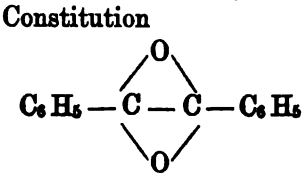


entstehen, in welchem dann mittelst Hydroxylamin die beiden Bromatome durch ein zweites ersetzt werden könnten.

Aber weder als Stilbenbromid in alkoholischer Lösung mit salzsaurem Hydroxylamin mit oder ohne Zusatz von Alkali auf dem Wasserbade digerirt wurde, noch als dasselbe im Rohr mit salzsaurem Hydroxylamin mehrere Stunden auf 160° erhitzt wurde, bildete sich ein oximartiger Körper; in den ersteren Fällen blieb das Stilbenbromid unverändert, im letzteren entstand Stilben. Ebensowenig trat irgend welche Reaction ein als — gemäß der Claisen'schen Methode der Nitrosirung — Stilbenbromid und Amylnitrit in Gegenwart von alkoholischem Natriumalkoholat zusammengebracht wurden.

Versuche mit Isobenzil.

Von erheblichem Interesse war es, auch mit dem Isobenzil einige Versuche in gedachter Richtung anzustellen, da demselben möglicherweise die Constitution

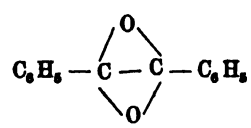


zukommt. Eine kleine Probe Isobenzil, für deren gütige Ueberlassung wir Herrn Klinger in Bonn zu bestem Danke verpflichtet sind, wurde 9—10 Stunden auf dem Wasserbade mit salz-

saurem Hydroxylamin und Methylalkohol gekocht. Hierbei trat keine Oximbildung ein, sondern das Isobenzil blieb unverändert —, während unter diesen Bedingungen das Benzil glatt eine Isonitrosoverbindung liefert. Auch als die Verbindung im Rohr 4 Stunden mit salzsaurem Hydroxylamin und absolutem Alkohol auf 130—140° erhitzt wurde, war das Resultat kein anderes. Als jedoch das Isobenzil mit denselben Substanzen 11 Stunden im Rohr auf 140—150° erhitzt worden war, fand sich in dem Reactionsproduct neben viel unverändertem Isobenzil eine kleine Menge einer stickstoffhaltigen, alkalilöslichen Substanz. Dieselbe wurde durch Umkrystallisiren aus Alkohol unter Zusatz von Thierkohle in rein weißen Krystallen erhalten, die bei 205—206° schmolzen. Dieser Schmelzpunct stimmt auffallend mit dem entsprechenden für das β-Dioxim des gewöhnlichen Benzils überein, und da die Substanz auch in Bezug auf Krystallform, Löslichkeit u. s. w. die größte Aehnlichkeit mit dem β-Dioxim besitzt, so sind höchst wahrscheinlich beide Verbindungen in der That identisch, wenn dies auch bei der geringen Menge des zu Gebote stehenden Materials nicht mit völliger Sicherheit bewiesen werden konnte. Man würde dann anzunehmen haben, daß das Isobenzil bei der Versuchstemperatur unter den herrschenden Bedingungen langsam in gewöhnliches Benzil übergeht, welches ja bei dieser Temperatur das β-Dioxim bildet; daß jedoch das Isobenzil als solches nicht der Oximbildung fähig ist[1]).

---

1) Von dem so äußerst schwer zu gewinnenden Isobenzil besaßen wir im Ganzen 0.2 gr. Mit dieser kleinen Menge konnten wir uns immerhin überzeugen, daß das Isobenzil unverändert destillirt, und daß der Siedepunkt desselben dem des gewöhnlichen Benzils sehr nahe liegt, Polymerie der beiden Verbindungen also ausgeschlossen ist. Bedenkt man ferner, daß das Isobenzil blendend weiß ist, während das Benzil, wie die Orthodiketone, eine intensiv gelbe Farbe besitzt, und nimmt man hinzu, daß, wie oben gezeigt, Isobenzil als solches sich nicht mit Hydroxylamin verbindet, so wird man wohl als sehr wahrscheinlich annehmen dürfen, daß dasselbe die Formel



besitzt. Keinenfalls darf es aber als ein geometrisches Isomeres des Benzils angesehen werden. — — Nachdem v. Pechmann und Fittig die interessante Entdeckung gemacht haben, daß auch das einfachste Orthodiketon der Fettreihe, das Diacetyl, intensiv gelb ist, können wohl das sogenannte Dibutyryl von Freund und das Divaleryl von Brühl nicht mehr als Diketone aufgefaßt werden. Auch der Umstand, daß das Verhalten des Dibutyryls gegen Hydroxyl-

Anhydrid der Dioxime.

Unter den oben als denkbar erwähnten Isomerien war auch die Möglichkeit erwähnt, daß die eine der beiden Verbindungen ein Oximanhydrid sei, welches ein Molecül Krystallwasser fest gebunden hielte. Nun war zwar dieser Einwand schon durch die Thatsache widerlegt, daß die beiden Oxime zwei verschiedene Reihen von Säureesten geben, während im gedachten Falle beide dieselben Ester hätten liefern müssen; zur weiteren Entkräftung dieses Einwandes erschien es aber wünschenswerth, die betreffenden Anhydride selbst darzustellen und auf ihre etwaige Fähigkeit, mit Wasser zusammenzutreten, zu prüfen. Die Methoden, mit deren Hülfe es gelingt, andere Dioxime, z. B. das β-Naphtochinondioxim, in Anhydride überzuführen, sind in unserem Fall nicht anwendbar, da bei denselben die Diphenylglyoxime entweder tiefer gehende (Beckmann'sche) Umlagerungen erfahren, oder aber unverändert bleiben. Während z. B. das β-Naphtochinondioxim beim Erwärmen seiner alkalischen Lösung mit der allergrößten Leichtigkeit in sein Anhydrid übergeht, können die beiden Benzildioxime stundenlang mit concentrirter Lauge im Wasserbade erwärmt, auch gekocht werden, ohne sich zu verändern.

Der beste Weg, um zu den Anhydriden der Benzildioxime zu gelangen, besteht darin, daß man letztere mit Wasser im Rohr mehrere Stunden auf eine hohe Temperatur — über 200° — erhitzt. Hat man lange und hoch genug erhitzt, so ist bei Anwendung von α- wie von β-Dioxim das Reactionsproduct eine bräunliche Krystallmasse oder ein dickes, braunes Oel, welches beim Oeffnen des Rohres oder beim Reiben mit einem Glasstabe krystallinisch erstarrt. Krystallisirt man die Producte mehrfach aus heißem Alkohol unter Zusatz von Thierkohle um, so erhält man aus beiden derbe, flache Nadeln, welche sich durch die gleiche Art federförmiger Verwachsung, durch den gleichen Schmelzpunct 94° endlich durch die gleichen Löslichkeitsverhältnisse — mäßig löslich in kaltem Alkohol, leicht löslich in Aether und Eisessig — unzweifelhaft als ein und derselbe Körper zu erkennen geben.

Die Analyse ergab, daß dieser Körper aus den Dioximen durch Austritt eines Molecüls Wasser entsteht:

amin von dem des Diacetyls ganz verschieden ist, spricht für diese Ansicht. Dagegen kann ich nicht wie v. Pechmann das Glyoxal für polymer halten; dagegen spricht das normale Verhalten gegen Hydroxylamin und Phenylhydrazin. Es ist eben kein Diketon, sondern ein Dialdehyd, und als solcher dem Diacetyl nicht direct vergleichbar. V. Meyer.

0.2025 gr Substanz gaben bei der Verbrennung mit Kupferoxyd 0.5641 gr Kohlensäure und 0.0892 gr Wasser.

0.1618 gr Substanz gaben 17.25 cc feuchten Stickstoff bei $t = 9^0$ und $B = 763$ mm.

	Berechnet für $C_{14}H_{10}N_2O$	Gefunden I	Gefunden II	
C	75.67	75.93	—	pCt.
H	4.50	4.89	—	„
N	12.61	—	12.87	„

Die Ausbeute bleibt wenig hinter der theoretischen zurück.

Es war somit erwiesen, daß beide Dioxime unter den betreffenden Umständen dasselbe Anhydrid liefern, ein Verhalten, das dem der Fumar- und Maleïnsäure bei der Anhydridbildung völlig analog ist.

Eine genauere Untersuchung über den Verlauf der Reaction machte es jedoch höchst wahrscheinlich, daß in diesem Falle nur das β-Dioxim direct durch Wasserabspaltung in das Anhydrid übergeht, während das α-Dioxim unter den Bedingungen der Anhydridbildung sich zunächst immer in die β-Verbindung umlagert. Dies geht aus folgenden Versuchen hervor:

Eine Probe α-Dioxim wurde 10 Stunden im Rohr mit Wasser auf 170—185° erhitzt: der größte Theil war unangegriffen, eine geringe Menge in β-Dioxim verwandelt; Anhydrid konnte höchstens spurenweise entstanden sein. β-Dioxim blieb unter denselben Umständen gleichfalls zum größten Theil unverändert, nur eine sehr geringe Menge war in Anhydrid übergegangen.

α-Dioxim wurde 10 Stunden mit Wasser im Rohr auf 195—215° erhitzt: wieder hatte sich der größte Theil nicht verändert, ein Theil hatte sich in β-Dioxim umgelagert, während nur ein kleiner Theil Wasser abgespalten hatte. β-Dioxim ging unter gleichen Verhältnissen fast quantitativ in Anhydrid über.

α-Dioxim wurde 8 Stunden mit Wasser im Rohr auf 220—240° erhitzt und war nunmehr gleichfalls vollständig in Anhydrid verwandelt.

Man sieht aus diesen Versuchen, daß die Anhydridbildung bei dem α-Dioxim erst bei einer Temperatur eintritt, welche höher ist, als die seiner Umwandlung in die β-Form; eine directe Anhydrisirung der α-Form ist daher, wenigstens bis jetzt, nicht durchführbar. —

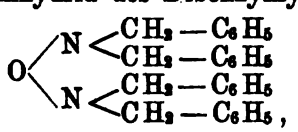
Der beschriebene Weg ist nicht der einzige, der zu dem Anhydrid führt; auch wenn man die Oxime mit Alkohol auf etwa 230° erhitzt, bildet es sich, obwohl schwieriger als durch Wasser

bei der gleichen Temperatur. Erwähnt wurde ferner bereits seine Bildung bei der unvollkommenen Reduction des Oxydationsproductes der Oxime mit Zinn und Salzsäure oder mit Jodwasserstoffsäure und Phosphor.

Besonders leicht bildet es sich, wenn man die Säureester der Oxime mit Alkohol im Rohr erhitzt: man braucht z. B. α-Diacetyldioxim nur wenige Stunden mit Alkohol auf 170—190° zu erhitzen, so erhält man statt des zu erwartenden β-Diacetyldioxims glatt das Anhydrid.

Das Anhydrid ist, wie schon aus seinen mannigfachen Bildungsweisen hervorgeht, ein sehr beständiger Körper. Er kann mit Alkalien stundenlang gekocht, mit Salzsäure im Rohr erhitzt, ja selbst mit Phosphor und Jodwasserstoffsäure 3—4 Stunden bis auf 220° erhitzt werden, ohne wesentlich angegriffen zu werden.

Dieses Verhalten erinnert an eine dem Anhydrid analog constituirte Base: das Anhydrid des Dibenzylhydroxylamins,



welches F. Walder[1]) kürzlich im hiesigen Laboratorium dargestellt hat, läßt sich ebenfalls unter keinen Umständen wieder mit Wasser vereinigen und in das doch so beständige Dibenzylhydroxylamin zurückverwandeln. —

Erst beim andauernden Erhitzen des Dioximanhydrids — wenigstens 10 Stunden — mit Jodwasserstoffsäure und Phosphor auf 230° gelingt die

Reduction unseres Anhydrids zu Dibenzyl,

womit bewiesen ist, daß es ein normaler Abkömmling des Benzils ist. — Das Dibenzyl wurde auch bei diesem Versuche — wie oben — sicher identificirt.

Schließlich sei noch erwähnt, daß der Körper bei vorsichtigem Erhitzen anscheinend ohne Zersetzung sublimirt, während bei raschem Erhitzen, gerade wie bei dem Oxydationsproduct der Dioxime, der Geruch nach Phenylcyanat in überwältigender Weise auftritt.

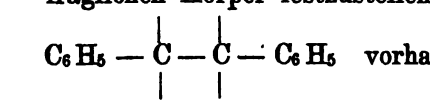
Product einer Beckmann'schen Umlagerung.

Um über die Frage der Anhydridbildung der beiden Oxime völlig im Klaren zu sein, war es nöthig, noch einen Punct zu

1) Ber. d. D. chem. Ges. XIX, 3292.

untersuchen. Vor nicht sehr langer Zeit hat Beckmann[1]) in einer vorläufigen Mittheilung angezeigt, daß Stud. Günther aus dem Benzildioxim — welches der beiden Dioxime gemeint ist, α oder β, geht aus der Notiz nicht hervor[2]) — durch Behandlung mit concentrirter Schwefelsäure einen alkaliunlöslichen Körper vom Schmelzpunct 110° erhalten habe, durch Einwirkung von Phosphorpentachlorid dagegen eine gleichfalls in Alkalien unlösliche Substanz, die bei 121—122° schmolz. Allerdings war es nach den bekannten Untersuchungen von Beckmann sehr wahrscheinlich, daß die Unlöslichkeit dieser Verbindungen Alkalien gegenüber auf einer intramolecularen Umlagerung der Atome beruhe, da aber andererseits, wie oben erwähnt, bei der Einwirkung von Essigsäure und Salzsäure, sowie von Acetylchlorid auf das α-Dioxim keine derartigen Umlagerungen, wie man sie etwa erwarten könnte, eintreten, sondern das α-Dioxim unter diesen Umständen einfach in das gleich constituirte β-Dioxim übergeht, so war es immerhin denkbar, daß auch in den von Beckmann und Günther beobachteten Fällen die Alkaliunlöslichkeit der Substanz nicht durch Umlagerung der Atome, sondern durch Anhydridbildung ohne Aenderung der ursprünglichen Structur zu Stande komme.

Bei der Wichtigkeit dieser Frage war es für uns nothwendig — ohne selbstverständlich im übrigen in das Arbeitsgebiet der genannten Forscher einzugreifen — zum mindesten für einen der fraglichen Körper festzustellen, ob in ihm noch die Kette



vorhanden sei oder nicht.

Zu diesem Zwecke wurde etwas von dem bei 110° schmelzenden Körper aus α-Dioxim und Schwefelsäure bei Wasserbadtemperatur dargestellt. Da sich auch dieser Körper der Spaltung durch Salzsäure schwer zugänglich erwies, so wurde er mit Jodwasserstoffsäure und Phosphor 9—10 Stunden im Rohr auf 190—210° erhitzt. Hierbei entstand kein Dibenzyl, sondern als Hauptproduct Benzoësäure.

Bei der Einwirkung der Schwefelsäure hatte also in der That eine Atomumlagerung stattgefunden. Daß übrigens gleichzeitig Anhydridbildung erfolgt war, ging aus einer Stickstoffbestimmung hervor, die denselben Stickstoffgehalt wie für unser total anders constituirtes Anhydrid ergab.

1) Ber. d. D. chem. Ges. XX, 1510.

2) Soeben (Ber. d. D. chem. Ges. XXI, 517) ist noch eine Notiz von E. Günther erschienen, aus welcher hervorgeht, daß das α-Oxim gemeint ist.

0.1768 gr Substanz gaben 19.7 cc feuchten Stickstoff bei $t = 17^0$ und $B = 743$ mm.

Ber. für $C_{14}H_{10}N_2O$	Gefunden
N 12.61	12.64 pCt.

Bemerkt sei noch, daß auch dieser Körper bei vorsichtigem Erhitzen unzersetzt sublimirt, bei raschem Erhitzen jedoch den Geruch von Phenylcyanat entwickelt.

Auffälligerweise entsteht der Körper vom Schmelzpunct 110° unter den eingehaltenen Bedingungen nur aus dem α-Dioxim. Obwohl der Versuch mit dem β-Dioxim unter genau den gleichen Bedingungen mehrfach wiederholt wurde, gelang es doch nie, die Bildung des fraglichen Körpers zu beobachten, vielmehr wurde das β-Dioxim je nach der Zeitdauer, während deren es der Einwirkung der Schwefelsäure ausgesetzt war, mehr oder weniger vollständig in wasserlösliche Producte verwandelt.

Bestimmung der Moleculargröße der beiden Dioxime.

Nachdem durch die im Vorstehenden mitgetheilten Versuche für die beiden Dioxime eine Isomerie im gewöhnlichen Sinne ausgeschlossen worden war, lag noch die Möglichkeit vor, daß die beiden Körper polymer seien, eine Annahme, die, obwohl a priori höchst unwahrscheinlich, immerhin geprüft werden mußte. Leider sind weder die Dioxime selbst, noch irgendwelche Derivate derselben in größerer Menge unzersetzt flüchtig, so daß auf eine Dampfdichtebestimmung verzichtet werden mußte. Bei dieser Sachlage wandten wir uns zu der Raoult'schen Methode der Moleculargewichtsbestimmung. Dieselbe wurde zunächst an einigen Substanzen von bekanntem Moleculargewicht geprüft, und nachdem sich bei diesen Versuchen, über die an anderem Ort berichtet worden ist[1]), die Brauchbarkeit der Methode für die uns beschäftigenden Körper ergeben hatte, konnten wir an die Entscheidung der vorliegenden Frage herantreten. Mit den Dioximen selbst konnte allerdings die Untersuchung nicht vorgenommen werden, da das α-Dioxim in Wasser, Benzol und Eisessig — den drei Lösungsmitteln, welche für die Anwendung der Raoult'schen Methode in erster Linie zu Gebote stehen — so gut wie unlöslich ist; dagegen erwiesen sich die beiden Diacetylverbindungen als brauchbar für unsere Zwecke. Die Einzelheiten dieser Bestimmungen sind

1) V. Meyer, Ber. d. D. chem. Ges. XXI, 536; Auwers, ibid. 701.

bereits am citirten Orte gegeben worden; es genügt hier, nochmals die Resultate zusammenzustellen.

Bei der Untersuchung der α-Verbindung wurde in drei Versuchen der Werth für das Moleculargewicht zu

348 328 328,

im Mittel also zu

333

gefunden, während vier Bestimmungen, die mit der β-Verbindung angestellt wurden, die Werthe

324 324 313 313,

im Mittel also

320

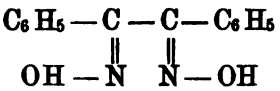
lieferten.

Die Zusammenstellung der gefundenen Werthe mit dem der Formel $C_{18}H_{16}N_2O_4$ entsprechenden:

Theorie	α	β
324	333	320

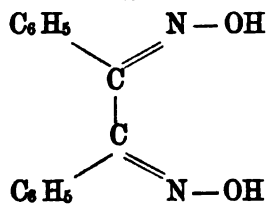
zeigt unzweifelhaft, daß die beiden Körper der einfachen Formel entsprechen, und die Annahme einer Polymerie beider Substanzen gänzlich unzulässig ist[1]).

Die vorstehend mitgetheilten Thatsachen beweisen, daß die Verbindung



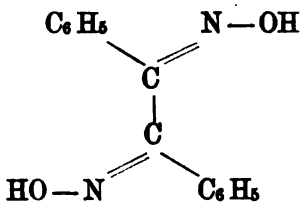
in zwei Modificationen von gleicher Structur und Moleculargröße besteht, die auch in ihren Derivaten verschieden, also nicht physikalisch isomer sind, und deren Verschiedenheit somit nur durch abweichende Configuration erklärt werden kann. Die schon eingangs aufgestellten Structurformeln für die beiden Modificationen

I



und

II



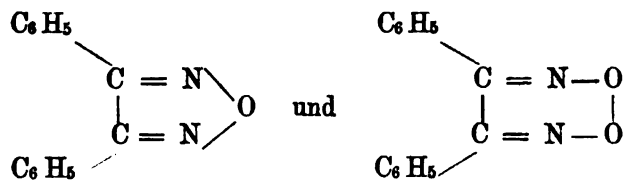
1) Daß die Raoult'sche Methode auch für Oxime vollkommen normale Werthe liefert, haben wir — in Beantwortung der gegentheiligen Mittheilung E. Beckmann's (Ber. d. D. chem. Ges. XXI, 767) — experimentell festgestellt.

betrachten wir nunmehr als erwiesen, und wir schließen demgemäß, daß die zweite van t'Hoff'sche Hypothese eine Modification erleiden muß. Während allerdings in einer großen Anzahl von Fällen mit hoher Wahrscheinlichkeit nachgewiesen worden ist, daß einfach gebundene Kohlenstoffatome um eine Axe, die in der Richtung der verbindenden Valenz liegt, frei und in beliebiger (auch entgegengesetzter) Richtung rotiren, und während demgemäß in der That meistens, wie van t'Hoff es annimmt, nur solche Körper dieser Gruppe als isomer anzusehen sind, welche durch Rotation nicht in einander übergeführt werden können, liegt in den von uns untersuchten Verbindungen eine Reihe von Körpern vor, welche sich durchaus anders verhalten. Trotzdem ihre Configuration den Bedingungen der zweiten van t'Hoff'schen Hypothese entspricht, bestehen sie in zwei dauernd existenzfähigen Modificationen, und es findet also freie Rotation der verbindenden Kohlenstoffatome in verschiedenartigem Sinne bei ihnen nicht statt. Für die Natur der Kohlenstoffvalenz folgt hieraus, daß zwei einfach verkettete Kohlenstoffatome auf zwei verschiedene Arten gebunden sein können: in einer solchen, welche entgegengesetzte Rotation gestattet, und in einer anderen, bei welcher solche nicht stattfindet. Die Schlüsse, welche aus diesem unerwarteten Resultate auf die Gestalt des Kohlenstoffatoms und die Natur der Valenz gezogen werden können, sollen in einer anderen Abhandlung ausführlich discutirt werden.

Von den beiden oben formulirten Verbindungen ist I diejenige Modification, welche wir, mit Wislicenus, als die weniger begünstigte bezeichnen, und welche nach der Ansicht dieses Forschers bei einfacher Bindung dauernd nicht eine selbständige chemische Art bilden kann; nur bei Anwesenheit doppelter Bindungen, wie sie in der Maleïnsäure vorkommen, soll nach Wislicenus eine solche Verbindung dauernd beständig sein. Die Configuration II ist als die begünstigtere zu bezeichnen. Welcher der beiden Verbindungen die Formeln I bezw. II zukommen, kann nicht bezweifelt werden. Die beständigere Form ist die β-Verbindung, in welche die α-Verbindung bei jedem energischen Eingriff übergeht, während die β-Verbindung, wenn einmal gebildet, nicht wieder in die α-Form zurückgeführt werden kann. Ohne Zweifel kommt also der β-Verbindung die begünstigtere Configuration II zu, während die α-Verbindung durch die Form I auszudrücken ist. In Bezug auf ihre Configuration entspricht I der Maleïnsäure, II der Fumar-

säure, und diese Analogie wird bei der Discussion der Formel des Oxydationsproductes und des Anhydrids zu berücksichtigen sein. Es wurde eben gesagt, daß die Verbindung α leicht in β, β aber nicht wieder in α zu verwandeln sei. Das ist für die unveränderten Verbindungen völlig richtig; findet aber Anhydridbildung oder Oxydation unter Abspaltung von zwei Atomen Wasserstoff statt, so wird aus beiden Formen dieselbe Verbindung gebildet, und ohne Zweifel wird sich hier diejenige Configuration herstellen, welche dem Maleïnsäureanhydrid entspricht, die einzige, bei welcher Bildung des Anhydrids und des Oxydationsproductes möglich ist: die weniger begünstigte.

Dem Anhydride und dem Oxydationsproducte kommen demgemäß die Configurationen



zu; bei ihrer Bildung wird — infolge der Nothwendigkeit, die Stickstoff-Sauerstoffgruppen in solche Nähe zu bringen, daß sie sich mit einander verbinden können — auch aus der begünstigteren Lage die sonst weniger begünstigte entstehen und dauernd beständig bleiben — — genau so, wie bei der Anhydridbildung in der Fumar-Maleïnreihe aus der sonst begünstigteren Fumarsäure-Configuration die im anhydrischen Zustande nicht umwandelbare, sonst weniger begünstigte Maleïnsäure-Configuration entsteht.

Hiernach findet beim Erhitzen der α-Verbindung mit Wasser auf 200—240° eine mehrfache Verschiebung statt. Zunächst — bei etwa 200° — geht die α-Form in die begünstigtere β-Form über, welche ihrerseits bei weiterem Erhitzen — auf etwa 240° — Anhydrid bildet und damit wieder in die centrisch-unsymmetrische α-Form zurückzukehren gezwungen ist. —

Für das Bestehen der von uns studirten neuen Art der Isomerie liegen nun bisher zwei Reihen von je vier Gliedern vor: die beiden Dioxime, deren Acetyl-, Propionyl- und Isobutyrylester. Die Zahl der Isomeren in dieser Richtung zu vermehren, würde

natürlich leicht, aber ohne sonderliches Interesse sein. Dagegen erscheint es geboten, die beobachteten Erscheinungen auch in anderen Reihen aufzusuchen. Ein Weg, der die Wahrscheinlichkeit des Erfolges bietet, ist die Darstellung der Dioxime anderer „Benzile", wie solche aus anderen aromatischen Aldehyden [zu welchen wir auch den Thiophen-Aldehyd zählen [1])], ferner aus Furfurol u. s. w. zu erhalten sind. Hier müssen analoge Untersuchungen, wie sie in der vorstehenden Abhandlung mitgetheilt sind, vorgenommen, und damit die beobachteten Erscheinungen auf ihre Allgemeinheit geprüft werden.

Für das Benzil selbst folgt aus unseren Untersuchungen, daß die weniger begünstigte Configuration als dauernd selbständige Art entweder gar nicht besteht, oder jedenfalls sehr leicht in die begünstigte übergeht, denn wir erhielten aus beiden Dioximen dasselbe Benzil. Wie die Bernsteinsäure, die vorwiegend die Configuration:

$$\begin{array}{l} COOH-C=H_2 \\ \quad\quad\quad | \\ H_2=C-COOH \end{array}$$

bildet, nicht in eine dauernd bestehende Form:

$$\begin{array}{l} H_2=C-COOH \\ \quad\quad\quad | \\ H_2=C-COOH \end{array}$$

übergeführt werden kann, es sei denn, daß sie anhydrificirt wird, so geht auch das gewöhnliche Benzil, welches vorwiegend die Form:

$$\begin{array}{l} C_6H_5-C=O \\ \quad\quad\quad | \\ O=C-C_6H_5 \end{array}$$

bildet, nicht dauernd in:

$$\begin{array}{l} C_6H_5-C=O \\ \quad\quad\quad | \\ C_6H_5-C=O \end{array}$$

über, während bei seinem Dioxim beide Formen, wenn auch in ungleicher Beständigkeit, dauernd existiren.

Göttingen, Universitäts-Laboratorium.

---

1) Ueber die jetzt gebotene Definition der „aromatischen Substanzen" vgl. man: V. Meyer, Die Thiophengruppe. Braunschweig, 1888. Fr. Vieweg & Sohn. S. 276.

Ueber eine Vorrichtung zur Beobachtung der äußeren konischen Refraction unter dem Mikroskop.

Von

Th. Liebisch.

Einfache Vorrichtungen zur Beobachtung der inneren konischen Refraction unter dem Mikroskop sind wiederholt beschrieben worden. Dagegen wurde ein Apparat zur Untersuchung der mit der äußeren konischen Refraction verbundenen Erscheinungen unter ähnlichen einfachen Bedingungen bisher nicht angegeben. Die Vorrichtung, welche in dieser Mittheilung erläutert werden soll, dient zur Beobachtung der inneren und der äußeren konischen Refraction, sowie zur Demonstration der von H. C. Sorby entdeckten Brennpunkteigenschaften gerader Linien, welche durch doppeltbrechende Krystallplatten unter dem Mikroskop betrachtet werden. Ich beschränke mich hier darauf die Anwendung des Apparates zum Studium der äußeren konischen Refraction darzulegen.

I.

H. Lloyd[1]) benutzte bei seinen grundlegenden Versuchen über die konischen Refractionen zur Beobachtung des Kegels der äußeren Refraction zunächst folgende Vorrichtung.

Eine Sammellinse wurde im Abstande ihrer Brennweite von der Eintrittsfläche einer Aragonitplatte, deren Begrenzungsebenen senkrecht zur Halbirungsgeraden des spitzen Winkels der optischen Axen standen, in der Lage angebracht, daß der centrale Theil des einfallenden Lichtkegels eine der Richtung einer Strahlenaxe des Aragonits entsprechende Einfallsrichtung hatte. Die Austrittsfläche der Krystallplatte wurde durch eine dünne, mit einer sehr engen Oeffnung versehene Metallplatte bedeckt. Durch wiederholte Prüfung wurde erreicht, daß die Verbindungsgerade dieser Oeffnung mit dem Brennpunkt der Linse auf der Eintrittsfläche in die Richtung jener Strahlenaxe fiel. Alsdann konnte der austretende hohle Kegel mit bloßem Auge betrachtet werden, wenn die Beleuchtung durch eine hinreichend entfernte Lampe

1) Lloyd: On the Phenomena presented by Light in its passage along the Axes of Biaxal Crystals. Trans. Roy. Irish acad. 1833. XVII. — Miscellaneous Papers connect. w. phys. sc. London 1877, 1—18.

erfolgte. Anwendung von Sonnenlicht gestattete den Kegel auf eine matte Glastafel zu projiciren und auf diese Weise die Querschnitte desselben in verschiedenen Abständen von der Austrittsfläche zu beobachten.

Eine Abänderung des Versuches bestand darin, daß auch die Eintrittsfläche durch eine dünne, mit einer engen Oeffnung versehene Metallplatte bedeckt und die Lampe nach Entfernung der Linse dicht an die Eintrittsfläche gerückt wurde.

Da die Einstellung nach diesem Verfahren mit mannigfachen Schwierigkeiten verbunden ist, schlug Lissajous[1]) eine Anordnung des Versuches vor, welche auf folgender Erwägung beruht. In dem vollen Lichtkegel, welcher durch eine Sammellinse auf die mit einem engen Diaphragma versehene Eintrittsfläche der Krystallplatte geworfen wird, ist der enge hohle Kegel enthalten, der in einen sehr dünnen, zu einer Strahlenaxe parallelen Cylinder gebrochen wird. Bleibt die Austrittsfläche der Krystallplatte unbedeckt, so treten aus derselben ein voller Lichtkegel, dessen Centrum sich im Innern der Krystallplatte befindet, und ein hohler Kegel, dessen Centrum der Austrittsfläche angehört. Eine Linse von kurzer Brennweite vereinige die Strahlen des ersten Kegels in σ und die Strahlen des zweiten Kegels in δ; jene divergiren sehr stark von σ und können dadurch abgeblendet werden, daß ein enges Diaphragma in δ angebracht wird, welches nur den hohlen Kegel durchtreten läßt. Der hierdurch isolirte Kegel kann durch eine von seinem Centrum δ hinreichend entfernte Linse betrachtet werden.

Aus diesen Angaben ist ersichtlich, daß Lissajous in dem Bestreben das Einstellungsverfahren zu erleichtern zu einer indirecten Beobachtungsmethode geführt wurde, welche den Kegel der äußeren konischen Refraction erst nach der Wiedervereinigung seiner Strahlen in δ zu verfolgen erlaubt. Die Versuche von Lloyd empfangen aber ihr Interesse wesentlich dadurch, daß sie eine directe Beobachtung jenes Kegels von dem in der Austrittsfläche gelegenen Centrum an gestatten. Ich habe daher an der Forderung festgehalten, daß die Austrittsfläche der Krystallplatte mit einem Diaphragma zu versehen sei, durch welches die Lage des zu einer Strahlenaxe parallelen Strahlencylinders im Inneren der Krystallplatte fixirt wird.

1) F. Billet: Traité d'optique physique. Paris 1859, II, 571—572.
Laurent: Appareils pour montrer la réfraction conique. Journal de physique. 1874, III, 23—25.
Lissajous: Observations sur la note précédente. ib. 25—26.

II.

Der Apparat besteht aus einer unter dem Objecttisch eines Mikroskops angebrachten Beleuchtungsvorrichtung und einem auf dem Objecttisch befestigten Krystallträger.

Die Beleuchtungsvorrichtung befindet sich in einer Hülse, welche durch Triebbewegung in der Richtung der Axe des Mikroskops gehoben und gesenkt und mit Hülfe einer Schlittenführung in einer zur Mikroskopaxe senkrechten Richtung verschoben werden kann. Sie wird gebildet von einer Hülse, welche oben ein mit der Frontlinse dem Objecttisch zugewendetes Objectivsystem (Hartnack'sches Objectiv Nr. 3) und unten eine Diaphragmenscheibe s trägt. Durch Drehung dieser Scheibe gelangen der Reihe nach neun Oeffnungen von 0,2 bis 7 mm Durchmesser in das Centrum der Hülse.

Der Krystallträger besteht aus einer ringförmigen Metallplatte p, welche mit Stellschrauben auf dem Objecttisch des Mikroskops ruht und auf welcher sich ein Lager für eine zur Mikroskopaxe senkrechte Drehungsaxe d erhebt. Mit dem Lager ist ein zur Bestimmung des Betrages der Drehung dienender Theilkreis t verbunden. Die Axe d trägt über dem Mittelpunkt der Platte p einen Metallring a, in welchen auf der einen Seite eine Hülse b mit der zu untersuchenden Krystallplatte drehbar eingeführt wird, während auf der anderen Seite eine Metallplatte c, die mit einer centralen Oeffnung e von 0,07 mm Durchmesser versehen ist, aufgesetzt wird.

Es sei nun eine zur ersten Mittellinie senkrechte Aragonitplatte derart in den Krystallträger eingeführt, daß die Ebene der optischen Axen senkrecht zur Drehungsaxe d steht. Der Krystallträger werde in die Lage gebracht, daß die Platte c dem Tubus des Mikroskops zugewendet ist und die Oeffnung e in die Mikroskopaxe fällt. Nach Entfernung des Oculars werde der Mikroskoptubus so eingestellt, daß man durch ein Hartnack'sches Objectivsystem Nr. 3 die Oeffnung e deutlich sieht. Die Beleuchtungsvorrichtung sei so justirt, daß ein Bild einer Oeffnung der Scheibe s auf der Eintrittsfläche der Krystallplatte entworfen wird und die Oeffnung e gut beleuchtet erscheint. Alsdann kann man durch Drehung der Axe d der Krystallplatte eine solche Stellung geben, daß man beim Heben des Tubus neben der Oeffnung e einen sich stetig vergrößernden und nach dem Rande des Gesichtsfeldes rückenden hellen Kreis erblickt.

Hält man ein Nicol'sches Prisma über den Tubus, so findet

man, daß die Polarisationsrichtung an dem Punkte des Kreises, welcher der Halbirungsgeraden des spitzen Winkels der optischen Axen am nächsten liegt, senkrecht zur Ebene der optischen Axen steht, während sie an dem diametral gegenüberliegenden Punkte in diese Ebene fällt, — eine Eigenschaft, welche für den Kegel der äußeren konischen Refraction an Krystallen von negativem Charakter der Doppelbrechung bezeichnend ist.

Wie Lissajous a. a. O. mittheilt, schlug Dubosq zur Demonstration der Polarisationseigenschaften der konischen Refractionen vor unter dem Analysator eine senkrecht zur optischen Axe geschnittene Quarzplatte einzuführen. An den neueren, für krystallographische Zwecke construirten Mikroskopen bieten sich zur Einschaltung dieser Platte die Oeffnungen dar, welche in dem Tubus über dem Objectivsystem und in der Analysatorhülse unter dem Nicol'schen Prisma angebracht sind.

Vorläufige Mitteilungen zur Morphologie der Crinoiden.

Von

Dr. Otto Hamann.

(Vorgelegt von Ehlers.)

1. Das Nervensystem.

So viele Arbeiten auch bisher über das Nervensystem dieser Formen geschrieben worden sind, so ist der histologische Nachweis endgültig von keinem Forscher erbracht worden, daß das, was sie als Nervensystem ansehen, in der Tat ein solches sei. So sehen wir, daß die Ansichten der einzelnen Untersucher diametral gegenüberstehen. Meine eigenen Resultate bekräftigen teilweise das, was Carpenter, Vater und Sohn, M. Marshall auf Grund sowohl anatomischer, als auch, und zwar vorwiegend, physiologischer Untersuchungen beschrieben haben, teilweise aber bin ich im Stande diese Angaben weiter zu führen. Nach Ludwig besitzen die Crinoiden nur ein in den Armen und ihren Verzweizweigungen gelegenes Nervensystem, dessen Lage subepithelial ist. Die Carpenter'schen Angaben werden sämmtlich zurückgewiesen. Perrier und eine Anzal englischer Forscher pflichteten

ihnen aber zu, ohne jedoch den strickten Nachweis von Ganglienzellen und echten Nervenfasern zu bringen, nach welchem auch bei Carl Vogt und Yung vergeblich gesucht wird. Der Einzige, welcher denselben in einer leider nur vorläufigen Mitteilung — welcher keine Arbeit mit Abbildungen gefolgt ist — versucht hat, ist Jickeli gewesen, welcher zugleich ein drittes Nervensystem beschrieben hat, welches um den Mund der Crinoiden gelegen ist und Aeste in die Arme abgiebt. Seine Nachuntersucher Carl Vogt und Yung haben dasselbe nicht wieder gefunden und bestreiten seine Anwesenheit.

Mit vorzüglich conservirten Material aus dem Mittelmeer sowie mit einer großen Anzahl von Challenger-Crinoiden ausgestattet, hoffe ich die Kenntnis derselben weiter füren zu können. Ich danke dieses Material der großen Freundlichkeit P. H. Carpenter, welchem ich an anderer Stelle meinen Dank aussprechen werde.

1. Das epitheliale Nervensystem. Unter diesem Namen füre ich den von Ludwig u. a. beschriebene subepithelialen Nervenplexus ein, welcher in den Ambulacralrinnen gelegen ist und welchem ein Centralorgan, ein Schlundring, zukommen sollte.

Es entsprechen diese Nerven dem Schlundring mit seinen Ambulacralnerven der Seesterne, Seeigel, Ophiuren und Holothurien, welche teils noch epithelial, teils mesodermal gelagert sind.

Das Epithel der Ambulacralrinnen ist bedeutend verdickt und besteht, wie ich nach Untersuchung von Macerations- wie Schnittpräparaten bei verschiedenen Gattungen finde, aus denselben Elementen, wie bei einem Seestern. Auch liegen hier wie dort die Nervenfasern mit ihren bi- wie multipolaren Ganglienzellen nicht subepithelial, sondern epithelial; sie haben nicht den Zusammenhang mit dem Körperepithel aufgegeben, wie Ludwig u. a. wollen, sondern gerade so beibehalten wie ich dies bei den Asteriden ausführlich geschildert habe. Ein Centralorgan besitzt dieses Nervensystem nicht. Denn der von Ludwig beschriebene Schlundring ist, wie schon Jickeli angegeben hat, nicht vorhanden und die in den Nervenrinnen nach der Mundöffnung zu verlaufenden Nervenzüge treten, wie ich bei verschiedenen Gattungen finde direkt in den Schlund ein, und lassen sich, immer epithelial gelagert, überall in der Darmwand nachweisen.

Das Epithel der Ambulacral- oder Teutakelrinne setzt sich aus Sinneszellen und Stützzellen zusammen. Die Fortsätze der letzteren durchsetzen senkrecht die Nervenfaserschicht.

In jeden Tentakel tritt ein Nervenzug ein, welcher die Sinnespapillen — Sinnes-Organe von eigenartigem Bau — inervirt.

Die Ausbreitung der einzelnen Nerverfasern lässt sich nur auf der der Tentakelrinne zugekehrten Seite der Tentakel feststellen.

Dieses epitheliale Nervensystem tritt im Vergleich zu dem ventralen mesodermalen Nervensystem in seiner Bedeutung weit zurück.

2. Das in der Bindesubstanz gelagerte Nervensystem. Zu diesem Nervensystem gehört die um das gekammerte Organ gelagerte Fasermasse mit ihren Nervenstämmen, welche in der dorsalen Seite der Arme verlaufen. Ein anderer Teil desselben ist jedoch ventral (oral) gelagert und besitzt sein eigenes Centralorgan. Beide Teile dieses mesodermalen Nervensystemes sind untereinander in Verbindung, ein drittes Nervensystem, wie Jickeli wollte, existirt nicht, wol aber der von ihm kurz beschriebene Schlundring. Ich beschreibe, indem ich somit die Kenntnis über das Nervensystem bedeutend erweitern kann, den einen Teil als

a) Den ventral (oral) gelagerten Teil des mesodermalen Nervensystem. Derselbe zerfällt in ein Centralorgan, den Schlundring und den von ihm abgehenden Nervenzügen. Teile dieser Nervenzüge hat Carpenter als parambulacrales Netzwerk beschrieben.

In ungefärer Höhe mit dem die Mundöffnung umgreifenden Wassergefässring liegt der pentagonale Schlundring, welcher durchquert eine halbmondförmige Gestalt besitzt. Die Nervenbrillen, welche ihn zusammensetzen, laufen concentrisch. Die Zal der von ihm ausstrahlenden Nervenzüge ist eine sehr große. Zunächst treten Nervenzüge dorsal-(aboral-)wärts aus, um die Körperwand zu verlassen und sich in den Mesenterien und Bändern der Leibeshöle und an den in derselben liegenden Organen zu verästeln. Weiter treten Nervenzüge aus, welche nach oben in die Teutakel eintreten, welche im Umkreis der Mundöffnung stehen. Von größtem Interesse sind aber diejenigen Nervenzüge, welche mit dem Wassergefäßen — zunächst fünf, welche sich gablig teilen und in die Arme eingetreten in der oralen Körperwand ihren Verlauf nehmen — in bestimmte Beziehungen treten. Jedes Wassergefäß wird jederseits von einem Nervenzug begleitet, sodaß also fünf solche Pare vorhanden sind und bei zehn Armen zwanzig Nervenzüge zu zälen sind. Sie lassen sich bis zur Spitze der Arme verfolgen. An denjenigen Stellen, wo Wassergefäßäste zu den Pinnulae ziehen, treten Nervenzüge hinzu um ebenfalls in diesen Organen parig aufzutreten. Von diesen oralen Längsnerven der Arme und Pinnulae treten in bestimmten Zwischenräumen Nerven-

züge in die Teutakel ein, um das nach Außen gelegene Epithel zu inerviren, wärend andere zur Muskulatur der Wassergefäße in Beziehung treten.

Dieser oral gelagerte Teil des mesodermalen Nerversystems tritt in seiner Entwicklung zurück gegen den aboral gelagerten, welcher in der Rückenwand des Körpers sich findet.

b) Der dorsale (aborale) Teil des mesodermalen Nervensystems. Dieser besitzt wie der orale ein Centralorgan. Dies wird durch die Nervenfibrillenmasse dargestellt, welche das sog. gekammerte Organ im Knopfe umhüllt. Der Faserverlauf in diesem Centralorgan ist ein complicirter und ohne Abbildungen schwer zu verstehen. Von diesem Centralorgan gehen solide Nervenstämme ab in die Arme. Diese Nerven sind niemals hol, Gefäßnerven wie Perrier, Vogt u. a. annehmen, sondern bei allen von mir untersuchten Gattungen solid, wie auch Carpenter, Vater und Sohn angeben. Es muß das Material sehr stark durch das Entkalten gelitten haben, wenn man zu entgegengesetzten Resultaten kommt. Freilich sind auch Abbildungen, wie sie Vogt und Yung (Lehrb. d. prakt. vergl. Anat. 1886) gegeben haben, nur bei schlecht gehärteten Material möglich, denn das, was von diesen Forschern als geronnene Flüssigkeit bezeichnet wird, sind die durchquerten Nervenfibrillen, der Rindenteil, welcher nervös sein soll, ist aber eine bindegewebige Scheide! Längsschnitte durch einen Nervenstamm, dann vor allem Macerationspräparate zeigen erst, wo man die waren Nervenfibrillen zu suchen hat und daß die geronnene Flüssigkeit die durchquerten Fibrillen waren.

Die Nervenstämme in den Armen lassen seitlich, gewönlich an vier gegenüberliegenden Punkten (der Querschnitt ist ein unregelmäßihes Viereck) Nerven austreten, welche teils zu den Muskeln ziehen, welche zwischen je zwei Armgliedern sich ausspannen, teils aber unter mannigfaltigen Verzweigungen zum dorsalen Körperepithel ziehen. Zwischen je zwei Muskelgruppen, treten Nerven aus, welche fast direkt nach der oralen Körperwand ziehen, ohne sich zu verzweigen, und sich mit dem oralen Längsnervenpar des oralen Teiles dieses mesodermalen Nervensystems verbinden! Auf diese Weise stehen beide Teile, welche räumlich weit gesondert sind, mit einander in Verbindung. Weiter zweigt sich zu jeder Pinnula je ein dorsal gelagerte Nervenast ab.

Sowol das epitheliale Nervensystem als auch das mesodermal gelagerte setzen sich zusammen aus feinsten, meist parallel verlaufenden auf dem Querschnitt punktförmigen Fibrillen und aus Ganglienzellen, bi- wie multipolaren von verschiedenem Typus.

Bei einigen Arten treten Anhäufungen von unipolaren Ganglienzellen auf der einen Seite des dorsalen Nervenstammes der Arme auf und ist der Nervenstamm, wie ich bei Ophiuren so schön fand, deutlich gegliedert. Die Nervenfibrillen treten nie zu besonderen Vereinigungen zusammen, welche etwa den Nervenfasern der Wirbeltiere zu vergleichen wären. Sie können immer nur den Axencylindern derselben an die Seite gestellt werden. Wie bei den Crinoiden, so ist das Nervensystem auch der übrigen Echinodermen nach diesem einfachsten Typus gebaut. (vergl. Waldeyer, Zeitschr. f. rat. Medicin 1863.) Die Ganglienzellenfortsätze, auch die der großen unipolaren Zellen stralen pinselförmig aus in feinste Fibrillen, wie die der kleineren Zellen.

Als besondere Nerven füre ich die Cirrhusnerven auf, welche als Scheide um ein Gefäß auftreten, wie verschiedene Forscher schon beschrieben haben. Dies sind die einzigen Gefäßnerven bei unseren Tieren.

An Sinnesorganen kommen außer den Sinnespapillen der Haut noch Nervenendorgane vor, welche ich überall über die ganze Oberfläche der Arme und Scheibe zerstreut antraf und welche aus Epithelsrinnenzellen sich zusammensetzen.

So merkwürdig nun an und für sich das Vorkommen der beiden Nervensysteme ist, welche nicht mit einander in Communication stehen, so bildet dasselbe zusammengenommen mit den übrigen Organisationsverhältnissen der Crinoiden einen Beweis, daß wir diese Gruppe als für die hochentwickelste im Kreise der Echinodermen anzusehen haben, welche in änlicher Weise wie die Cephalopoden unter den Mollusken in früheren Perioden ihren Höhepunkt erreicht haben, um jetzt noch in wenigen Gattungen, im Vergleich zu den tiefer stehenden Asteriden, Echiniden und Holothurien, existiren.

Die Frage ob man etwa zu der Annahme gezwungen ist, diese beiden Nervensysteme als unabhängig von einander entstanden zu denken, trete ich an anderem Orte näher. Hier sei nur darauf hingewiesen, daß Hand in Hand mit der Entwicklung des oralen (ventralen) Teiles des mesodermalen Nervensystems eine Rückbildung der epitelialen in den Tentakelrinnen gelegenen Nerven eingetreten ist, sodaß man wol berechtigt ist, den mesodermalen Schlundring mit seinen Verzweigungen phylogenetisch als Teile des epithelialen Nervensystems, welche in die Bindesubstanz zu lagern gekommen sind, aufzufassen. Warscheinlich entstehen die zu diesem System gehörigen Nerven wie die bei der ausgewachsenen Synapta mesodermalen Nerven (nach Selenka) ontogenetisch im Epithel.

Universität.

Beneke'sche philosophische Preisstiftung.

Da der 11. März, der Geburtstag des Begründers der Beneke'schen Preissiftung, in diesem Jahr auf einen Sonntag fiel, so hat der Vorschrift des Statuts gemäß die öffentliche Sitzung der philosophischen Facultät, in welcher das Ergebniß der Preisbewerbungen für das Jahr 1888 verkündet wurde, am Montag 12. März als dem nächsten Wochentage stattgefunden.

Die Aufgabe, welche im Jahre 1885 gestellt war, lautete:

„In den apologetischen Schriften der Kirchenväter beider Kirchen wird die Kritik des Heidenthums wesentlich mit demselben gelehrten Apparate vollzogen, und es steht außer Frage, daß die mythologische Doctrin, welche bei den Apologeten vorliegt, aus denselben Quellen stammt, mögen auch die Canäle verschieden sein, welche dieselbe ihnen zugeführt haben. Diese mythologischen Excerpte also sollen ausgesondert, geordnet und auf ihre Herkunft, Verwandtschaft und Glaubwürdigkeit untersucht werden."

Auf die von der Facultät gestellte Aufgabe ist ein Manuscript eingegangen mit dem Motto: *πόλεμος πατὴρ πάντων*, indessen erklärt der Einsender, im Einklang mit dem Zustand seiner Arbeit, in eine Bewerbung nicht eintreten zu wollen.

Göttingen, 12. März 1888.

Für das Jahr 1891 stellt die Facultät folgende Aufgabe:

„Die fundamentale Bedeutung des Entropie-Gesetzes für die Theorie aller derjenigen physikalischen und chemischen Erscheinungen, welche mit einer Production oder Absorption von Wärme verbunden sind, ist in den letzten Jahrzehnten mehr und mehr hervorgetreten; es ist insbesondere auch bei den Bearbeitungen des Energiegesetzes, welche durch die Beneke'sche Preisaufgabe vom Jahre 1884 veranlaßt worden sind, zur Geltung gekommen, daß das Energiegesetz des Entropiegesetzes als wesentlicher Ergänzung bedarf. Gleichzeitig sind die Arbeiten, welche die Begründung des Entropiegesetzes durch die allgemeinen Principien der Mechanik zum Ziele haben, in neuester Zeit wesentlich fortgeschritten. Eine zusammenfassende Darstellung der sämmtlichen mit dem Entropiegesetz zu-

sammenhängenden Fragen erscheint daher zur Zeit besonders wünschenswerth.

Eine solche Darstellung würde einmal die Entwicklung der empirischen Beweise des Entropiegesetzes zu geben haben, im Anschlusse an eine eingehende Reproduction und Würdigung der Carnot'schen Arbeiten, sie würde ferner die Untersuchungen, die sich auf den Zusammenhang des Entropiegesetzes mit den allgemeinen Principien der Mechanik beziehen, nicht nur historisch, sondern auch kritisch besprechen müssen, sie sollte endlich einen umfassenden Bericht über die sämmtlichen Anwendungen enthalten, welche das Entropiegesetz bisher auf die Theorie physikalischer und chemischer Processe gefunden hat."

Bewerbungsschriften sind in deutscher, lateinischer, französischer oder englischer Sprache mit einem versiegelten Briefe, der den Namen, Stand und Wohnort des Verfassers enthält und durch den gleichen Spruch wie die Bewerbungsschrift bezeichnet ist,

bis zum 31. August 1890

an uns einzusenden.

Die Zuerkennung der Preise erfolgt am 11. März 1891, dem Geburtstage des Stifters, in öffentlicher Sitzung der philosophischen Facultät in Göttingen.

Der erste Preis beträgt 1700 Mk., der zweite 680 Mk.

Die gekrönten Arbeiten bleiben unbeschränktes Eigenthum der Verfasser.

Das Titelblatt einer Bewerbungsschrift muß auch die Bezeichnung der Adresse enthalten, an welche die Schrift, falls sie nicht preiswürdig befunden wird, zurückzusenden ist.

Die Preisaufgaben, für welche die Bewerbungsschriften bis zum 31. August 1888 und bis zum 31. August 1889 einzusenden sind, finden sich bezw. im Jahrgang 1886 Nr. 8 und 1887 Nr. 5 dieser Nachrichten.

Göttingen, den 1. April 1888.

Die philosophische Facultät
d. z. Dekan
Baumann.

Preisaufgaben
der
Wedekindschen Preisstiftung
für Deutsche Geschichte.

Wiederholt aus Nr. 4 der Nachrichten vom Jahr 1887 S. 69 ff.

Der Verwaltungsrath der Wedekindschen Preisstiftung für Deutsche Geschichte macht hierdurch die Aufgaben bekannt, welche von ihm für den fünften Verwaltungszeitraum, vom 14. März 1886 bis zum 14. März 1896, nach den Ordnungen der Stiftung (§ 20) gestellt werden.

Für den ersten Preis

wiederholt der Verwaltungsrath die für den vorigen Verwaltungszeitraum gestellte Aufgabe: er verlangt eine allen Anforderungen der Wissenschaft entsprechende Ausgabe der von dem Mainzer **Eberhard Windeck** verfaßten **Denkwürdigkeiten über Leben und Zeit Kaiser Sigismunds.**

Es gilt den völlig werthlosen und unbrauchbaren Abdruck bei Mencken durch eine nach Seite der Sprache wie des Inhalts gleich tüchtige Ausgabe zu ersetzen.

Nach den älteren Vorarbeiten von Dümgé, Mone, Aschbach, Droysen hat neuerdings v. Hagen in der Einleitung zu seiner Uebersetzung (Geschichtschreiber der deutschen Vorzeit, Lief. 79. Leipzig 1886) über das Verhältniß von dreien der wichtigsten Handschriften (Gotha, Cheltenham, Hannover) zu einander gehandelt und danach zwei von dem Verfasser selbst herrührende Redactionen unterschieden, auch die Annahme abgewiesen, daß die Handschrift zu Cheltenham ein Original sei. Für den Bearbeiter ist die Heranziehung der anderen bekannten und von v. Hagen S. VII, Anm. 2 aufgeführten Hdsch. schon deßhalb erforderlich, um die Richtigkeit der Aufstellungen v. Hagen's zu prüfen und festzustellen, ob etwa noch mehr als zwei Ausgaben des Werkes vorliegen.

Von den drei im Archiv III, 429 verzeichneten Vaticanischen Hdsch. wird der Verwaltungsrath demnächst Beschreibungen anfertigen lassen, welche ihre Classificirung ermöglichen. Diese Beschreibungen sollen dem Bearbeiter durch Vermittelung der Ver-

waltung der Kgl. Universitätsbibliothek zur Verfügung stehen. Von der Heranziehung dieser drei Hdsch. zur Textconstitution glaubt der Verwaltungsrath im übrigen den Bearbeiter befreien zu sollen[1]).

Bei der Bearbeitung des Textes wird es vor allem darauf ankommen, daß die von dem Verfasser herrührenden Unterschiede der verschiedenen Redactionen klar und übersichtlich zur Erscheinung kommen, davon auch äußerlich dasjenige geschieden und gekennzeichnet werde, was etwa fremder Ueberarbeitung seinen Ursprung verdankt. Die originalen Rubriken und Capitelüberschriften sind in die Ausgabe aufzunehmen.

Die Urkunden und Aktenstücke aller Art, welche dem Werke zahlreich eingefügt sind, erfordern genaue Untersuchung in Bezug auf Herkunft, Wiedergabe und anderweitige Benutzung. Sind von denselben abweichende Texte oder die Originale bekannt, so ist darauf in den Anmerkungen hinzuweisen, geeigneten Falls der abweichende Text zum Abdruck in der Anmerkung zu bringen. Desgleichen ist wenigstens annäherungsweise der Versuch zu machen für die rein erzählenden Theile Ursprung oder Quelle beizubringen, namentlich in Bezug auf An- und Abwesenheit des Verfassers. Es darf dem Text an Erläuterung in sprachlicher und sachlicher Hinsicht nicht fehlen.

Die Einleitung soll sowohl die bei der Untersuchung und Herstellung des Textes befolgte Methode klarlegen, als auch eine eingehende Erörterung über die Lebensschicksale des Verfassers, die Beziehungen zu seiner Vaterstadt, seine Reisen, sein Verhältniß zum Kaiser und anderen namhaften Zeitgenossen, seine übrigen Werke in Prosa und Dichtung geben.

Die sprachliche Behandlung des Textes hat sich, falls nicht etwa eine Originalhandschrift auftauchen sollte, nach den von Weizsäcker im I. Bande der Reichstagsakten für die Vereinfachung der Schreibung spätmittelalterlicher deutscher Texte aufgestellten Grundsätzen zu richten.

Der Ausgabe ist ein Wortverzeichniß entsprechend demjenigen des 1. Bandes der Mainzer Chroniken (Städtechroniken Bd. XVII), sowie ein ungetrenntes Verzeichniß der Personen- und Ortsnamen beizufügen.

Von der Cheltenhamer Handschrift befindet sich eine genaue Abschrift auf der Kgl. Universitätsbibliothek, welche bereitwilligst von der Bibliotheksverwaltung zur Benutzung ausgeliehen wird.

---

1) Vgl. den Bericht über diese Hss. in den Nachrichten 1888 S. 11 ff.

Für den zweiten Preis

schreibt der Verwaltungsrath

eine Geschichte des Herzogthums Schwaben vom Beginn des 10. bis in die zweite Hälfte des 13. Jahrhunderts

aus.

Nach einem einleitenden Rückblicke auf die karolingische Zeit ist der Schwerpunkt der Arbeit in die Verfassungsgeschichte des bezeichneten Zeitraums zu legen, da die politische Geschichte Schwabens zur Genüge behandelt worden ist. Das schwäbische Herzogthum ist in seiner Entwicklung bis zur Auflösung zu verfolgen, sein Verhältniß zu der königlichen Gewalt einerseits wie zu den Bisthümern, Grafschaften, Herrschaften und Städten andererseits darzulegen. Nach der gründlichen und erschöpfenden Untersuchung des Einzelnen erwartet der Verwaltungsrath eine zusammenfassende Darstellung der Ergebnisse der Untersuchung. Neben den Nachrichten der Geschichtschreiber hat der Bearbeiter dem reichen Urkundenmaterial eingehendste Aufmerksamkeit zu widmen und es nach allen Richtungen für den bezeichneten Zweck auszubeuten. Als Beilage der Arbeit wünscht der Verwaltungsrath Regesten der Urkunden, an welchen die Herzöge von Schwaben in irgend einer Eigenschaft betheiligt sind oder in welchen sie Erwähnung finden.

In Beziehung auf die Bewerbung um diese Preise, die Ertheilung des dritten Preises und die Rechte der Preisgewinnenden wird aus den Ordnungen der Stiftung Folgendes wiederholt:

1. **Ueber die zwei ersten Preise.** Die Arbeiten können in deutscher oder lateinischer Sprache abgefaßt sein.

Jeder dieser Preise beträgt 1000 Thaler in Gold (3300 Reichsmark) und muß jedesmal ganz, oder kann gar nicht zuerkannt werden.

2. **Ueber den dritten Preis.** Für den dritten Preis wird keine bestimmte Aufgabe ausgeschrieben, sondern die Wahl des Stoffes bleibt den Bewerbern nach Maßgabe der folgenden Bestimmungen überlassen.

Vorzugsweise verlangt der Stifter für denselben ein deutsch geschriebenes Geschichtsbuch, für welches sorgfältige und geprüfte Zusammenstellung der Thatsachen zur ersten, und Kunst der Darstellung zur zweiten Hauptbedingung gemacht wird. Es ist aber damit nicht bloß eine gut geschriebene historische Abhandlung,

sondern ein umfassendes historisches Werk gemeint. Speciallandesgeschichten sind nicht ausgeschlossen, doch werden vorzugsweise nur diejenigen der größern (15) deutschen Staaten berücksichtigt.

Zur Erlangung des Preises sind die zu diesem Zwecke handschriftlich eingeschickten Arbeiten und die von dem Einsendungstage des vorigen Verwaltungszeitraums bis zu demselben Tage des laufenden Zeitraums (dem 14. März des neunten Jahres) gedruckt erschienenen Werke dieser Art gleichmäßig berechtigt. Dabei findet indessen der Unterschied statt, daß die ersteren, sofern sie in das Eigenthum der Stiftung übergehen, den vollen Preis von 1000 Thalern in Gold, die bereits gedruckten aber, welche Eigenthum des Verfassers bleiben, oder über welche als sein Eigenthum er bereits verfügt hat, die Hälfte des Preises mit 500 Thalern Gold empfangen.

Wenn keine preiswürdigen Schriften der bezeichneten Art vorhanden sind, so darf der dritte Preis angewendet werden, um die Verfasser solcher Schriften zu belohnen, welche durch Entdeckung und zweckmäßige Bearbeitung unbekannter oder unbenutzter historischer Quellen, Denkmäler und Urkundensammlungen sich um die deutsche Geschichte verdient gemacht haben. Solchen Schriften darf aber nur die Hälfte des Preises zuerkannt werden.

Es steht Jedem frei, für diesen zweiten Fall Werke der bezeichneten Art auch handschriftlich einzusenden. Mit denselben sind aber ebenfalls alle gleichartigen Werke, welche vor dem Einsendungstage des laufenden Zeitraums gedruckt erschienen sind, für diesen Preis gleich berechtigt. Wird ein handschriftliches Werk gekrönt, so erhält dasselbe einen Peis von 500 Thalern in Gold; gedruckt erschienenen Schriften können nach dem Grade ihrer Bedeutung Preise von 250 Thlr. oder 500 Thlr. Gold zuerkannt werden.

Aus dem Vorstehenden ergiebt sich von selbst, daß der dritte Preis auch Mehreren zugleich zu Theil werden kann.

3. **Rechte der Erben der gekrönten Schriftsteller.** Sämmtliche Preise fallen, wenn die Verfasser der Preisschriften bereits gestorben sein sollten, deren Erben zu. Der dritte Preis kann auch gedruckten Schriften zuerkannt werden, deren Verfasser schon gestorben sind, und fällt alsdann den Erben derselben zu.

4. **Form der Preisschriften und ihrer Einsendung.** Bei den handschriftlichen Werken, welche sich um die beiden ersten Preise bewerben, müssen alle äußeren Zeichen vermieden werden, an welchen die Verfasser erkannt werden können. Wird ein Verfasser durch eigene Schuld erkannt, so ist seine Schrift zur Preis-

bewerbung nicht mehr zulässig. Daher wird ein Jeder, der nicht gewiß sein kann, daß seine Handschrift den Preisrichtern unbekannt ist, wohlthun, sein Werk von fremder Hand abschreiben zu lassen. Jede Schrift ist mit einem Sinnspruche zu versehen, und es ist derselben ein versiegelter Zettel beizulegen, auf dessen Außenseite derselbe Sinnspruch sich findet, während inwendig Name, Stand und Wohnort des Verfassers angegeben sind.

Die handschriftlichen Werke, welche sich um den dritten Preis bewerben, können mit dem Namen des Verfassers versehen oder ohne denselben eingesandt werden.

Alle diese Schriften müssen im Laufe des neunten Jahres, vor dem 14. März 1895, dem Director zugesendet sein, welcher auf Verlangen an die Vermittler der Uebersendung Empfangsbescheinigungen auszustellen hat.

5. **Ueber Zulässigkeit zur Preisbewerbung.** Die Mitglieder der Königlichen Societät, welche nicht zum Preisgerichte gehören, dürfen sich wie jeder Andere um alle Preise bewerben. Dagegen leisten die Mitglieder des Preisgerichts auf jede Preisbewerbung Verzicht.

6. **Verkündigung der Preise.** An dem 14. März, mit welchem der neue Verwaltungszeitraum beginnt, werden in einer Sitzung der Societät die Berichte über die Preisarbeiten vorgetragen, die Zettel, welche zu den gekrönten Schriften gehören, eröffnet, und die Namen der Sieger verkündet, die übrigen Zettel aber verbrannt. Jene Berichte werden in den Nachrichten über die Königliche Societät, dem Beiblatte der Göttingenschen gelehrten Anzeigen, abgedruckt. Die Verfasser der gekrönten Schriften oder deren Erben werden noch besonders durch den Director von den ihnen zugefallenen Preisen benachrichtigt, und können dieselben bei dem letzteren gegen Quittung sogleich in Empfang nehmen.

7. **Zurückforderung der nicht gekrönten Schriften.** Die Verfasser der nicht gekrönten Schriften können dieselben unter Angabe ihres Sinnspruches und Einsendung des etwa erhaltenen Empfangsscheines innerhalb eines halben Jahres zurückfordern oder zurückfordern lassen. Sofern sich innerhalb dieses halben Jahres kein Anstand ergiebt, werden dieselben am 14. October von dem Director den zur Empfangnahme bezeichneten Personen portofrei zugesendet. Nach Ablauf dieser Frist ist das Recht zur Zurückforderung erloschen.

8. **Druck der Preisschriften.** Die handschriftlichen Werke, welche den Preis erhalten haben, gehen in das Eigenthum der Stiftung für diejenige Zeit über, in welcher dasselbe den Ver-

fassern und deren Erben gesetzlich zustehen würde. Der Verwaltungsrath wird dieselben einem Verleger gegen einen Ehrensold überlassen oder, wenn sich ein solcher nicht findet, auf Kosten der Stiftung drucken lassen, und in diesem letzteren Falle den Vertrieb einer zuverlässigen und thätigen Buchhandlung übertragen. Die Aufsicht über Verlag und Verkauf führt der Director.

Der Ertrag der ersten Auflage, welche ausschließlich der Freiexemplare höchstens 1000 Exemplare stark sein darf, fällt dem verfügbaren Capitale zu, da der Verfasser den erhaltenen Preis als sein Honorar zu betrachten hat. Wenn indessen jener Ertrag ungewöhnlich groß ist, d. h. wenn derselbe die Druckkosten um das Doppolte übersteigt, so wird die Königliche Societät auf den Vortrag des Verwaltungsrathes erwägen, ob dem Verfasser nicht eine außerordentliche Vergeltung zuzubilligen sei.

Findet die Königliche Societät fernere Auflagen erforderlich, so wird sie den Verfasser oder, falls derselbe nicht mehr leben sollte, einen andern dazu geeigneten Gelehrten zur Bearbeitung derselben veranlassen. Der reine Ertrag der neuen Auflagen soll alsdann zu außerordentlichen Bewilligungen für den Verfasser, oder, falls derselbe verstorben ist, für dessen Erben, und den neuen Bearbeiter nach einem von der Königlichen Societät festzustellenden Verhältnisse bestimmt werden.

9. **Bemerkung auf dem Titel derselben.** Jede von der Stiftung gekrönte und herausgegebene Schrift wird auf dem Titel die Bemerkung haben:

> Von der Königlichen Societät der Wissenschaften in Göttingen mit einem Wedekindschen Preise gekrönt und herausgegeben.

10. **Freiexemplare.** Von den Preisschriften, welche die Stiftung herausgiebt, erhalten die Verfasser je zehn Freiexemplare.

Göttingen, den 14. März 1887.

Der Verwaltungsrath der Wedekindschen Preisstiftung.

Bei der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

Fortsetzung.

December 1887.

Sveriges Geologiska Undersökning (in Octav). Serie A.a. 92. 94. 97. 98 u. 99 101. 102. Serie A.b. 11. 12. Serie B.b. 5. Serie C. 78. 79. 80. 81. 82. 83 84. 86. 87. 88. 90. 91. Karten dazu. Serie A.a. 92. 94. 97. 98—99. 101. 102 Serie A.b. 11. 12.

Bergens Museums Aartberetning for 1886. Bergen 1887.

Fondation Teyler Catalogue de la bibliothèque dressée p. Ekama. Livr. 5 et 6. Harlem 1886.

Musée Teyler-Archives. Serie II. Vol. III. Partie I. Haarlem 1887.

Archives Neerlandaises des sciences exactes et naturelles. Tome XXII. livr. 2me et 3me. Haarlem 1887.

Natuurkundig Tijdschrift v. Nederlandsch-Indië. Deel XLVI. 8. serie. Deel VII.

Karten zu R. D. M. Verbeck. Over de dikte der tertiaire afzettingen op Java. I. 2. 3.

Étude sur les Algues parasites des paresseux par Mme A. Weber — van Bosse. (N. V. v. d. H. M. d. W. 3r Verz. Deel V. St. I). Haarlem 1887.

Annales de l'école polytechnique de Delft. Tome III. 1887. Livr. 3me. Leide 1887.

Bureau of Education Circular of Information. N. 2. 1887: H. A. Adams, the study of History etc.

Circulars of information of the Bureau of Information. N. 1. — 1887.

John Hopkins University studies. Fifth series. X and XI.

— — circulars. Vol. V. N. 44, 46, 48 (2 mal). Vol. VII. 60 u. 61.

Annual report of the curator of the Museum of comparative Zoology at Harvard college. 1886-87. Cambridge 1887.

The American monthly microscopical journal. Vol. VIII. N. 11. N. 95.

Report of the superintendent of the U. St. Naval Observatory for the year ending June 30. 1887.

Observatorio National Argentino. Vol. IX. Buenos-Aires 1887.

Actas de la Academia Nacional de Ciencias de la R. Argentina en Córdoba. Tome II. Entrega 1. Tomo V. Entr. 3. Buenos-Aires 1886.

Journal of the college of science Imp. University Japan. Vol. I. Part 4. Tōkyō 1887.

Mittheilungen der deutschen Gesellsch. für Natur- und Völkerkunde Ostasiens in Tokio. Heft 37. Band IV. Seite 305—350. Oktober 1887.

Société Astronomique de France. Statuts.

50jähriges Jubelfest des Akademikers Nikolaus Johannowitsch Kokscharow den 6. Juni 1887 und eine kurze Biographie desselben von A. E. Münster.

Januar 1888.

Sitzungsberichte d. K. Pr. Akademie der Wissensch. zu Berlin. LIII. LIV. 22. Dez. 1887. I., II. u. III. 12. Jan. 1888.

Die prähistorischen Denkmäler der Provinz Westpreußen und der angrenzenden Gebiete. Herausgeg. von der naturforschenden Gesellschaft zu Danzig. Leipzig 1887.

Leopoldina. Heft XXIII. N. 23—24 mit Titelblatt für das 23. Heft. Jahrg. 1887.

Neues Lausitzisches Magazin. Band 63. Heft 2. Görlitz 1888.

Verhandlungen des historischen Vereines von Oberpfalz und Regensburg. B. 41. Band 33 der neuen Folge. Stadt am Hof 1887.

Abhandlungen der mathematisch-physikalischen Classe der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Band XIV. Heft V u. VI. Leipzig 1887.
Astronomische Mittheilungen von Dr. Rudolf Wolf. Aus der Vierteljahrsschrift d. Naturf. Gesellsch. Zürich 1884—1887.
Jahresber. des historischen Vereins von Unterfranken und Aschaffenburg für 1886. Würzburg 1887.
Archiv des historischen Vereins von Unterfranken und Aschaffenburg für 1886. Band 30.
Die Stadt Würzburg im Bauernkriege von Martin Cronthal, Stadtschreiber zu Würzburg. Würzburg 1887.
Monatliche Mittheilungen aus dem Gesammtgebiete der Naturwissensch. Organ des Nw. Vereins des Reg.-Bez. Frankfurt. Band IV. Berlin 1887.
Meteorologische Zeitschrift. Jahrg. 5. 1888. Heft 1. Jan. Berlin.
Titel u. Register zu Mathem. es természettudom. Kozlen XX. B.
Ertekezesek a Tarsad. tudomaniok. Korébol VII. 1—10 B. 1881.
— — a Természettudomanyok. Korébol. XII. 1—10. 1882.
— — a mathématikaitudom. Korébol. IX. 1—13. 1882.
Verhandlungen der kaiserl. kön. zoologisch-botanischen Gesellsch. in Wien. Jahrg. 1887. Band XXXVII. Quartal III, IV.
Proceedings of the London Mathematical society. N. 305—307.
Monthly notices of the R. astronomical society. Vol. XLVIII. N. 2. Dec. 1887.
Nature. Vol. 37. 949—952.
Proceedings of the Royal society. Vol. XLIII. N. 260.
Natural history of Victoria. Decade XV. Melbourne and London 1887.
Catalogue of Persian coins in the British Museum. London 1887.
Royal Society of New South Wales:
Journal and proceedings for 1886. Vol. XX. Sidney 1887.
Annual Report of the Department of Mines for 1886. Sidney 1887.
Geology of the vegetable creek Ain-miningfield. Sidney 1887.
Bulletin de la société mathématique de France. Tome XV. N. 7 et dernier. Paris 1887.
Atti della R. Accademia delle scienze di Torino. Vol. XXIII. Disp. 1a. 1887—88. Torino.
Bullettino di Bibliografia e di Storia delle science matematiche et fisiche. Tomo XX. Aprile 1887. Roma 1887.
Atti della R. Accademia dei Lincei. Anno 284. Vol. III. fasc. 6. 7. 8. 2. semestre. Roma.
Atti della Societa Toscana di scienze naturali. Processi verbali. Vol. VI. Pisa 1887—89.
Biblioteca nazionale centrale di Firenze:
Bollettino delle pubblicazioni italiane. N. 49. 50 (2 mal). 1888. Firenze 1888.
Indici d. B. d. pubbl. italiane. 1887. A. B.
Bijdragen tot de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indië. Vijfde Volgreeks-deel derde 1. Aflevering. Sgravenhage 1888.
Flora Batava 279 u. 280e Aflevering. Leiden.
Annuaire de l'Academie R. des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique. 1888. 54e année. Bruxelles.
Jornal de sciencias mathematicas e astronomicas. Vol. VIII. N. 2. Coimbra 1887.
Dorpater meteorologische Beobachtungen. 1887. Juni—Sept.
Die Regenverhältnisse des russischen Reiches v. H. Wild. V. Supplementband zum Repertorium für Meteorologie.
Atlas dazu.
Bulletin de la société Imp. des naturalistes de Moscou. Année 1887. N. 4. Moscou. 1887.
Meteorologische Beobachtungen der landwirthsch. Akademie bei Moskau. Jahr 1887 erste Hälfte. Moskau 1887.
Bulletin of the American Geogr. society. Vol. XIX. N. 4. Dec. 31. 1887. New-York.
American Journal of Mathematics. Vol. X. N. 2. Baltimore.
Proceedings of the American Academy of Arts and sciences. Whole series Vol. XXII. Part II. Boston.

Proceedings of the Academy of natural sciences of Philadelphia. Part II. April—Aug. 1887. Philadelphia.
Johns Hopkins University circulars. Vol. VII. N. 62. Baltimore.
Observations made during 1883 at the United States naval Observatory. Washington 1887.
Bulletin of the California Academy of sciences. Vol. 2. N. 7. 1887. San Francisco.
Orvos-természettudomanyj Értesitö
a. 1879. IV Evfolyam
1. Orvosi Szak. fuzet 1, 2, 3 1 — so fele, 3 2 — ik fele.
2. Természettudomanyj szak. 1, 2, 3 füzet.
3. Nepszerü Elöadasok. 1, 2 füzet.
b. 1880. V. Evfolyam
1. Orvosi szak. 1, 2, 3 füzet.
2. Természettudomanyj szak 1, 2, 3 füzet.
3. Nepszerü Elöadasok 2 füzet.
c. VI. Evfolyam 1881.
1. Orvosj Szak 1, 2, 3 füzet.
2. Termeszett. Szak. 1, 3 füzet.
3. Nepsz. Elöadasok. 1, 2 füzet.
d. 1882.
1. Orvosj Szak. 1. füzet VII evf. 2. füzet. VII evf 3. füzet VIII evf.
2. Termesc. szak. 2 füzet. VII evf. 3 füzet. VIII evf.
3. Nepszerü Elöadäs 1, 2, szam. VII evf. 3, 4, szam VIII evf.
f. 1883.
1. Orvosj Szak. 1, 2, 3, füzet evf. VIII.
2. Termesc. szak 1 füzet IX evf. 2, 3 füzet. VIII evf.
3. Nepszerü Elöadäs 1, 2 szam. IX evf. 3, 4, 5 füzet. VIII evf.
g. 1884. IX evf.
1. Orvosy szak. 1, 2, 3 füzet.
2. Termeszettud szak. 1, 2, 3 füzet.
3. Nepszerü szak. 1, 2, 3, 4 szam.
h. 1885. X evfolyam.
1. Orvosy szak. 1, 2, 3 füzet.
2. Termeszettud. szak. 1, 2, 3 füzet.
3. Nepszerü szak. 1, 2 füzet.
i. 1886. XI evfolyam.
1. Orvosy szak. 1, 2, 3 füzet.
2. Termeszettud. szak. 1, 2, 3 füzet.
3. Nepszerü szak. 1. szam. (2 mal).
k. 1887. XII evfolyam.
1. Orvosy szak 1, 2, 3 füzet.
2. Termeszettud. szak. 1, 2, 3 füzet.
3. Nepszern. szak. 1, 2 szam.
l. Névjegyzékés tárgymutató a-koloszvári orvos-természettudományi társulat 1876 tót 1883 ig.

(Fortsetzung folgt.)

Inhalt von No. 5.

G. Frobenius, über das Verschwinden der geraden Thetafunctionen. — *Franz Meyer*, über Discriminanten und Resultanten von Singularitätengleichungen. — *H. Maschke*, über eine quaternäre Gruppe von 51840 linearen Substitutionen, welche die ternäre Hesse'sche Gruppe als Untergruppe enthält. — *Karl Auwers* und *Victor Meyer*, Untersuchungen über die zweite van t'Hoff'sche Hypothese. — *Th. Liebisch*, über eine Vorrichtung zur Beobachtung der äusseren konischen Refraction unter dem Mikroskop. — Dr. *Otto Hamann*, vorläufige Mittheilungen zur Morphologie der Crinoiden. — Beneke'sche philosophische Preisstiftung. — Preisaufgaben der Wedekindschen Preisstiftung für Deutsche Geschichte. — Eingegangene Druckschriften.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

2. Mai. **№ 6.** 1888.

-8 JUL. 88

ROYAL SOCIETY OF EDINBURGH LIBRARY

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 3. März.

Die bildlichen Darstellungen des jugendlichen und unbärtigen Aesculap.

Von

Friedrich Wieseler.

Es kann auffallend erscheinen, daß die Griechen, während sie den Vater Aesculaps Apollo als unbärtigen Jüngling darstellten, den Sohn vorzugsweise bärtig bildeten und es wird uns erzählt, daß Dionysius, der Tyrann von Syracus, weil er das für unpassend hielt, einer Aesculapstatue den Bart habe abnehmen lassen. Indessen hören wir von der ältesten Aesculapstatue, über welche wir durch sicheres Zeugniß Kunde haben, daß sie unbärtig war, meinen wir das goldelfenbeinerne Bild des Kalamis zu Sikyon bei Pausanias II, 10, 3 [1]). Andererseits ist es mehr als wahrscheinlich, daß Aesculap in dem fünften Jahrhundert auch schon bärtig dargestellt wurde.

Die Jugendlichkeit und Unbärtigkeit hat man in neuerer Zeit daher erklärt, daß man annahm, sie habe ihren Grund im An-

1) Noch älter ist allem Anscheine nach das eigenthümliche Cultusbild des Aesculap zu Titane, über welches Pausanias II, 11, 6 berichtet. Irre ich nicht, so war auch dieses, dessen Chiton sich erst in recht späten Aesculapsbildern wiederfindet, unbärtig.

schlusse an die vorwiegende Bildung seines Vaters Apollo (Conze Heroen- u. Göttergestalten d. Griech. Kunst S. 45, Jos. Langl, Griech. Götter- u. Heldengestalten S. 137). Wir können das nicht für wahrscheinlich halten.

Es wird jetzt Niemand einer Erklärung beipflichten wie sie L. Beger Thes. Brandenburg. sel. p. 71 gab, der, indem er den Aesculap mit dem Sidonier bei Pausanias VII, 23, 6 auf die Luft bezog, die Ansicht äußerte, diversum aëris habitum diversis simulacris adumbrari, juvenili sc. serenum, barbato autem nubibus et pluviis impletum, a quibus terrestrium vigor vitaeque salubritas. Es liegt wohl auf der Hand, daß in Betreff der Cultusbilder die Künstler nicht dem eigenen Belieben und Ermessen folgen durften, sondern von der sacralen Tradition der betreffenden Cultusstätten abhingen (Thraemer Art. Asklepios in Roscher's Lex. d. Griech. u. Röm. Mythologie I, S. 641). Jene ging aber nach unserem Dafürhalten auf die Natursymbolik zurück, wie es z. B. auch betreffs der Hera der Fall war, welche zu Stymphalos als παῖς, τελεία und χήρα verehrt wurde (Pausan. VIII, 22, 2). Auch Aesculap wurde in Cultusbildern in dreifach verschiedener Gestalt verehrt, als Knabe (wie auch andere Heilgötter in Knabengestalt gedacht und dargestellt wurden, z. B. Euamerion zu Titane, Akesios zu Epidaurus, Telesphoros zu Pergamum und an manchen anderen Orten, s. Pausan. II, 11, 7), als Jüngling und als gereifter Mann.

Das spätere Vorwiegen der Auffassung Aesculaps als gereiften Mannes in der bildenden Kunst hängt ohne Zweifel zusammen mit dem immer mehr und mehr steigenden Ansehen der Heilkunst und der dadurch erhöhten Würde der Heilgötter (Welcker Griech. Götterlehre II, S. 741). Aber man irrt sehr, wenn man sich den Gott wesentlich nur als in früherer Zeit jugendlich dargestellt denkt. Aus dem Folgenden wird erhellen, daß er noch bis in recht späte Zeiten hinab nicht selten in jener Darstellungsweise vorkommt.

Bis jetzt hat man freilich keine Ahnung von der verhältnißmäßig großen Anzahl der Beispiele des jugendlichen Aesculap gehabt. Ja die letzte, sonst tüchtige Arbeit über den Gott hat für dessen Darstellung als unbärtiger Jüngling nur acht zu erwähnen und darunter eins mit hinzugefügtem Fragezeichen.

Durch Schriftstellen und namentlich durch erhaltene Bildwerke lernen wir Aesculap als jüngst geborenes Kind, als Knaben, als bartlosen, vielleicht ausnahmsweise auch flaumbärtigen Jüngling kennen.

Als Kind wird er dargestellt oder erwähnt nicht bloß auf den bekannten Münzen von Epidaurus (Denkm. d. a. Kst. II, 59, 759, Imhoof-Blumer u. Percy Gardner Numism. comment. on Pausan. I, pl. L, I, vgl. p. 43) so wie auf der entsprechenden bei Panofka Asklepios u. d. Askl. in d. Abhandl. der K. Preuß. Akad. d. Wiss. a. d. J. 1845, Taf. I, 2, und, um von zwei Reliefs (Kekulé in den Nuov. memor. d. inst. di corrisp. archeol., Lipsia 1865, p. 125 fg. u. t. IV, 2, und Benndorf u. Schöne „Die ant. Bildw. d. Lateran. Mus." S. 242, n. 25, und E. Braun Ant. Marmorwerke I, 5, vgl. Kekulé a. a. O. p. 124, Anm. 4, aber auch Benndorf u. Schöne a. a. O. S. 6 fg. n. 11, denen Thraemer Asklepios a. a. O. S. 640 beistimmt) zu schweigen, in einem Werke des Boëthos (Corp. inscr. Gr. n. 5674, Anthol. Gr. III, 92, 9 u. 10, Palat. Append., n. 55 u. 56).

Als Knaben dargestellt dürfen wir Aeskulap voraussetzen in den Tempeln *Ἀσκληπιοῦ Παιδός*, welche Pausanias in Arkadien erwähnt VIII, 25, 6 und VIII, 32, 3, aus welchen Stellen hervorgeht, daß ihm auch als solchem Heiligthümer errichtet wurden. In Knaben- oder Mellephebengestalt erscheint er auch in einer merkwürdigen von Laurentius Pignorius in Symbol. epist. herausgegebenen, in Cuper's Harpocrates p. 79 der Ausg. v. J. 1687 wiederholten Statuette mit über den Hinterkopf gezogenem, aber einen Theil der rechten Brust und den rechten Arm und die linke Hand freilassenden Mantel, welche ihn in der gesenkten Rechten nach rechts gewendet eine Schlange hinhaltend und mit der Linken eine rednerische Geberde machend zeigt.

Den bald zarteren bald stärkeren und reiferen Jüngling dürfen wir in den sonst aus Schriftstellen oder durch Bildwerke bekannten unbärtigen Asklepiosdarstellungen voraussetzen. Pausanias erwähnt drei solche Statuen mit ausdrücklicher Angabe der Unbärtigkeit II, 10, 3, II, 13, 3 und VIII, 28, 1 [1]). Die erste, ein goldelfenbeinernes Werk rührte von Kalamis her, die dritte, aus Pentelischem Marmor, von Skopas. Wenn wir bei Overbeck Gesch. d. Griech. Plastik II, S. 11 d. dritten Aufl. lesen, daß Skopas in der betreffenden Statue den Asklepios vielleicht zum ersten Male in jugendlichem Alter darstellte, so ist das um so auffallender, als er I, S. 278 den Asklepios des Kalamis auch als „jugendlichen"

1) Die erste Statue wird als *Ἀσκληπιὸς οὐκ ἔχων γένεια* bezeichnet, die zweite als *Ἀσκληπιοῦ ἄγαλμα οὐκ ἔχον πω γένεια* und die dritte wiederum als *Ἀσκλ. οὐκ ἔχων πω γένεια*. Sollte durch den Wechsel zwischen dem bloßen *οὐκ* und *οὔπω* etwa eine Andeutung gesucht werden können, daß die zweite und die dritte Statue den Gott etwas jugendlicher darstellten als die erste?

bezeichnet. Auch möchte ich nicht mit Overbeck sagen, daß der von Pausan. VIII, 47, 1 erwähnte ebenfalls mit der Hygieia zusammen dargestellte Asklepios aus Pentelischem Marmor im Tempel der Athena Alea zu Tegea „schwerlich wiederum unbärtig“ gewesen sei. Warum denn nicht? Das Schweigen des Periegeten beweist nicht viel. Jugendliche unbärtige Bilder kamen gerade in Arkadien mehrfach vor. Uns wenigstens dünkt die Unbärtigkeit auch dieses Bildes von Skopas wenigstens ebenso wahrscheinlich als die Bärtigkeit. Pausanias berichtet II, 32, 3 über Trözen handelnd: *τοῦ δὲ Ἀσκληπιοῦ τὸ ἄγαλμα ἐποίησε μὲν Τιμόθεος, Τροιζήνιοι δὲ οὐκ Ἀσκληπιόν, ἀλλὰ εἰκόνα Ἱππολύτου φασὶν εἶναι.* Auch hier verlautet kein Wort über die Unbärtigkeit und doch scheint uns diese wegen der Deutung, welche die Einwohner von Trözen zu Pausanias' Zeit der Statue gaben, unzweifelhaft, obgleich Kalkmann in der Arch. Ztg. XLI, S. 38 fg. das betreffende Werk für bärtig hält. Die Statue ist gewiß die auf der Münze von Trözen dargestellte, welche zuerst bei Prokesch von Osten in Gerhard's Arch. Ztg. 1843, Taf. IX, n. 12 nach einem zum Theil mangelhaften Exemplare, dann bei Fox Greek coins T. I pl. IX, n. 100 nach einem anderen gut erhaltenen, zuletzt von P. Gardner und Imhoof-Blumer Numismat. Commentary on Pausanias pl. M, n. VIII genügend abgebildet, auch von Leake Num. Hell. Europ. Greece add. 185 verzeichnet ist. Prokesch bezog die Figur mit Gerhard's Beistimmung in der Arch. Ztg. a. a. O. S. 150 und wiederum in der Abhandl. „Nichtbekannte Griech. Münzen“ in den philol. u. histor. Abhandl. d. K. Preuß. Akademie für 1845 S. 91 auf Theseus, die Uebrigen auf Hippolytus. Sie ist jugendlich und unbärtig, lehnt sich stehend mit dem linken Arm auf einen Baumstamm und hält in der Rechten einen dünnen Stab auf den Boden gestützt, den man keinesweges nöthig hat als „spear“ zu fassen; vor ihr ein Hund. Alle drei Exemplare sind unter Commodus geprägt. Der Typus unterscheidet sich aber durch einige Besonderheiten. Auf dem Exemplare in der Arch. Ztg. gewahrt der Beschauer zumeist nach links einen Gegenstand, welcher für eine Andeutung einer Mauer oder einen Cippus gehalten werden kann. Dann folgt der nach der Jünglingsfigur zurückblickende Hund. Dieser erscheint auch auf dem Exemplare bei Imhoof und Gardner. Auf dem Fox-schen aber blickt der Hund gerade vor sich hin. Die Stellung des linken Beines auf dem Exemplare in der Arch. Ztg. ist etwas verschieden von der auf den beiden anderen Exemplaren, welche in dieser Beziehung vollkommen übereinstimmen, wie auch in Betreff des Stabes in der Rechten der Figur, während in der Arch.

Ztg. kein Stab zu sehen ist, sondern der rechte Unterarm ohne daß die Hand etwas faßt horizontal ausgestreckt erscheint. Den Gegenstand, welchen die Figur mit der Rechten faßt, bezeichnet Fox p. 25 richtig als a Hasta, den hinter ihr, auf welchen sie den linken Ellenbogen legt als a Stump, with a Skin or garment upon it. Imhoof u. Gardner geben an: Hippolytus as a hunter, holding spear, and leaning on tree. Handelte es sich wirklich um einen Speer, so könnte an Aesculap nicht gedacht werden. Die Hasta, wie sie auf den beiden an letzter Stelle erwähnten Exemplaren vorkommt, paßt durchaus für den Gott, konnte aber als Speer gedeutet, die Trözenier an Hippolytus denken lassen. Wäre der Gegenstand, welcher auf dem stump oder tree liegt, ein skin, so würde diese Tracht auch nicht für Aesculap passen, aber man hat ohne Zweifel an ein garment, nämlich eine Chlamys zu denken. Hiefür spricht auch die Darstellung bei Imhoof und Gardner. Der Baumstamm deutet wohl auf einen heiligen Hain. Ob dieser auch durch den Gegenstand auf dem Exemplar zumeist nach links angedeutet werden soll, mag dahingestellt bleiben. Bemerkt kann inzwischen werden, daß die in Rede stehende Statue nach Pausan. II, 32, 3 in einem *περίβολος* stand. Daß der Hund ebensowohl zu Aesculap wie zu dem Jäger Hippolytus paßt, bedarf keiner weiteren Bemerkung. Daß nicht eine Schlange an dem Stabe oder sonst bei der Statue zu sehen war, erhellt aus der Deutung, welche ihr die Trözenier gaben. — Ob man mit E. Curtius (Peloponnesos I, S. 35) den Asklepios aus Marmor zu Titane, welchen Pausanias II, 11, 8 als *ἐπίκλησιν Γορτύνιος* bezeichnet, ohne die Unbärtigkeit zu erwähnen, wegen jenes Beinamens für bartlos halten darf, bleibe dahin gestellt. Die Nichterwähnung der Unbärtigkeit von Seiten des Periegeten spricht nicht dagegen. — In Betreff von zwei anderen auch nur durch Erwähnung in Schriftwerken uns bekannten Statuen ist es schwer ein Urtheil abzugeben. Wir meinen die bei Callistratus Stat. X beschriebene, für welche die Anrede *ὦ παῖ* p. 158, Z. 18 der Jacobs'schen Ausg. keine Bürgschaft der Unbärtigkeit bietet, da diese Worte ohne Zweifel mit Jacobs in *ὦ Παιὰν* zu verändern sind, und das von Libanius (s. Philol. XXII, Goetting. MDCCCLXV, S. 175 fg.) erwähnte *ἄγαλμα ἐν Βεροίᾳ τῇ πόλει χαλκοῦν, Ἀσκληπιός, ἐν εἴδει τοῦ Κλεινίου παιδὸς τοῦ καλοῦ*, über welches gesagt wird: *τοσοῦτον δὲ ἦν τὸ τῆς ὥρας* u. s. w. und welches als *Φειδίου χεῖρες* bezeichnet wird, welche Worte man natürlich nur als Andeutung der höchsten Vortrefflichkeit zu fassen hat. Doch liegt wohl zu Tage, daß wenigstens das letztere Werk als Darstellung eines jugendlichen Asklepios zu denken ist. Die

Angabe des Chariton Aphrodisiensis I, 1, daß Alcibiades als schönes μειράκιον dargestellt wurde, paßt wohl zu. Auch in Betreff des ersten Werkes hindert die von Callistratus ihm zugeschriebene σεμνότης αἰδοῖ μιγεῖσα schwerlich an den jugendlichen Gott zu denken.

Unter den auf uns gekommenen bildlichen Darstellungen des unbärtigen Aesculap in reiferem oder zarterem Jünglingsalter befinden sich nur drei Marmorstatuen die im Mus. Chiaramonti T. II, t. 9 oder bei Clarac Mus. de sculpt. pl. 549, n. 1139 = Denkm. d. a. Kst. II, 60, 775, die bei Clarac a. a. O. pl. 545, n. 1145 = D. a. K. a. a. O. n. 776, und die durch besonders gute Erhaltung ausgezeichnete, auch wegen ihres Fundorts (Cyrene) beachtenswerthe von Warwick Wroth in dem Journal of Hellenic studies IV, 1883, p. 46 fg. abbildlich mitgetheilte und besprochene (welcher p. 50 ohne Grund an der Richtigkeit der Beziehung der beiden ersterwähnten Statuen auf Aesculap Bedenken hegt und namentlich die Zugehörigkeit des Kopfes der zweiten bezweifelt)[1]).

Vielleicht ist der unbärtige Asklepios auch in zwei Tanagraeischen Terracottastatuetten vorauszusetzen, wie E. Baethgen in seiner Doctordissert. de vi ac signif. galli, Gotting. MDCCCLXXXVII, p. 83 fg. zuerst vermuthungsweise ausgesprochen hat. Die beiden Figuren sind besprochen und abgebildet von J. Martha Terr. cuit. Athén. n. 267, pl. I und von E. Renan im Bullet. de corresp. Hellénique A. IV, 1880, p. 74 fg. u. pl. IV.

Eine große Anzahl bisher nicht richtig erkannter Bronzestatuetten wird nächstens in den den Abhandlungen der hiesigen K. Societät der Wissenschaften einzuverleibenden „Archäologischen Beiträgen“ II genauer behandelt werden.

Auf Griechischen Marmorreliefs ist der unbärtige erwachsene Gott noch nicht mit Sicherheit nachgewiesen. Doch halten wir es nicht für unmöglich, daß die unbärtige sitzende Figur mit über den Hinterkopf gezogenem Himation auf dem aus der Morea stammenden Relief bei Visconti Mus. Pio.-Clem. V, 27, Lebas Mon. fig. de Morée p. 117, Panofka Asklepios u. d. Askl. in den Abh. der K. P. Ak. d. Wiss. a. d. J. 1845, Taf. V, n. 1, vgl. S. 295, den Aesculap darstellen könne. Die Tracht entspricht wesentlich der bei der oben S. 145 erwähnten Statuette. Gegen die Beziehung einer Figur des

1) Sollte nicht auch die auf Lemnos gefundene Statue im Besitz des Herzogs von Hamilton hierhergehören, welche von Michaelis Anc. marbles in Great Britain p. 301, n. 7 nach Waagen erwähnt wird mit den Worten: Apollo with the attributes of the god of Medicine?

Reliefs von Gortys Kretae (Arch. Ztg. 1852, Taf. XXXVIII, n. 1, auf Asklepios sind, zuletzt von Overbeck Griech. Kunstmyth. I, S. 169 fg., mit Recht Einwendungen gemacht. Wroth bezieht im Journ. of Hell. stud. V, p. 90, A. 3 die unbärtige Figur auf Machaon. Auf einem Römischen Relief im Lateran. Mus. erscheint nach Benndorf u. Schöne a. a. O. S. 232 Aesculap „vielleicht unbärtig".

Dagegen bieten die Münzen eine ansehnliche Reihe von Beispielen für die Unbärtigkeit des Gottes.

Nur Schade, daß in Betreff der Münzen die Ungenauigkeit und Unzuverlässigkeit der Abbildungen in älteren Werken und selbst in neueren die Unvollständigkeit der Beschreibungen für die Untersuchung Schwierigkeit machen. Die mir genügender bekannten zeigen den Gott entweder bekleidet, zuweilen nur mit einem leichten Gewande, welches den größten Theil des Körpers entblößt läßt, oder ganz unbekleidet, entweder sitzend oder stehend, was bei den leichtbekleideten und ganz nackten fast durchweg der Fall ist.

Unter den sitzenden Figuren geben wir die erste Stelle der auf der Münze von Kierion, welche Bompois Didrachme de Cierium Paris 1876 pl. I, n. 1 und so eben auch Overbeck Griech. Kunstmyth. III, 5, Apollon Taf. III, 31 herausgegeben hat. Auf Asklepios eher als auf Apollon bezieht die Figur auch Head, Histor. num. p. 249, der dieselbe als „vielleicht die früheste Darstellung jenes Gottes auf Münzen" bezeichnet, indem er das Exemplar als etwa 400—340 v. Chr. geprägt erachtet. Für Asklepios erklärt die Figur auch Overbeck a. a. O. S. 300, n. 21. Daran schließen wir zunächst die Figur auf der Münze von Zakynthos bei Mionnet Planches LXXIII, n. 3, Panofka Einfl. d. Gotth. auf die Ortsn. Abhdl. d. Berlin. Akad. 1841, Taf. II, n. 11, Werlhof Handb. d. Griech. Numismatik Taf. 4, n. 80, Gardner Types of Gr. coins pl. VIII, n. 33, hinsichtlich deren man in neuerer Zeit auch an Apollon gedacht hat, aber zweifelsohne mit Unrecht. Die Körperbildung ist für einen Apollo wenig passend. Das Legen der rechten Hand auf den Kopf der Schlange ist mir bei diesem unbekannt. Vgl. dazu den bärtigen thronenden Aesculap auf der Münze von Argos bei Gardner Num. Comm. on Pausan. pl. K, n. XLVII. Daß die Figur auf einem Felsen sitzt, spricht nicht gegen Asklepios; auch auf der Pergamenischen Münze im Num. Chron. Ser. III, Vol. 2, pl. I, n. 3 und bei Imhoof-Blumer „Die Münzen der Dynastie von Pergamon", Berlin 1884, Taf. III, n. 10 dürfte der bärtige Gott, nach den Abbildungen zu urtheilen, nicht auf einem „stool", wie dort Wroth p. 14, oder „Thronsessel", wie hier Im-

hoof angiebt, sitzen sollen, sondern auf einem Felsstück. Auf einem Stuhl sitzt Aesculap allerdings auch auf der Pergamenischen Münze mit dem Kopfe der jüngern Faustina, deren Revers Panofka Askl. a. a. O. Taf. I, n. 17 abbildlich mitgetheilt hat; aber hier handelt es sich um einen Klappstuhl und die Darstellung des Gottes weicht auch in anderer Beziehung ab. Hier ist der mit dem Pallium, welches den Oberleib fast nackt läßt, bekleidete Gott nach Panofka S. 353 „wohl unbärtig". Auch auf Münzen von Parium findet sich nach Mionnet Descr. d. méd. T. II, p. 578, n. 422 u. p. 581, n. 440 ein sitzender „junger" Aesculap. Die zweite aus der Zeit des Commodus stammende, der ersten, etwas älteren, entsprechende Darstellung des einen Ochsen zum Behuf der Heilung untersuchenden Gottes, kann diesen immerhin „jugendlich" zeigen (Panofka a. a. O. S. 307). Endlich ist eine Münze der Magneten in Thessalien zu erwähnen, welche nach Thraemer Asklepios, in Roscher's Lex. d. Gr. u. Röm. Mythol. S. 623 u. 641 den jugendlichen sitzenden Gott darstellen soll. Der Typus ist in drei Exemplaren erhalten, von welchen das in München befindliche Imhoof-Blumer Choix de monn. Gr. pl. I, n. 20 durch Abbildung bekannt gemacht hat, ohne begleitenden Text, der erst in den Monn. Gr., Amsterdam 1883, p. 133, n. 2 gegeben ist. Ich ließ diese Abbildung in der dritten Aufl. der Denkm. d. a. K. (1881) II, 16, 178, b wiederholen, indem ich, damals ohne alle statistische Kunde, mit Hinzufügung eines Fragezeichens den Gedanken an eine Artemis-Hekate äußerte. Jetzt sehe ich aus Imhoof's Beschreibung dieses und eines anderen Exemplares, daß die betreffenden Münzen auf der Vorderseite den Kopf Aesculaps zeigen, daß der vorausgesetzte Schild mit einem siderischen Zeichen eine Contremarke, die sitzende Figur halbnackt ist. So wird an einen Asklepios zu denken sein, für welchen selbst eine Kopfbedeckung passen würde (von welcher übrigens Imhoof kein Wort sagt). Wenn der Stab in der Linken und das Stäbchen mit der Schlange darum, welches der Gott einmal vor sich hin hält, während er das andere Mal die Rechte darauf legt, neben einander sonst meines Wissens nicht vorkommen (wohl ein Stab in der Rechten und die Schlange in der Linken, wie auf der Münze von Rhegium in R. Garrucci's Monete dell' Italia antica t. LXV n. 12, oder ein Stab in der Linken und die Schlange in der Rechten, vgl. Denkm. a. K. II, 60, 767), so verschlägt das nichts. Findet sich doch auch auf einer auf die ältere Faustina bezüglichen Münze von Amastris bei Patin Imp. Rom. numismata p. 250 die stehende Hygiea mit dem als Scepter in der Rechten

gehaltenen Schlangenstäbchen und außerdem mit einem langen Stabe in der Linken dargestellt. Es bleibt nur die Frage, ob der Gott unbärtig zu denken ist. Sestini wird in der Descr. num. vet., Lipsiae MDCCXCVI, p. 150, n. 6, wie Thraemer das als sicher vorausgesetzt haben, da er die Figur für Apollo hält, aber Imhoof erwähnt die Unbärtigkeit, welche sich nach seiner Abbildung recht wohl voraussetzen läßt, in der Beschreibung der beiden Exemplare mit keinem Worte.

Noch zahlreicher sind die Münztypen des stehenden unbärtigen Aesculap, namentlich des ganz nackten. Freilich ist es in manchen Fällen gerade in Betreff ihrer für mich schwer zu entscheiden, ob die Unbärtigkeit sicher steht, nicht bloß in den Fällen, daß es sich um ältere Abbildungen handelt. Von den letzteren finden sich drei scheinbar hieher gehörende aber noch genauer zu prüfende allein in J. J. Gessner's Num. ant. imper. Rom., t. XCI, n. 65, C, 40, CXLIX, 70 und CLXXV, 17, wo die Kleidung durchgehends in einem Pallium besteht. Ob auch der gleichfalls in der gewöhnlichen Tracht dargestellte Gott auf der unter Septimius Severus geprägten Münze von Pionia in Mysien bei Sestini Descr. num. vet. p. 295 fg. u. t. VII, n. 9 unbärtig ist, muß dahingestellt bleiben. Der Text sagt nichts darüber; nach der Abbildung nimmt es sich aber durchaus so aus. Auch C. R. Fox hat Greek coins, P. II, pl. III, n. 57 eine Münze von Elaia mit dem Brustbild der IЄPA CVNKΛHTOC auf der Vorderseite und auf der Rückseite Aesculap im Pallium, der ein ganz entschieden unbärtiges Gesicht zeigt nach einem Dardel'schen Stiche herausgegeben. Im Texte verlautet aber von der Unbärtigkeit kein Wort. Dazu kommt der mit dem Pallium angethane Aesculap auf der Münze von Aenus in Thracien, wenn die Abbildung des Gesichts bei Combe Mus. Hunter. t. 3, VIII und danach bei Panofka Einfl. d. Gotth. auf die Ortsn. I, in den Abhandl. d. Berlin. Akad. d. Wiss. 1841, Taf. II, n. 14 getreu ist, sicher die auch in gewöhnlicher Weise bekleidete, den linken Arm an die Hüfte legende Figur auf der Münze M. Aurels bei Oiselius Thes. sel. num. t. LXXIX, n. 12. Von besonderem Interesse ist, wenn sie, wie es doch scheint, den von Paus. II, 13, 5 erwähnten Gott betrifft, die mit einem Pallium bekleidete Figur auf den unter Septimius Severus und Caracalla geprägten Münzen von Phlius, welche von Panofka Asklepios a. a. O. Taf. V, n. 6 und von Wroth im Journ. of Hell. stud. IV, 1883, p. 50 herausgegeben ist [1]). Außerdem gehören nach un-

1) Wroth bemerkt über die nach einem Abdruck in Holzschnitt wiedergege-

serem Dafürhalten hieher einige bis auf ein leichtes Gewand, eine Chlamys, welche über dem linken Arm oder der linken Schulter und dem linken Arm liegt, nackte Figuren. Auf einer unter Hadrian geprägten Münze von Pergamum, welche C. R. Fox Gr. coins P. II, pl. II, n. 37 herausgegeben hat, erblickt man nach p. 7 eine young male figure holding part of drapery in left hand, and what appears to be like a snake in the right one. Steht die Schlange sicher, so könnte es scheinen, daß an einem unbärtigen Aesculap im Ephebenalter nicht zu zweifeln sei. Doch läßt sich auch annehmen, daß Mercur gemeint sei, der wie in den „Arch. Beiträgen" I dargethan werden wird, auch mit der Schlange in der Hand vorkommt; ja diese Deutung würde wohl als noch wahrscheinlicher gelten dürfen. Zwei andere Beispiele finden sich auf Römischen Medaillons, welche von Evans im Num. Chron., N. S. VII, pl. I, n. 1, und von Grueber Catal. of the Rom. Medaillions in the Brit. Mus. pl. III, n. 3, so wie von Madden im Num. Chron., N. S., I, pl. V, n. 3 abbildlich mitgetheilt sind. Freilich sprechen Madden a. a. O. p. 97 fg. und Evans a. a. O. p. 1 gegen die Annahme eines Aesculap, auch A. von Sallet meint Ztschr. für Numismatik Bd. IX, 1882, S. 141, die Benennung müsse noch zwischen Apoll und Aesculap schwanken. Von diesen Figuren können nicht wohl getrennt werden die ganz nackten auf Münzen und Medaillons aus der Zeit der Römischen Kaiser, welche abgebildet sind in Cohen's Méd. imp. II, pl. XIII, n. 158, bei Sallet a. a. O. und am Vollständigsten im Num. chron. S. III, Vol. 2, pl. XIV und denen noch hinzugefügt werden kann die hier p. 304, A. 2, von Wroth angeführte bei Ch. Robert Méd. contorniates, Paris 1881, pl. 8, n. 4 (welches Werk mir nicht zur Hand ist), wenn sie, was doch wahrscheinlich, keinen Bart hat. Der Typus auf den bei Cohen und Wroth abgebildeten Münzen des Geta und Caracalla wiederholt sich auch auf der Münze des Septimius Severus bei Patin

bene Münze a. a. O. p. 49: A coin in the French Collection, issued in the reign of Caracalla at Phlius, seems certainly to portray Asklepios as beardless; though the specimen is, unfortunately, not in a very satisfactory state of preservation. Er bemerkt zudem in Anm. 6: Panofka engraves the reverse type of a similar coin of Phlius (obv. head of Sept. Severus, = Mion. Supp. IV, 1044, p. 195); but from an extremely bad specimen. Die letzten Worte enthalten aber einen Irrthum. Dagegen lesen wir bei Imhoof-Blumer und P. Gardner Num. Comm. on Pausanias I, p. 32, 4: Asklepios standing, bearded, with attributes, Æ. S. Severus. M. ß. IV, 159, 1044. Journ. of Hell. Stud. IV, 50. Caracalla M. II, 198, 368. Daß in diesen Anführungen Irrthümer vorkommen, liegt auf der Hand. Steht aber die in ihnen bezeugte Bärtigkeit der Figur ganz sicher? Mionnet erwähnt allerdings die Unbärtigkeit mit keinem Worte.

Imp. Rom. numismata, Argentin. MDCLXXI, p. 278, wo aber der Figur anstatt des Schlangenstabes gewiß mit Unrecht eine Keule gegeben ist, wie auch auf der p. 315 gegebenen Abbildung der Münze des Geta. Dasselbe von Patin auf Hercules bezogene Wesen erscheint auch auf der unter Caracalla zu Berytus geprägten Münze von Berytus bei Patin a. a. O. p. 299; nur daß die ebenfalls ganz nackte Figur zwischen den beiden Schlangen nicht in einem Tempel steht, auch keinen Schlangenstab hält, sondern den rechten Arm etwas hebt, den linken etwas senkt wie redend und segnend. Daß zu Berytus Aesculap besonders verehrt wurde, ist bekannt. Die Figur auf der unter Caracalla geprägten Münze von Serdica ist schon vorlängst als Apollo gefaßt (Rasche Lex. univ. rei num. T. I, p. 157), trotz des Aesculapstabes, vermuthlich wegen ihres jugendlichen Aussehens und wegen der Stellung, die große Aehnlichkeit mit der des Apollon Sauroktonos hat, so wie besonders mit dem Apollo als Heilgott auf der unter Philippus sen. geschlagenen Münze von Bizya bei Head Cat. of Gr. coins in the Brit. Mus., Thrace, p. 89, n. 8, Sallet Zeitschr. f. Numism. V, S. 327, Overbeck Griech. Kunstmythol. III, 5, Münztaf. IV, n. 22. Andererseits hat man schon früher und noch jüngst an einen Aesculap gedacht. Es wird zweckmäßig sein auf die betreffenden Münzen von Serdica etwas genauer einzugehen. Das früher Fox'sche, jetzt im K. Museum zu Berlin befindliche von A. von Sallet in seiner Zeitschr. für Numism. IX, S. 140 abbildlich mitgetheilte Exemplar, welches so eben von ihm verzeichnet und besprochen ist in der Beschreibung der ant. Münzen im K. Mus. S. 234, n. 9, ist am Kopfe ungenügend erhalten. Sallet bezeichnet die Figur als bekränzt und äußert, vielleicht sei der Kranz der kaiserliche Lorbeerkranz mit herunterhängendem Bande, was die folgende Münze wahrscheinlich mache. Ueber diese heißt es S. 234 fg.: „Gepräge wie vorher, doch scheint der Kopf den Kaiser darzustellen und den kurzen Bart des Caracalla und den Lorbeerkranz zu tragen", wozu bemerkt wird, auch auf dem Bronzemedaillon des M. Aurel Caesar (Ztschr. f. Num. IX, S. 140) möge der jugendliche Aesculap oder Apollo den Prinzen selbst darstellen. Uns sind zwei entsprechende Darstellungen von Münzen von Serdica aus der Zeit Caracallas durch Beschreibung, die eine auch durch eine ältere Abbildung bekannt, die eine im Mus. Theupoli. p. 982, die andere in Sigebert Havercamp's Numophylacium Reginae Christinae, Hagae Com. MDCCXLII, t. XXVIII, n. 14 (der p. 200 die Figur auf Aesculap bezieht, wie auch im Mus. Theup. geschehen ist) und bei Gessner a. a. O. t. CXLVI, n. 32. Auf diesen größe-

ren, wohl erhaltenen Münzen sieht man nichts von einem Lorbeerkranze; auch sind die Beine nicht übereinander geschlagen. Das Haar fällt nach hinten hinab; das Gesicht ist durchaus unbärtig. Eine andere Münze von Serdica bei Gessner a. a. O. n. 41 zeigt dieselbe Figur von vorn gesehen und links von ihr ein nacktes Knäbchen. In dem Catalog des Brit. Mus. a. a. O. werden zwei unter Caracalla geprägte Münzen von Serdica p. 172, n. 13 u. 14 angeführt mit dem Typus Asklepios standing, holding staff round which serpent is coiled, welcher sicherlich nicht derselbe ist, wie der in Rede stehende, da von der Unbärtigkeit kein Wort verlautet. Vielleicht hat also die Figur beide Male einen kurzen Bart wie auf der an zweiter Stelle erwähnten Berliner Münze und allem Anscheine nach auf der bei Patin, Imp. Rom. numism., Argent. MDCLXXI, p. 311, wo Aesculap mit dem Pallium erscheint, wie auch wohl auf den beiden erwähnten Münzen des Brit. Mus., obgleich derselbe in der Beschreibung nicht erwähnt wird. Daß Caracalla, welcher sich der Hülfe Aesculaps so bedürftig fühlte, selbst als solcher dargestellt sein sollte, hat wenige Wahrscheinlichkeit. Demnach kann auch die Bärtigkeit der Figur mit dem Schlangenstab wohl als Beleg dafür dienen, daß auch die unbärtige mit dem gleichen Attribute den Aesculap darstellen solle; ist es doch bekannt, daß ein bloßer Flaumenbart auf Bildwerken auch sonst mit vollkommener Unbärtigkeit wechselt. Wir kennen überall keine sichere Darstellung Apollos mit dem Schlangenstabe. Wenn Caylus die von ihm im Rec. d'ant. T. VII, pl. LXXIX, n. II u. III herausgegebene Bronzestatuette p. 281 wegen der verge environnée du Serpent auf Apollo als inventeur de la Médicine bezog, so war das ein sehr starker Irrthum. Dieselbe stellt ohne allen Zweifel nur Sol mit der Peitsche im rechten Arme dar. Auf Wroth's Meinung a. a. O. p. 304, der Schlangenstab könne ebensowohl von Aesculap auf Apollo übergegangen sein wie der Dreifuß und der Omphalos von Apollo auf Aesculap, ist gar nichts zu geben. Die an erster Stelle angeführte Münze von Bizya zeigt ebensowohl eine Scheidung der Attribute von Aesculap (Schlangenstab) und Apollo (Lorbeerzweig und Omphalos, um welchen sich die Schlange windet) wie das bekannte Wandgemälde in den D. a. K. II, 62, 793. Wenn Wroth, der in dem Aufsatz Apollo with the Aescul. staff a. a. O. p. 301 fg. die ganz nackten Figuren am Ausführlichsten besprochen hat, wie er im Journ. of Hell. stud. IX, p. 51 fg. hervorhebt als die hauptsächlichsten Gründe für Apollo und gegen Aesculap betrachtet, daß the arrangement of the hair in long tresses is unmistakably Apolline — womit auch Sallet in der Beschr. S. 234,

n. 9 übereinstimmt —, und daß the figures are introduced completely undraped while we have no evidence that such was the case with Asklepios even when represented as a youth, so ist unzweifelhaft, daß auch Aesculap mit langem, auf den Nacken hinabfallenden Haare dargestellt wurde — wofür ich hier nur auf Callistr. Stat. X verweisen will —, und liegt es auf der Hand, daß der jugendliche Aesculap ebensowohl beinahe nackt und ganz nackt dargestellt werden konnte als diese beiden Darstellungsweisen auch bei anderen jugendlichen Göttern wie Apollo und Mercur neben einander einhergehen. Die Annahme der gänzlichen Nacktheit auch bei dem ersten ist bei Weitem nicht so gewagt, wie die eines Schlangenstabes bei Apollo. Dazu kommt noch Anderes. In zwei oder drei Fällen sieht man die nackte Figur mit dem Schlangenstabe außerdem noch von zwei Schlangen umgeben. Bei Apollo kommt meines Wissens so etwas nie vor. Bei Aesculap dagegen hat es durchaus nichts Auffallendes[1]). Mehrere Male trifft man bei den in Rede stehenden nackten Figuren das Anlegen des linken Arms an die Seite, was sich auch sonst als eine besonders dem Aesculap eigenthümliche Geberde zeigt. Ich will nicht in Anschlag bringen, daß das Thymiaterion, welches sich neben der fast nackten Figur auf der Münze im Num. Chron. N. S. VII, pl. I, n. 1 zeigt, bei Aesculap viel mehr vorkommt als bei Apollo. Unbärtig und ganz nackt ist ferner die auf einer unter Severus Alexander geprägten Großbronze von Pergamum bei Gessner Num. ant. imper. Rom. t. CLXIII, n. 116 sichtbare Figur, welche auf einen Altar libirt und sich durch den Schlangenstab in der Linken als Aesculap kund thut, wenn nicht auch hier, wie betreffs der oben S. 152 erwähnten leichtbekleideten Figur auf der von Fox herausgegebenen Pergamenischen Münze, die Deutung auf Mercur die größere Wahrscheinlichkeit hat.

Zudem hat man noch sein Augenmerk zu richten auf den Reverstypus einer nicht unbedeutenden Anzahl von Bronzemünzen

1) Auf der schon oben S. 151 berührten Münze von Elaia bei Fox Gr. coins P. II, pl. III, n. 57 hält der mit dem Stabe, um welchen eine Schlange gewickelt ist, in der Rechten dastehende Aesculap nach der Angabe des Herausgebers p. 10, n. 56 serpent in the left hand. Die ebenda pl. IV, n. 77 unter Caracalla geprägte Münze von Heraclea Ioniae stellt nach Fox p. 13, n. 77 dar: Aesculapius seated on a bench with a high back, feading a serpent with the right hand, leaning on what appears as a crooked with his left, from which the serpent may have come. Der Gegenstand, welcher mit der linken Hand gefaßt wird, sieht keinesweges so aus wie ein Stab zum Sichdraufstützen, sondern wie eine Schlange (die vielleicht nachher auch gefüttert werden soll).

von Rhegium. Zwei von diesen sind verzeichnet von Poole Cat. of the Gr. coins in the Brit. Mus., Italy, p. 381, n. 87 u. 88: Naked male figure, standing facing, wearing wreath; r. stretched out, holding branch of laurel and bird; l. resting on sceptre, round which is twined a serpent? Abbildungen von mehreren der betreffenden Münzen, deren Avers den Kopf der Artemis zeigt, bei Carelli-Cavedoni Num. Ital. vet. t. CXCVIII, n. 83—87. Wir sehen, daß die Figur unbärtig ist und kurzes Haar hat, von einer Schlange um den dünnen Stab auf keinem Exemplare auch nur eine Spur. Steht die Schlange sicher, so darf man schon deshalb nicht an Apollon denken. Mit dieser Figur ist zusammenzustellen die ebenfalls nackte, unbärtige und kurzhaarige auf dem Revers von Trienten von Rhegium, deren Avers die Dioskurenköpfe zeigt. Sie sind von Poole p. 384, n. 110—112 verzeichnet und bei Carelli t. CC, n. 123—126 so wie bei R. Garrucci Monete dell' Italia antica t. CXV, n. 22 abgebildet. Unter den abgebildeten zeigt nur n. 125 Carelli und n. 22 Garr. den Vogel und den Zweig zugleich in der Rechten des Jünglings, die übrigen nur den Vogel. Von einem caput vittatum, welches Cavedoni p. 114 erwähnt, ist nichts zu sehen. Doch verschlägt das ebensowenig, wie der Mangel des Kranzes auf den Abbildungen der ersten Reihe bei Carelli. Ganz anders verhält es sich mit dem langen sich nach untenhin etwas verdickenden baculus nodosus, knotted staff, welchen die Figur der zweiten Reihe mit der Linken faßt und auf den Boden stützt. Wenn schon ein dünnerer Stab, wie man ihn auf den Münzen der ersten Reihe erblickt, für einen Apollo etwas Eigenthümliches ist, so kenne ich für die eigentliche Keule bei Apollo nur ein Beispiel, die von Fr. Kenner Münzsammlung des Stiftes St. Florian S. 124 fg. besprochene, auf Taf. IV, n. 7 abgebildete Darstellung des Apollon Ulios von Milet. Cavedoni bezeichnete jenen Stab auf den Münzen von Rhegium p. 114 fragweise auch als calamus harundineus, aber daran ist durchaus nicht zu denken. Danach könnte man die Figur der zweiten Reihe etwa für den Apollon Ulios halten wollen. Doch ist die Haarbildung nicht die Apollinische, wohl aber eine solche, welche man dem Aesculap zuschreiben darf. Auch paßt der Keulenstab für diesen sehr wohl, dem auch der dünne der ersten Reihe, selbst wenn er in keinem Falle von einer Schlange umwunden sein sollte, ohne alles Bedenken zugeschrieben werden kann. Daß der Zweig in der Hand als von Lorbeer ebensowohl für Asklepios paßt als für Apollon, bedarf kaum bemerkt zu werden. Aber wie steht es mit dem Vogel? Ein Vogel findet sich selten als Attribut Aesculaps und

der ihm zunächst stehenden Wesen von Schriftstellern erwähnt und auf Bildwerken dargestellt. Am Meisten noch der Hahn, s. Baethgen de vi ac signif. galli p. 32 fg. (wo noch der zwischen Aesculap und Hygiea stehende Hahn bei Lippert Daktylioth. Mill. III P. 1 n. 265 nachzutragen ist). Neben dem Hahn ist die Henne zu nennen, in Betreff deren wir durch Festus erfahren, daß dem Aesculap auf der Tiberinsel Hennen geopfert wurden, wie denn diese auch wohl unter den στρουθοί mit einbegriffen sind, welche nach Aelian. H. A. X, 17 im Asklepieion zu Athen gehalten wurden. Auf bildlichen Darstellungen hat man die Turteltaube als Repräsentantin der von Pausanias VIII, 25, 11 erwähnten Amme Aesculaps Τρυγών dargestellt erachtet, aber ohne Wahrscheinlichkeit, s. die Anführungen über zwei Reliefs oben S. 145. Eine mehrfach abgebildete (Denkm. d. alt. Kst. II, 60, 765, Num. chron., N. S., XIII, pl. IV, f. 9, Catal. of Gr. coins. in the Brit. Mus., Thessaly, pl. XI, n. 13) zeigt Aesculap der Schlange einen Vogel zum Fraß hinreichend. Dieser mag immerhin eine Taube sein sollen, wird aber sicherlich nicht als Attribut des Gottes betrachtet werden können. Auf dem Querholze des Opfertisches der Hygieia in der Reversdarstellung eines Medaillons des Commodus (D. a. K. II, 61, 783, Froehner Médaillons de l'emp. Rom. p. 88) gewahrt man einen kleinen Vogel, nach Froehner une colombe sans doute, nach Grueber Rom. Med. in the Brit. Mus. p. 22, n. 4 aber einen Raben, welche Erklärung derselbe p. 14, n. 7 auch hinsichtlich des Vogels auf dem identischen Medaillon Marc Aurels pl. XX, F. 1 giebt, vermuthlich mit größerem Rechte. Hier handelt es sich sicherlich um ein Attribut der Heilgöttin. Eine Glaspaste, früher im Besitz E. Gerhard's, jetzt vermuthlich im Berlin. Museum (Cades Impr. gemm. d. inst. arch. I, 83, Panofka Asklepios Taf. VII, n. 6), welche auf Menelaus' Heilung durch Machaon bezogen wird, zeigt einen auf einem Felsen stehenden kleinen Vogel, den man sowohl in Beziehung auf den Heilenden stehend als auch zur Belebung der Gegend dienend betrachten kann. Wie man wohl annehmen darf, daß der Rabe Apollos auf Aesculap übergangen sei, so auch, daß die Krähe, auf welche der Name der Mutter dieses hindeutet und die als Attribut der dem Heilgotte so nahe verwandten Athena bekannt ist, diesem zugeeignet gewesen sei [1]).

1) Panofka hielt (Asklepios a. a. O. S. 283) eine sitzende weibliche Figur mit einem Vogel auf der rechten Hand auf der von Mionnet Suppl. III, 271, p. 309 verzeichneten Münze von Tricca für Koronis. Aber Mionnet's Beschreibung ist durchaus irrthümlich. Von einem identischen Exemplar gab Prokesch von Osten in Gerhard's Arch. Ztg. 1847, Taf. X, n. 11 eine Abbildung, welche

Daß auch der Adler in Beziehung auf Aesculap stand, wird unten S. 160 fg. wahrscheinlich gemacht werden. Kehren wir nun zu dem Vogel auf den Münzen von Rhegium zurück, so hielt Carelli ihn für einen Raben. Cavedoni bemerkt dagegen p. 113, zu n. 83—84: in archetypis avis collo longiore instructa videtur. An einen Schwan wird man schwerlich denken wollen; und sollte es wirklich einer sein sollen, so würde man daran erinnern können, daß der gewöhnlich auf Apollo bezogene Kopf der Gemme in den Denkm. d. a. K. II, XI, 121, a mit der Beischrift *Παιὰν* das Attribut des Schwanes hat, und dieses Attribut ebensowohl von Apollon auf Asklepios übertragen betrachten dürfen, wie den Raben. Auf der Abbildung bei Garrucci findet sich von dem langen Halse keine Spur. Doch läßt sich auf dieser der Vogel nicht genauer erkennen. Selbst wenn man die Beizeichen im Felde für die Bedeutung der Figur veranschlagen will, spricht ebensoviel, ja noch mehr für Asklepios als für Apollon. Jenes gilt in Betreff des Dreifußes, dieses hinsichtlich des Füllhorns, welches man auf einer der Rheginischen Bronzemünzen (Car.-Caved. t. CXCIX, n. 107) und sonst in der Linken der Hygiea findet. Garrucci's Annahme (p. 165), daß mit der Figur il giovane *δῆμος* gemeint sei, trifft ganz gewiß nicht das Richtige.

Endlich trifft man den unbärtigen Aesculap auch auf dem Gebiete der Glyptik, sowohl den bekleideten als auch den ganz nackten. Einen juvenis Aesculapius imberbis fand schon Cuper Harpocrat. p. 80 in gemma 4 Tab. B apud Anton. Pisonem, welches Werk mir nicht zugänglich ist[1]). Ich kenne durch Abbildungen zwei hierher gehörende Darstellungen des stehenden unbärtigen mit einer Kopfbedeckung versehenen und mit dem Pallium bekleideten Aesculap, die bei Gori Inscr. ant. in Etr. urb. exsist. T. I, t. VI, Thes. gemm. astrif. I, 71 u. Gemm. mus. Florent. II, 15, 3. Hinter der Figur steht ein Baum, welcher wohl auf einen

in der linken Hand der Figur einen Spiegel hält, wie auch im Text S. 147 angenommen wird, während in der rechten kein Gegenstand erkennbar ist, der doch nach der Haltung der Finger vorauszusetzen ist. Ein kleineres Exemplar mit demselben Typus im Berl. Mus. (Friedlaender u. Sallet Münzcab. Taf. III, n. 139) läßt deutlich eine Schale erkennen. Der auch hier in der Linken sichtbare Spiegel führt zunächst auf Aphrodite.

1) Schade daß wir keine genauere Kunde haben von dem im Catal. of the collect. formed by B. Hertz, London 1851, p. 6, n. 72 erwähnten Etruskischen Scarabäus mit einem Esculapius leaning on his serpent staff. Wenn die Darstellung des Gottes auf einem Werke dieser Art schon an sich sehr ungewöhnlich ist, wie in Gerhard's Arch. Anzeiger IX, 1851, S. 94* mit Recht bemerkt ist, so würde das besonders in dem Falle gelten, daß der Gott bärtig wäre.

heiligen Hain zu beziehen ist, vgl. die oben S. 146 besprochene Münze von Trözen. Vorwiegende Wahrscheinlichkeit hat die Annahme eines hieher gehörenden Aesculap in folgenden zwei Fällen. Ein geschnittener Stein bei Caylus Rec. d'antiq. T. VII, pl. XXVIII, n. III zeigt eine jugendliche unbärtige bis auf die von der rechten Achsel herabhängende Chlamys nackte männliche Figur mit einem langen dünnen Stabe in der Rechten; vor ihr am Boden „ein Lamm oder anderes Thier", zumeist nach links einen dickeren Schaft oder eine sehr dünne Säule, worauf ein Vogel, um den Schaft sich windend eine Schlange, mit dem Kopf nach der Figur hingewendet, welche ihre Linke hebt. Caylus hat p. 163 die Figur als Apollo gefaßt. In C. A. Böttigers Kl. Schriften, herausg. von J. Sillig Bd. I liest man, S. 103, Anm. ** „Ein merkwürdiges Intaglio bei Caylus. Recueil T. VI, pl. 67, 4 verbindet folgende sehr sprechende Symbole der drei großen Orakel. Um eine Säule windet sich ein Drache: Delphisches Orakel. Oben sitzt eine Taube: Dodonäisches Orakel. Unten steht der Widder: Ammons-Orakel". Wen soll denn die menschlich gebildete Figur darstellen? Etwa einen Befrager aller drei Orakel? Die Darstellung ist der auf dem vorher erwähnten Steine außerordentlich ähnlich. Der Vogel auf der Säule gleicht hier einer Taube noch mehr als dort. Das vierfüßige Thier nimmt sich entschieden als Widder aus. Offenbar ist die jugendliche männliche Figur auf beiden Steinen entweder als Apollo oder als Aesculap zu fassen. Soll der Vogel wirklich eine Taube sein, so wird er sich eher auf diesen als auf jenen beziehen lassen. Soll doch Aesculap nach der Sage von Thelpusa bei Pausan. VIII, 25, 11 von einer Trygon genährt worden sein, welche Kekulé in der Taube auf dem oben S. 145 erwähnten Relief des Later an. Mus. durch eine Taube bezeichnet erachtete. Dagegen führt das Schaf, der Widder zunächst wohl auf Apollo, der als Karneios und Nomios in Beziehung auf das Schaf stand und auf der Münze von Alabanda bei Overbeck Gr. Kunstmyth. III, 5, Münztaf. V, 7 mit einem solchen auf der Hand dargestellt ist. Aber auch bei Aesculap kann das Schaf, der Widder wohl vorausgesetzt werden. Erblickt man doch auf Bildwerken den letzteren wiederholt als Opferthier des Gottes. Ein Widder aus Bronze im Varvakeion zu Athen ist mit einer inschriftlichen Widmung an Aesculap versehen (E. Pottier im Bull. de correspondance Hellénique 4, 1880, p. 193). Dazu kommt, daß das Schaf nach Plinius Nat. histor. in medicinischer Hinsicht eine nicht unbedeutende Rolle spielte. Ich will nicht veranschlagen, daß nach Sestini Mus. Hedervar. Vol. IV, p. 278, n. 18 auf dem Revers der unter Valerianus sen. zu Aegae in Cilicien

geprägten, auf t. XXII, n. 15 abgebildeten Münze ein liegendes Schaf dargestellt sein soll und daß auch Mionnet Descr. d. méd. T. VII, p. 165, n. 69 ein solches annimmt. Die Abbildung bei Sestini paßt wenig zu einem Schafe. Sollte nicht eine Ziege, die auch sonst auf Münzen von Aegae vorkommt, welche sich auf Aesculap und seinen Kreis beziehen, gemeint sein? Von Werken aus dem Bereiche der Glyptik, welche den ganz nackten stehenden unbärtigen Aesculap betreffen, erwähne ich zuerst drei mit dem Attribut des Schlangenstabes versehene, durch Abdrücke und Beschreibung bekannte, den geschnittenen Stein in Lippert's Daktyl. III, 1, 258, die antike Paste des Berl. Mus. bei Toelken Erkl. Verzeichn. Kl. III, Abth. 4, n. 1208 und den Carneol der Thorwaldsen'schen Sammlung bei L. Müller Int. et cam. p. 68 n. 525; denn daß diese Darstellungen, welche wesentlich mit den letztbesprochenen auf Münzen und Medaillons aus der Kaiserzeit zusammenzustellen sind, vielmehr einen Asklepiaden darstellen sollten, wie Toelken und Müller annahmen, wird jetzt wohl Niemand wahrscheinlich finden werden, und ebensowenig, daß sie Apollo als Heilgott betreffen. Dazu kommt noch ein viertes Werk. Auf einem geschnittenen Steine, dessen Darstellungen an der Vorderseite und an der Rückseite Lippert in der Daktylioth. Mill. I, P. 2, n. 244 u. 245 mitgetheilt hat, gewahrt man an der ersteren Seite eine stehende ganz nackte unbärtige männliche Figur, welche in der rechten Hand des etwas erhobenen und vorgestreckten Unterarms nach dem Text„ ein Püschel Kräuter" hält, mit der linken Hand einen langen dünnen Stab auf den Boden stützt und rechts am Boden einen zu ihr aufblickenden Vogel neben sich hat, welcher im Text als „Rabe" bezeichnet wird, während der Abdruck ihn ganz deutlich als Adler erkennen läßt. Die Rückseite des Steins stellt die fast entblößte Hygiea sich mit der um einen Baum gewundenen Schlange beschäftigend dar. In dem Texte wird die Figur an der Vorderseite für Apollo als Gott der Heilkunst gehalten, womit auch die Auffassung des Vogels als „Rabe" zusammenhängen mag. Wahrscheinlicher ist aber die Figur auf Aesculap zu beziehen. Der Adler läßt sich auch sonst als in Beziehung auf diesen stehend nachweisen. Auf den Schrägseiten des Giebelfeldes des Gebäudes, in welchem Aesculap steht, erblickt man den Adler auf zwei Arzneikästchen, dem jetzt im K. Mus. zu Berlin befindlichen, in den Jahrb. für Alterthumsfreunde im Rheinlande XIV, Taf. II, und dem zu Sion (Sitten) in denselben Jahrb. LII, Taf. I herausgegebenen. Im Giebelfelde eines Aesculapstempels auf einer Münze von Aegae in Cilicien mit den Bildern von Philippus sen. und Ota-

cilia findet man einen Adler mit ausgebreiteten Flügeln dargestellt (Sestini Descr. di molte med. Gr. P. II, p. 277, n. 16, Mionnet Descr. Suppl. VII, 66, p. 165), der vermuthlich nicht nur als passendes Giebelbild im Allgemeinen, sondern auch als Attribut Aesculaps im Besonderen zu fassen ist. Der Adler bei Aesculap kann sowohl aus der Auffassung dieses als Ζεὺς Ἀσκληπιός (Aristides I, p. 456 u. 464, Corp. inscr. Gr. n. 1198) als auch aus der Verschmelzung des Gottes mit Sol erklärt werden.

Endlich mögen noch einige besonders interessante Münzen der Opuntischen Lokrer besprochen werden. L. Müller hat Fortegnelse over de antike Mynter i Thorvaldsens Museum Taf. I, n. 348 eine autonome Bronzemünze von Opus mitgetheilt und S. 76 beschrieben. Die Vorderseite zeigt einen lorbeerbekränzten jugendlichen Kopf, welchen Müller auf Apollo bezieht, wie er denn auch den Köpfen dieses durchaus gleicht, die Rückseite eine stehende unbärtige, anscheinend baarhäuptige männliche Figur, mit einem Schwerte an der linken Seite, einer Lanze, die an die linke Schulter angelehnt ist, und einem undeutlichen, wie ein dicker kurzer Stab sich ausnehmenden horizontal vorgestreckten Gegenstande in der rechten Hand. Vor den Füßen der Figur erblickt man eine Schlange. Nachher hat Imhoof-Blumer ein zweites Exemplar in den Monn. Gr. p. 148, n. 73 beschrieben, dessen Vorderseite als Typus einen Zeuskopf haben soll, während die Rückseite offenbar dieselbe Darstellung zeigt wie das Kopenhagener Exemplar, allerdings mit einigen Abweichungen. Nach Imhoof scheint der Kopf der Figur behelmt zu sein. Eine chlamyde, rejetée derrière les épaules, couvre le dos, et de la droite étendue (le héros) parait tenir une patère. Vermuthlich ist die Beschreibung Imhoof's richtiger als die Abbildung bei Müller. Während dieser keine Deutung des Heros gegeben hat, bezeichnet Imhoof denselben frageweise als den Opus. Das hat aber durchaus keine Wahrscheinlichkeit. Sicherlich ist an Ajax Oileus' Sohn zu denken, der auf anderen längst bekannten Münzen der Opuntischen Lokrer als im Angriff dargestellt erscheint, vgl. z. B. Denkm. d. a. Kst. I, 41, 185 — denn daß die betreffende Figur nicht auf Patroclus zu beziehen ist, steht sicher, da auf zwei Exemplaren der bezüglichen Tetradrachmen zwischen den Beinen des Kämpfers sich die Inschrift AIAΣ findet (Rev. numism. Fr. 1865, p. 165) —. Ist doch aus Philostrat. Her. VIII, 1 bekannt, daß jener Ajax von einer großen Schlange wie von einem Hunde begleitet sein sollte. Sollte Ajax bei den Opuntischen Lokrern als Heilheros gegolten haben und daraus das Attribut der Schlange zu erklären sein? Irren wir uns nicht, so ist derselbe Ajax auch

auf der Rückseite von drei Bronzemünzen von Opus aus der Kaiserzeit im Brit. Museum gemeint, welche von Barclay Head, Catal. of Gr. coins, Centr. Gr., pl. II, n. 10 u. 11 abbildlich mitgetheilt und p. 10, n. 35 so beschrieben werden: Warrior [one of the Dioscuri?] standing l., holding spear, on which he rests, and round shield; his right hand on his hip. Der bärtige Kopf der Vorderseite von Taf. II, n. 10 wird als der des Hades gefaßt, der weibliche der Vorderseite von T. II, 11 wie der des dritten nicht abgebildeten Exemplars als der der Persephone, an deren Stelle nach unserer Meinung Demeter zu setzen ist. Alle drei Münzen sind unter dem Magistrate eines ΚΛΑΥΔΙΟΥ CΕΡΑΠΙΩΝΟC geprägt, also eines Mannes, dessen Name mit dem eines Heilgottes zusammenhängt. Es ist vielleicht nicht unwahrscheinlich, daß die Typen der Vorderseite sich auch auf Heilgottheiten beziehen sollen. Eine solche ist auch Demeter. Für den bärtigen Kopf würde unter der Voraussetzung, daß eine Beziehung zwischen ihm und der Magistratsperson statthat, zunächst an Serapis zu denken sein, wenn er mit dem Kalathos versehen wäre. Bedenkt man aber, daß Serapis und Hades verschmolzen wurden, so läßt sich mit Wahrscheinlichkeit an einen Hades als Heilgott denken, vielleicht auch an Aesculap; jedenfalls paßt der Kopf nicht weniger zu Aesculap als zu Hades[1]). — Ziehen wir nun die Köpfe auf den beiden Münzen, von welchen wir ausgingen, in genaueren Betracht, so fragt es sich, ob der doch wohl bärtige „Zeuskopf" auf der von Imhoof beschriebenen nicht auf Aesculap zu beziehen sei, obgleich Zeus als Vater des Opus sehr wohl einen Platz auf der Münze haben könnte, und ferner, ob, wenn auch nicht der Apollokopf auf dem Kopenhagener Exemplar (rücksichtlich dessen übrigens zu bemerken ist, daß Apollo als Heilgott galt und noch dazu als Vater Aesculaps), so doch der von ihm abweichende jugendliche Kopf auf mehreren Lokrischen Bronzemünzen des Brit. Museums, von welchen ein Exemplar abgebildet ist bei Head a. a. O. pl. II, n. 7, der p. 7, in Betreff dieser Köpfe an Apollo denkt, dem jugendlichen Aesculap zuzuweisen sei.

1) Den Kopf des Hades bezeichnet als auf Opuntischen Bronzemünzen vorkommend Head noch einmal, p. 10, n. 88 zu pl. II, n. 12. Doch ist das ein Versehen, denn die betreffende Abbildung zeigt deutlich den Demeterkopf.

Inhalt von No. 6.

Friedrich Wieseler, die bildlichen Darstellungen des jugendlichen und unbärtigen Aesculap.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

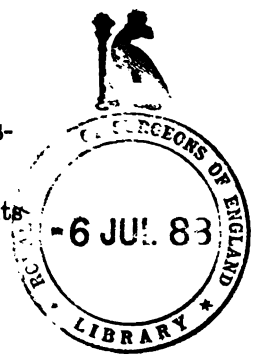
Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

23. Mai. **№ 7.** 1888.



Universität

Zehnter Bericht über die Königl. Universitäts-Poliklinik für Ohrenkrankheiten,

nebst einer Zusammenfassung über die Thätigkeit des Instituts während des ersten Decenniums seines Bestehens.

Von

Prof. **K. Bürkner.**

In der Zeit vom 1. Januar 1887 bis 31. März 1888 wurden in der Poliklinik für Ohrenkrankheiten an 1428 Patienten 12388 Consultationen ertheilt.

1301 Kranke wurden in Behandlung genommen, während 127 Patienten theils wegen völliger Unheilbarkeit oder aus andren Gründen abgewiesen, theils andren Instituten zugeführt werden mußten.

Geheilt wurden	733	= 51,4 %
Gebessert	170	= 12,2 „
Ungeheilt blieben	23	= 1,8 „
Ohne Behandlung entlassen wurden	127	= 8,9 „
Vor beendigter Kur blieben aus .	245	= 16,5 „
In Behandlung verblieben	126	= 8,9 „
Gestorben sind	4	= 0,3 „
	1428	=100,0 %

Es war somit von den sämmtlichen zur Untersuchung gekommenen Patienten Heilung zu verzeichnen in 51,4 %, Besserung in 12,2 %. Von den überhaupt in Behandlung genommenen 1301

Kranken wurden nach Abrechnung der noch in Behandlung verbliebenen 77 % geheilt oder wesentlich gebessert.

Von den 1428 Patienten waren wohnhaft

in Göttingen	584	= 40,9 %
außerhalb Göttingen aber in der Provinz Hannover	613	= 43 „
mithin in der Provinz Hannover	1197	= 83,9 %

Außerdem kamen auf

Provinz Hessen-Nassau . . .	68	
„ Sachsen	83	
„ Westfalen	22	
„ Brandenburg	3	
„ Schleswig-Holstein . .	1	
„ Schlesien	1	
Rheinprovinz (Durchreisender) .	1	
Großherzogthum Sachsen . . .	1	
Herzogthum Sachsen-Meiningen .	1	
„ Braunschweig . .	41	
„ Anhalt	1	
Fürstenthum Lippe-Detmold . .	4	
Freie Stadt Hamburg	2	
Ungarn (Durchreisende) . . .	2	
	231	= 16,1 %

Von den auswärts wohnhaften Kranken blieb ein nicht unbeträchtlicher Theil, nämlich 54, zur Behandlung in Gasthöfen und Privatlogis. Außerdem wurden zur Untersuchung oder Behandlung von andren klinischen Instituten eine Reihe von Kranken der Poliklinik überwiesen, nämlich

von der medicinischen Klinik	30
„ „ chirurgischen Klinik	9
„ „ Augenklinik . . .	30
	69

Männlichen Geschlechtes waren 852 = 60 %, nämlich 541 Erwachsene und 311 Kinder.

Weiblichen Geschlechts waren 576 = 40 %, nämlich 278 Erwachsene und 298 Kinder.

Es waren somit Erwachsene 819 = 57 %, Kinder 609 = 43 %.

Folgende Krankheiten kamen zur Beobachtung:

A. Krankheiten des äußeren Ohres.

354 Fälle = 24,8 %.

1. *Angeborene Ohrfistel* 1 Fall.

Einseitig. Kind.
Nicht in Behandlung genommen.

2. *Angeborener Defect der Ohrmuschel (Mikrotie)* 1 Fall.
Einseitig. Kind.
Nicht in Behandlung genommen.

3. *Fehlen der Ohrmuschel in Folge einer Verletzung.* 1 Fall.
Einseitig. Erwachsener.
Nicht in Behandlung genommen.

4. *Ekzem, acut.* 32 Fälle.
25 einseitig. 8 Erwachsene.
7 doppelseitig. 24 Kinder.
28 geheilt, 4 noch in Behandlung.

5. *Ekzem, chronisch.* 16 Fälle.
4 einseitig. 10 Erwachsene.
12 doppelseitig. 6 Kinder.
9 geheilt, 6 ausgeblieben, 1 in Behandlung.

6. *Erysipel.* 1 Fall.
Doppelseitig. Kind.
Geheilt.

7. *Insectenstich.* 1 Fall.
Einseitig. Erwachsener.
Geheilt.

8. *Absceßbildung im äußeren Gehörgang.* 3 Fälle.
Einseitig. 2 Erwachsene.
1 Kind.
Durch Incision geheilt.

9. *Geschwürbildung im äußeren Gehörgang.* 1 Fall.
Doppelseitig. Kind.
Geheilt.

10. *Epithelialkrebs des äußeren Ohres.* 1 Fall.
Einseitig. Erwachsener.
Der Klinik überwiesen.

11. *Furunkelbildung im äußeren Gehörgang.* 75 Fälle.
71 einseitig. 45 Erwachsene.
4 doppelseitig. 30 Kinder.
68 geheilt, 5 ausgeblieben, 2 in Behandlung.

12. *Diffuse Gehörgangsentzündung.* 8 Fälle.
6 einseitig. 5 Erwachsene.
2 doppelseitig. 3 Kinder.
5 geheilt, 3 ausgeblieben.

13. *Pilzwucherung (Aspergillus) im äußeren Gehörgange.* 4 Fälle.
2 einseitig. 4 Erwachsene.

2 doppelseitig.
Sämmtlich geheilt.

14. *Seborrhö.* 1 Fall.
Einseitig. Erwachsener.
Geheilt.

15. *Cerumenansammlung.* 192 Fälle.
94 einseitig. 183 Erwachsene.
98 doppelseitig. 9 Kinder.
177 geheilt, 15 gebessert.

16. *Fremdkörper.* 11 Fälle.
Nämlich a) lebende: Käfer; b) leblose: Erbse, Bohne, Gerstenkörner, Granne, Kornähre, Zwiebel, Watte, Stein, Schwamm, Borsten.
Einseitig. 9 Erwachsene.
2 Kinder.
Sämmtlich geheilt.

17. *Cholesteatom des äußeren Gehörganges.* 5 Fälle.
4 einseitig. 5 Erwachsene.
1 doppelseitig.
Sämmtlich geheilt.

B. Krankheiten des Trommelfells.

15 Fälle = 1 %.

18. *Acute Trommelfellentzündung.*
Einseitig. 5 Erwachsene.
3 Kinder.
7 geheilt, 1 in Behandlung.

19. *Chronische Trommelfellentzündung.* 3 Fälle.
Einseitig. 2 Erwachsene.
1 Kind.
2 geheilt, 1 ausgeblieben.

20. *Cholesteatom des Trommelfells.* 1 Fall.
Einseitig. Erwachsener.
Geheilt.

21. *Zerreißung des Trommelfells.* 3 Fälle.
Einseitig. Erwachsene.
2 geheilt, 1 ungeheilt.

C. Krankheiten des Mittelohres.

974 Fälle = 68,2 %.

22. ***Bluterguß in die Paukenhöhle.*** 3 Fälle.

Einseitig. 2 Erwachsene.
1 Kind.

Sämmtlich geheilt.

23. *Acuter Tubenkatarrh.* 28 Fälle.
14 einseitig. 27 Erwachsene.
14 doppelseitig. 1 Kind.
24 geheilt, 1 gebessert, 3 ausgeblieben.

24. *Chronischer Tubenkatarrh.* 6 Fälle.
Doppelseitig. Erwachsene.
2 geheilt, 1 gebessert, 1 ausgeblieben, 2 in Behandlung.

25. *Acuter Mittelohrkatarrh.* 226 Fälle.
87 einseitig. 86 Erwachsene.
139 doppelseitig. 140 Kinder.
147 geheilt, 19 gebessert, 42 ausgeblieben, 18 in Behandlung.

26. *Chronischer Mittelohrkatarrh.* 258 Fälle.
28 einseitig. 177 Erwachsene.
230 doppelseitig. 81 Kinder.
59 geheilt, 59 gebessert, 14 ungeheilt, 44 abgewiesen, 49 ausgeblieben, 33 in Behandlung.

27. *Acute eiterige Mittelohrentzündung.* 201 Fälle.
159 einseitig. 36 Erwachsene.
42 doppelseitig. 165 Kinder.
114 geheilt, 11 gebessert, 4 abgewiesen, 50 ausgeblieben, 20 in Behandlung, 2 gestorben.

28. *Chronische eiterige Mittelohrentzündung.* 187 Fälle.
126 einseitig. 95 Erwachsene.
61 doppelseitig. 92 Kinder.
36 geheilt, 45 gebessert, 7 abgewiesen, 59 ausgeblieben, 38 in Behandlung, 2 gestorben.

29. *Abgelaufene Mittelohrprocesse.* 48 Fälle.
20 einseitig. 39 Erwachsene.
28 doppelseitig. 9 Kinder.
15 gebessert, 2 ungeheilt, 17 abgewiesen, 10 ausgeblieben, 4 in Behandlung.

30. *Neuralgie des Plexus tympanicus.* 17 Fälle.
16 einseitig. 15 Erwachsene.
1 doppelseitig. 2 Kinder.
8 geheilt, 9 ausgeblieben.

D. Krankheiten des inneren Ohres.

65 Fälle = 4,7 %.

31. *Brausen ohne Hörschwäche und ohne Befund.* 8 Fälle.
4 einseitig. 7 Erwachsene.
4 doppelseitig. 1 Kind.
1 gebessert, 4 abgewiesen, 3 ausgeblieben.

32. *Salicyltaubheit.* 3 Fälle.
Doppelseitig 2 Erwachsene.
1 Kind.
Sämmtlich geheilt.

33. *Acute Nerventaubheit (Erschütterung des Labyrinths).* 3 Fälle.
2 einseitig. 2 Erwachsene.
1 doppelseitig. 1 Kind.
1 geheilt, 1 gebessert, 1 abgewiesen.

34. *Chronische Nerventaubheit.* 40 Fälle.
12 einseitig 33 Erwachsene.
28 doppelseitig. 7 Kinder.
2 gebessert, 6 ungeheilt, 26 abgewiesen, 3 ausgeblieben, 3 in Behandlung.

35. *Taubstummheit.* 11 Fälle.
Sämmtlich Kinder.
Abgewiesen.

E. Verschiedenes.

20 Fälle = 1,2 %.

Normal wurden 9 Fälle gefunden, 11mal wurde Parotitis epidemica constatirt.

Außer den hier aufgeführten Krankheiten wurden bei den 1428 Patienten noch 94mal anderweitige Ohrenkrankheiten und in 213 Fällen *Nasenkrankheiten* behandelt.

An Operationen wurden in der Poliklinik ausgeführt:

Eröffnung von Abscessen	3 mal.
„ „ *Furunkeln*	41 mal.
Fremdkörperextraction	2 mal.
Incision des Trommelfells	129 mal.
Polypenextraction	15 mal.
	190

Außerdem wurde sowohl bei Ohr- als bei Nasenkrankheiten ein sehr ausgedehnter Gebrauch von der *Galvanokaustik* gemacht.

Zusammenfassung der Thätigkeit der Poliklinik in der Zeit vom 20. Februar 1878 bis 31. März 1888.

Personentabelle.

Jahr	Männliche Kranke	Weibliche Kranke	Summa	Erwachsene	Kinder	Aus Göttingen	Von auswärts	Krankheitsfälle	Consultationen
1878	129	88	217	142	75	85	132	230	1268
1879	212	116	328	234	94	123	205	359	2449
1880	271	157	428	277	151	134	294	467	2179
1881	338	178	516	305	211	180	336	583	2652
1882	407	346	753	456	297	274	479	874	4564
1883	545	323	868	493	375	286	582	1093	5025
1884	575	408	983	549	434	376	607	1214	6643
1885	622	427	1049	623	426	396	653	1423	7369
1886	735	450	1185	624	561	519	666	1719	8981
1887 bis März 88	852	576	1428	819	609	584	844	1735	12388
	4686 = 60,4%	3096 = 39,6%	**7755**	4522 = 58,3%	3233 = 41,7%	2957 = 38,1%	4798 = 61,9%	**9697**	**53518**

Tabelle über die Behandlungsresultate.

	Geheilt	Gebessert	Ungeheilt	Nicht behandelt	Ausgeblieben	In Behandlung	Gestorben	Sa.
1878	88	41	14	22	32	20	—	217
1879	148	69	18	23	42	27	1	328
1880	179	81	22	43	72	30	1	428
1881	319	78	14	31	47	25	2	516
1882	414	116	26	50	92	51	4	753
1883	537	110	27	56	102	29	7	868
1884	621	106	21	50	156	25	4	983
1885	575	191	20	75	154	33	1	1049
1886	717	173	11	93	173	14	4	1185
1887	733	170	23	127	245	126	4	1428
	4331 = 55,8%	**1135** = 14,6%	**196** = 2,5%	**570** = 7,4%	**1115** = 14,4%	**380** = 4,9%	**28** = 0,4%	**7755**
Procente nach Abzug der nicht Behandelten	63,6	16,7	2,9	—	16,4	—	0,4	

Krankheitstabelle.

	1878	79	80	81	82	83	84	85	86	87	Sa
Bildungsdefecte	1	—	—	—	2	—	2	1	1	2	9
Erfrierung	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	1
Erythem	—	—	—	—	—	—	1	1	1	—	3
Erysipel	—	—	—	—	2	1	1	—	—	1	5
Ekzem	9	10	12	15	29	21	34	22	36	48	236
Neubildungen	—	2	1	1	—	2	—	—	1	1	8
Othaematom	—	—	1	—	—	—	1	1	—	—	3
Zerreiss. d. Lobulus	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	1
Fehlen d. Ohrmusch.	—	—	—	—	—	—	1	—	—	1	2
Seborrhö	—	—	—	—	—	—	—	1	—	1	2
Pruritus	—	—	—	—	—	—	2	1	1	—	4
Furunkel	2	8	13	27	27	28	38	34	58	75	310
Diffuse Entzündg.	12	14	17	14	12	6	4	3	2	8	92
Absc. im Gehörgang	—	—	1	1	1	1	2	3	2	4	15
Phlegmone	—	—	—	—	—	1	—	—	1	—	2
Geschwüre	—	—	—	—	—	—	1	—	—	1	2
Exostosen	—	—	—	—	—	1	—	—	2	—	3
Atresie	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	1
Fract. d. Gehörgang	—	—	—	1	—	1	—	—	—	—	2
Aspergillus	—	—	—	—	2	2	—	—	2	4	10
Cerumenansammlg.	33	43	68	67	108	139	117	155	179	192	1101
Cholesteatom	—	—	—	1	—	2	2	4	2	5	16
Fremdkörper	4	4	2	11	15	17	19	9	19	11	111
Ac. Tromelfellentz.	8	7	6	10	15	3	8	5	2	8	72
Chronische „	—	3	3	—	1	1	—	1	—	3	12
Ekchymose	—	—	—	1	1	—	—	—	1	—	3
Cholesteatom Trfll.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1
Zerreißg. d. Trfells.	—	7	3	4	5	6	6	8	8	3	46
Acuter Tubenkat.	7	8	12	31	38	25	15	11	5	28	180
Chronischer „	—	3	5	8	5	4	2	4	—	6	37
Bluterg., Paukenh.	—	—	—	—	1	1	—	—	—	3	5
Acut. Mittelohrkat.	12	18	20	36	60	114	150	178	228	226	1042
Chronischer „	71	90	99	105	145	188	190	227	228	258	1601
Acute Mittelohretz.	2	11	24	53	100	103	140	150	188	201	972
Chronische „	37	55	76	66	101	118	154	140	135	187	1069
Periost., Warzenf.	—	1	2	2	4	3	2	1	2	—	17
Neur. d. Plex. tymp.	—	—	3	6	8	3	6	10	10	17	63
Abgelaufene Proc.	—	13	16	21	24	21	33	32	20	48	228
Brausen ohne Bef.	—	—	5	1	6	7	5	3	6	8	41
AcuteNerventaubh.	2	4	—	3	4	4	2	4	4	6	33
Chronische „	3	13	17	10	22	24	21	23	22	40	195
Taubstummheit	7	5	11	14	6	12	12	12	18	11	108
Diverses	7	9	11	7	9	8	12	3	5	20	91
Summa	217	328	428	516	753	868	983	1049	1185	1428	7755

Operationstabelle.

	Incision von Abscessen	Incision von Furunkeln	Exstirpation v. Fibromen	Extraction von Fremdkörpern	Wild'scher Schnitt	Extraction von Polypen	Incision des Trommelfells	Summa
1878	—	2	—	—	—	—	14	16
1879	—	4	—	—	1	—	24	29
1880	3	10	2	3	1	11	26	56
1881	2	12	—	2	—	13	47	76
1882	1	22	—	7	—	8	24	62
1883	1	8	—	4	2	22	51	88
1884	3	15	—	—	—	12	48	78
1885	3	28	—	3	1	13	67	115
1886	4	49	—	5	2	4	121	185
1887	3	41	—.	2	—	15	129	190
	20	191	2	26	7	98	551	895

Universität.

Aus den Einkünften der Petsche-Stiftung setzt die medicinische Facultät einen Preis von

Dreihundert zweiundzwanzig Mark

für die Lösung der folgenden Aufgabe aus:

„Es sollen die inneren Proportionen des Halses in den verschiedenen Lebensaltern untersucht und eine genaue Beschreibung der Fascienverhältnisse dieses Körpertheiles geliefert werden".

Zur Bewerbung werden nur Studirende der Medicin zugelassen welche in diesem oder im folgenden Semester unserer Universität angehören.

Die Preisarbeiten müssen mit einem Motto versehen und in Begleitung eines versiegelten Couverts, welches außen dasselbe Motto trägt und einen Zettel mit dem Namen des Verfassers einschließt, spätestens bis zum 1. Januar 1889 bei dem Decan der medicinischen Facultät eingereicht werden.

Bei der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

Fortsetzung.

Januar 1888.

As Erd Museum-Egilet Évkönyvej uj folyam
1874 1. szam 1875 2. szam 1876 4. szam 5. szam 1876 6, 7. szam
1877. 1, 2, 3, 5, 6. szam. 1878. 7, 8, 9, 10. szam Kolozsvartt.
Publicationen des Siebenbürgischen Museumvereins (1887. Abhandlungen. Nr. 1. Paläontolog. Beiträge zur Kenntniß der Rumänischen Karpathen. I. Kreidebildungen im Quellengebiet der Dambroritia von F. Herbich. Klausenburg 1887.
Anales de la Sociedad cientifica Argentina. Tomo XXIV. Entrega 2, 3, 4, 5, 6. Buenos-Aires 1887.

Nachträge.

Ungarische Revue. Jahrgang 8. 1888. Heft 1. Budapest 1888.
Notulen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen, Deel XXV. 1887. Aflevering III. Batavia 1887.
Nederlandsch-Indisch Plakaatboek 1662—1811. Vierde Deel 1709—1743. Batavia-s'Hage 1887.

Februar 1888.

Sitzungsbericht d. K. Preuß. Akademie der Wissensch. in Berlin 1888. V, VI. VII, VIII.
Mittheilungen des Vereins für Geschichte der Stadt Meißen. Band 2. Heft 1. Meißen.
Leopoldina. Heft XXIV. N. 1—2. Halle a. S. 1888.
XLIII—XLVI Jahresbericht der Pollichia. Dürkheim a. d. Hart. 1888.
Ergebniß der meteorologischen u. magnetischen Beobachtungen zu Clausthal. 1. Jan. 1876—1. Jan. 1886. Saarbrücken 1887.
Sitzungsberichte der k. B. Akademie d. W. zu München
mathematisch-physikalische Classe. 1887. Heft II.
philosophisch-philologisch-historische Classe. 1887. B. 2. Heft 2.
Lebensbild des Prof. Dr. Constantin Grewingk zu Dorpat. Dorpat.
Index scholarum in univ. Gryphiswaldensi per sem. aestivum 1888.
Das Zahlengesetz in der Weltgeschichte v. Ernst Sasse. Separatabdruck aus »Vom Fels zum Meer«.
Meteorologische Zeitschrift. Jahrg. 1888 (5ter Bd.). Heft 2. Berlin.
Abhandlungen der K. K. geologischen Reichsanstalt in Wien. XI. Band. Abth. 2. Wien 1887.
Jahrbuch d. K. K. geolog. R.-Anst. in Wien. Jahrg. 1887. Band XXXVII. Heft 2.
Verhandlungen d. K. K. geolog. Reichsanstalt 1887. 9—16.
Ungarische Revue. 1888. Heft 2. Febr. Jahrg. 8.

Fortsetzung folgt.

Inhalt von No. 7.
K. Bürkner, Zehnter Bericht über die Königl. Universitäts-Poliklinik für Ohrenkrankheiten, nebst einer Zusammenfassung über die Thätigkeit des Instituts während des ersten Decenniums seines Bestehens.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

30. Mai. **№ 8.** 1888.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 5. Mai.

Herr Klein legt vor:

a. von Herrn Professor Dr. Rodenberg in Hannover: Ueber die während der Bewegung projectiv veränderlicher und starrer Systeme beschriebenen Curven und Flächen.

b. von sich selbst: Ueber irrationale Covarianten.

Herr Schwarz zeigt einige neuerdings angefertigte Modelle vor, welche auf die Lehre von den confokalen Flächen zweiten Grades Bezug haben.

Herr Wieseler kündigt eine Abhandlung: Archäologische Beiträge. II. an.

Herr de Lagarde legt vor:

a. von Herrn Prof. Dr. Cornill in Königsberg: Bietet der Codex Vaticanus B uns den Bibeltext in der Recension des Origenes?

b. von sich selbst: Ueber die unter seiner Leitung neu geschnittenen syrischen Typen des Hauses Drugulin in Leipzig.

Herr Riecke legt vor von Herrn Hallwachs in Darmstadt: Ueber die Elektrisierung von Metallplatten durch Bestrahlung mit elektrischem Licht.

Herr Liebisch:

a. Ueber Absorptionsbüschel pleochroitischer Krystalle.

b. Ueber das Minimum der Ablenkung durch Prismen optisch zweiaxiger Krystalle.

Sauppe legt von Herrn Professor Dr. Warburg in Freiburg i/Br., Korrespondenten der physikal. Klasse, vor: Ueber die elektrolytische Leitung des Bergkrystalls.

Mit Ausnahme der Mittheilungen der Herren Schwarz und Wieseler erscheinen alle in den Nachrichten.

Ueber die Elektrisierung von Metallplatten durch Bestrahlung mit elektrischem Licht.

Von

Wilhelm Hallwachs.

Am Schlusse einer vor Kurzem veröffentlichten Arbeit [1]) hatte ich erwähnt, daß sich nach Vorversuchen zu urtheilen Metallplatten bei der Bestrahlung mit elektrischem Licht elektrostatisch laden. Daß es sich dabei nicht um Ladungen auf Potentiale, welche mit dem Goldblattelektroskop zu erkennen sind, handeln konnte, zeigte sich gleich anfangs. Um auch einen entscheidenden Aufschluss darüber zu erhalten, ob nicht wenigstens eine mit empfindlicheren Elektrometern erkennbare Ladung stattfände, wurden die endgültigen Versuche folgendermaßen angeordnet. Die zu beleuchtende, kreisförmige Metallplatte von 8 cm Durchmesser hing an einem isolierten Draht im Innern eines cylindrischen, mit der Axe horizontal liegenden Gefäßes aus Eisenblech von 50 cm Länge und 37 cm Durchmesser. Das Eisenblech besaß eine alte, mit etwas Rost bedeckte Oberfläche und stand an einer blank geputzten Stelle mit einer Erdleitung in metallischer Verbindung. Der Aufhängedraht der Platte führte durch zur Erde abgeleitete Messingröhren isoliert hindurch zu einem Hankel'schen Elektrometer, das seiner geringen Capacität wegen für diese Versuche gewählt wurde. In dem Deckel des Eisenblechcylinders befand sich eine kreisförmige Oeffnung von etwa 8 cm Durchmesser, welche die Strahlen der Bogenlampe zu der im Innern hängenden Platte hindurchließ. Diese Oeffnung bedeckte ein Stück Messingdrahtnetz, um eine merkliche Influenz der Lampe auf die zu beleuchtende Platte zu verhindern, ohne die Wirkung der Lichtstrahlen auf dieselbe auszuschließen. Das letztere Verhalten war nach früheren Versuchen [2]) zu erwarten und bestätigte sich auch für die hier in Rede stehende Erscheinung. Der Lichtbogen hatte einen Abstand von 45 cm von der Platte, die von ihm kommenden Strahlen gingen vor ihrem Eintritt in die Blechhülle durch ein Diaphragma von 6 cm Durchmesser.

Die Hülle war aus verrostetem Eisenblech hergestellt, damit ihr Contaktpotential gegen die einzuhängenden Metallplatten immer

---

1) Wiedemann's Annalen 33. 301—312. 1888.
2) l. c. p. 305.

negativ wäre. Nur in diesem Fall konnten die Potentialerhöhungen, welche das Elektrometer angab, eindeutig erklärt werden. Denn wäre die Platte gegen die Hülle negativ gewesen, so würde eine Potentialerhöhung auch wegen der Fortführung der negativen Elektricität durch die Beleuchtung [1]) eingetreten sein. War die Platte aber positiv gegen die sie ganz umschließende Hülle und besaß infolge dessen eine positive Ladung, so konnte eine Potentialerhöhung nur dadurch erklärt werden, daß auf der Platte positive Elektricität durch die Beleuchtung erzeugt wurde. Die Bestimmung einer Contaktpotentialdifferenz nach einer früher [2]) angegebenen Methode ergab für verrostetes Eisen gegen frisch geputztes Zink $-1,2$ Volt [3]).

Bedeckte nun eine Glimmerplatte die Oeffnung des Diaphragmas, durch welches die Lichtstrahlen auf die Platte fallen konnten, so blieb bei der Herstellung des Lichtbogens das Elektrometer in Ruhe. Bei der Vertauschung der Glimmer — mit einer viel dickeren Marienglasplatte gab das Elektrometer eine allmählich wachsende, positive Elektrisierung anzeigende Ablenkung. Diese hörte sofort auf zu wachsen, wenn auf die Stelle der Marienglasplatte wieder die Glimmerplatte trat. Das Ansteigen des Potentials kann also nicht von einer Influenzwirkung herrühren, auch kann dasselbe nicht auf eine Temperaturerhöhung zurückgeführt werden. Die vollständige Absorption der Wirkung durch Glimmer und die große Durchlässigkeit des Marienglases treten hier ebenso hervor wie bei dem früher beobachteten Einfluß des Lichtes auf elektrostatische geladene Körper, so daß die Elektricitätserregung wahrscheinlich denselben Strahlen verdankt wird, wie jene Erscheinung.

Die Metalle, welche bis jetzt für die im Vorigen beschriebenen Versuche zur Anwendung gelangt sind, waren Zink, Messing und Aluminium. Bei allen dreien trat bei sehr gut geputzter Oberfläche positive Elektrisierung beim Bestrahlen ein. Einigermaßen alte Oberflächen zeigen die Erscheinung nicht mehr. Das Bestrahlen selbst drückt ebenfalls das Potential, bis zu welchem die Platten elektrisiert werden können herab, so daß bei jedem folgenden, mit derselben Oberfläche angestellten Versuch das zu erreichende Maximalpotential geringer wird, während der Anstieg

1) Siehe die citierte Abhandlung.

2) W. Hallwachs. Wied. Ann. 29. p. 7. 1886.

3) Herrn Prof. F. Kohlrausch möchte ich für die freundliche Erlaubnis diese Bestimmung mit den früher gebrauchten Apparaten in seinem Institute auszuführen auch an dieser Stelle meinen herzlichsten Dank sagen.

zu demselben schneller erfolgt; und zwar ist die Abnahme stärker, wie wenn bei gleichem Zeitintervall zwischen zwei Versuchen die Platte unbeleuchtet bleibt. Das Maximalpotential betrug bei Zink etwas über ein Volt, bei Messing etwa ein Volt und bei Aluminium 0,5 Volt. Diese Angaben beziehn sich auf die höchsten Werte, welche überhaupt bis jetzt erhalten worden sind, da sich die Maximalwerte mit der Oberflächenbeschaffenheit ändern.

Weil die hier beschriebenen Versuche eine Unterbrechung erleiden mußten, habe ich mir erlaubt, das hauptsächlichste Resultat derselben einstweilen mitzutheilen. Ob die Elektricitätserregung durch Bestrahlung mit elektrischem Licht in direktem Zusammenhang steht mit dem Elektricitätsverlust elektrostatisch geladener Körper bei der Bestrahlung, darüber kann ich noch gar nichts aussagen, da es mir bisher nicht ermöglicht war Versuche in dieser Richtung anzustellen.

Darmstadt 6. April 1888.

Ueber die während der Bewegung projectiv veränderlicher und starrer Systeme beschriebenen Curven und Flächen.

Von

C. Rodenberg.

Vorliegende Note enthält im Auszuge die Resultate einer Untersuchung über geometrische Oerter, deren Elemente in einer Anzahl Lagen eines bewegten Systems gegenüber einem festen noch auf einer dem letztern angehörenden Curven- oder Flächen-Art liegen, welche schon durch eine geringere Anzahl von Elementen bestimmt ist.

Sind insbesondere bei continuirlicher Bewegung die Lagen consecutiv, so beschreibt z. B. ein Punkt des fraglichen Orts ein Curvenelement welches sich im Augenblicke jener Curvenart inniger anschmiegt als es im Allgemeinen der Fall sein wird. Wir werden in der Regel die Sätze nur für endlich verschiedene Lagen aussprechen. Da es einzig und allein auf die relative Lage beider Systeme zu einander ankommt, so kann man unter Festhaltung des ursprünglich bewegten Systems auch das feste derartig bewegen und im Allgemeinen verändern, daß die in jeder der frühern Lagen sich deckenden Elemente der beiden Systeme auch jetzt

zusammenfallen. Mit der ursprünglichen „directen“ Bewegung ist also stets eine „indirecte“ verknüpft. Umhüllt bei der directen Bewegung eine Curve a eine andere b, so umhüllt bei indirecter Bewegung b die Curve a. Hierin liegt die Ausdehnung des von Chasles für starre Systeme ausgesprochenen „Princips der indirecten Bewegung“ auf beliebig veränderliche. Von besonderer Wichtigkeit sind für uns die Specialfälle: 1) Liegt ein Punkt P in m Lagen auf einer Curve C so gehen bei indirecter Bewegung die m Lagen von C durch P; 2) Berührt eine Gerade g in m Lagen eine Curve c so berühren bei indirecter Bewegung die m Lagen von c die Gerade g.

Punktörter sind bezeichnet durch große lateinische, Geradenörter durch kleine lateinische, Ebenenörter durch griechische Buchstaben. Die Ordnung bez. Classe ist durch einen obern Zeiger bezeichnet, die Lagenreihe durch untere Zeiger kenntlich gemacht. $P^n_{1,2\ldots m}$ bezeichnet also einen Punktort der n ten Ordnung, dessen Punkte in den Lagen $1,2..m$ auf einer Curve oder Fläche liegen. Zuweilen werden wir einfacher $P^n_{1,m}$ oder, wenn es nur auf die Anzahl der Lagen ankommt P^n_m schreiben.

Wir unterscheiden die Bewegung eines ebenen Systemes in seiner Ebene, (mit der die Bewegung eines Strahlenbündels um sein Centrum ebenfalls als erledigt anzusehen ist) und die Bewegung eines räumlichen Systemes. Die weitere Eintheilung der hiernach entstehenden beiden Abschnitte geschieht in Bezug auf fest bleibende Elemente und es sind aus der großen Zahl der sich darbietenden Möglichkeiten vor der Hand diejenigen ausgewählt, welche von besonderer Wichtigkeit für die Kinematik sein dürften. Die Resultate sind hauptsächlich auf analytischem Wege gewonnen, nämlich durch Substitution der transformirten Coordinatenwerthe in die Gleichung der Curvenart, auf welcher ein Element in der gegebenen Reihe von Lagen liegen soll, und Discussion der Determinante, deren Verschwinden die angegebene Bedingung ausdrückt.

Erster Abschnitt.

Die Bewegung eines ebenen Systems in seiner Ebene.

Sei N die Anzahl der Punkte welche eine Curve C^n bestimmt, so haben wir 1) als Ort der Punkte welche in $N+1$ Lagen auf C^n liegen eine Curve A^{ν}_{N+1} und 2) als Ort derjenigen Punkte welche in $N+2$ Lagen noch auf C^n liegen eine Punktgruppe A^{ν}_{N+2} 3) als Ort derjenigen Punkte welche in N Lagen noch ein Büschel

von C^n zulassen eine andere Gruppe A'_N. Diese beiden Gruppen bilden das vollständige Schnittpunktsystem von $A'_{1,N+1}$ und $A'_{2,N+2}$, folglich ist $r^3 = u + s$. Die Gruppe A'_N enthält stets sämmtliche Punkte welche für je 2 Lagen ihren Ort beibehalten, die „Pole", deren es bei allgemein collinear veränderlichen Systemen bekanntlich drei für je 2 Lagen giebt. Während der continuirlichen Bewegung zerfällt die Enveloppe der A'_{N+1} daher im Allgemeinen in drei Theile 1) in die Bahn der A''_{N+2} 2) in die Bahn der A'_N welche nicht Pole sind, 3) in die Polcurve auf welcher 2 consecutive Curven A'_{N+1} $\frac{N(N-1)}{2}$ unendlich nahe Punkte in jedem Pol gemein haben. Ebenso im dualen Falle.

§ 1. Die allgemeinste Bewegung eines collinear veränderlichen Systemes.

Als Ort der Punkte welche in drei Lagen auf einer Geraden liegen bekommen wir die bekannte Tripelcurve P_3^3; 6 Punkte P_4^6 liegen noch in einer vierten Lage auf einer Geraden und 3 Punkte P_2^3 liegen in 2 Lagen in einem Büschel, letztere sind Pole, die Enveloppe der P_3^3 zerfällt also hier nur in 2 Theile. Ebenso giebt es die Geradenörter r_3^3, r_4^6, r_2^3 bezüglich eines Punkts. Die zur Curve P_3^3 gehörigen Geraden umhüllen eine p_3^3 und die zu r_3^3 gehörigen Punkte beschreiben eine R_3^3. Für die indirecte Bewegung finden wir dieselben Gebilde aber entsprechend dem angegebenen Princip in ihrer Bedeutung derart mit einander vertauscht, wie es die folgende Tabelle angiebt, in der identische Gebilde unter einander stehn, und die Zugehörigkeit zur indirecten Bewegung durch einen oben angehängten Strich angedeutet ist:

$$P_3^3,\ R_3^3,\ r_3^3,\ p_3^3;\ P_4^6,\ R_4^6,\ r_4^6,\ p_4^6;$$
$$R_3'^3,\ P_3'^3,\ p_3'^3,\ r_3'^3;\ R_4'^6,\ P_4'^6,\ p_4'^6,\ r_4'^6.$$

Die Elemente des Poldreiecks, dessen Seiten wir Verschiebungsachsen nennen wollen, sind weggelassen da sie für beide Arten der Bewegung sich nicht ändern.

Unter Zugrundelegung einer allgemeinen Curve n ter $\left\{\begin{matrix}\text{Ordnung}\\ \text{Classe}\end{matrix}\right\}$ C^n welche durch $N = \frac{(n+1)(n+2)}{2} - 1$ $\left\{\begin{matrix}\text{Punkte}\\ \text{Gerade}\end{matrix}\right\}$ bestimmt ist finden wir:

$$\left\{\begin{array}{l} A_{N+1}^{n(N+1)},\ A_{N+2}^{\frac{n^2}{2}(N+1)(N+2)},\ A_N^{\frac{n^2}{2}N(N+1)} \text{ einschließlich } 3\frac{N(N-1)}{2} \text{ Pole;} \\ a_{N+1}^{n(N+1)},\ a_{N+1}^{\frac{n^2}{2}(N+1)(N+2)},\ a_N^{\frac{n^2}{2}N(N+1)} \text{ einschließlich } 3\frac{N(N-1)}{2} \text{ Verschiebungsachsen.} \end{array}\right\}$$

Insbesondere für $n = 2$, $N = 5$:

$$A_6^{12},\ A_7^{84},\ A_8^{60} \text{ einschließlich } 3 \cdot 10 = 30 \text{ Pole.}$$

Nur die Pole unter den A_8 lassen eigentliche Büschel von C^2 zu, der Rest von 30 Punkten besteht aus den 5 Gruppen $P_{1234}^6, P_{1845}^6, \ldots P_{2345}^6$ und der C^2-Büschel besteht aus einer Geraden von solchen 4 Lagen, und dem Strahlenbüschel durch die 5te. Also erst der Fall $n = 3$, $N = 9$ mit

$$A_{10}^{30},\ A_{11}^{405},\ A_9^{405} \text{ einschließlich } 3 \cdot \frac{9 \cdot 8}{1 \cdot 2} = 108 \text{ Polen}$$

zeigt allgemeine Eigenschaften, da jeder von $405 - 108 = 297$ Punkten in 9 Lagen das Basissystem eines eigentlichen Curvenbüschels dritter Ordnung bildet.

Die Curve C^n möge jetzt „i“ gegebene Punkte enthalten, dann sind zu ihrer Bestimmung noch weitere $N - i$ erforderlich und die Untersuchung führt auf

$$A_{N-i+1}^{n(N+1-i)},\ A_{N-i+2}^{\frac{n^2}{2}(N-i+1)(N-i+2)},\ A_{N-i}^{\frac{n^2}{2}\left[N(N+1)-i(n+1)(n+2)+i(i+1)\right]}$$

$$\text{einschließl. } 3\,\frac{(N-i)(N-i-1)}{2} \text{ Pole}$$

und $(N-i)\,i$ Punkte welche in den $N-i$ Lagen einmal mit einem der i Punkte zusammen fallen. Und dualistisch etc.

Obiges Resultat gewinnt besondere Bedeutung für $i = 2$, wenn dieses Punktpaar die imaginären Kreispunkte der Ebene darstellt und die C^n dadurch zu einer cyclischen wird. Ist außerdem $n = 2$ so erhalten wir Curven deren Punkte in überzähligen Lagen auf einem Kreise liegen, die „Kreispunktörter“

$$K_4^8,\ K_5^{20},\ K_6^{24}.$$

Die Gruppe K_6^{24} besteht aus 1) den $3 \cdot 2 = 6$ Punkten welche in einer der Lagen mit einem der imaginären Kreispunkte zusammenfallen, 2) den $2 \cdot 3 = 6$ Punkten von drei Lagen auf einer Geraden durch einen Kreispunkt, 3) den $3 \cdot 1 = 3$ Punkten welche in je 2 Lagen auf der unendlich fernen Geraden liegen, 4) aus den $3 \cdot 3 = 9$ Polen.

§ 2. Die Bewegung eines collinear veränderlichen Systemes während welcher eine Grade fest bleibt (eines affin veränderlichen Systemes) oder während welcher ein Punkt fest bleibt.

Im Falle der festen Geraden haben wir unter Beibehaltung der frühern Bezeichnung:

$$P_3^2,\ R_3^2,\ r_3^3,\ p_3^3;\ P_4^3,\ R_4^3,\ r_4^3,\ p_4^3$$

wobei die feste Gerade als Punktort nicht mitgezählt ist.

Ein Pol, außer den beiden auf den festen Geraden und zwei variable Verschiebungsachsen, durch jenen Pol gehend, sind noch vorhanden. r_3^3, p_3^3 besitzen die feste Gerade zur Doppeltangente.

Ferner ergiebt sich $A_{N+1}^{\frac{n(n+1)(n+2)}{3}}$, und $a_{N+1}^{n(N+1)}$ mit der festen Geraden als $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ fache Tagente.

Die Zahlen der Gruppen werden im allgemeinen Falle derart werwickelt daß wir uns auf die Mittheilung specieller Ergebnisse beschränken.

Für $n = 2$ heißt das volle Formelsystem:

A_6^8, A_7^{39}, A_5^{25} einschl. 10 Pole;

a_6^{12}, a_7^{45}, a_5^{35} einschl. 20 Verschiebungsachsen,

a_6^{12} besitzt die feste Gerade zur 8fachen Tangente, daher liegen 64 der $12^2 = 144$ Geraden a_5 und a_7 dort vereinigt. Und dualistisch im Falle eines festen Punkts.

Nimmt man die feste Gerade zur unendlich fernen so beziehen sich die vorstehenden Sätze auf die Bewegung eines affin veränderlichen Systemes. Legt man für diesen Fall Kreise d. h. Curven 2ten Grades zu Grunde welche die imaginären Kreispunkte enthalten, so ergeben sich als Kreispunktörter des affin veränderlichen Systems

K_4^4, K_5^{11}, K_3^3 einschließl. 3 Pole.

Die beiden übrigen K_3 sind Punkte von drei Lagen auf einer Graden durch einen Kreispunkt. Der Ort p_3^3 ist zwar dritter Classe, besitzt aber die unendlich ferne Gerade zur Doppeltangente, von einem der imaginären Kreispunkte ist daher nur noch eine Tangente außerdem möglich.

Für ein collinear veränderliches System mit festem Punkte sind die Kreispunktörter

K_4^6, K_5^{10}, K_3^{10} einschl. $3 \cdot 2 = 6$ Pole.

K_4^8 besitzt den festen Punkt zum 4 fachen, daher sind 16 Schnittpunkte von $K_{1,4}^8$ und $K_{2,5}^8$ in ihn gerückt.

§ 3. Die Bewegung eines collinear veränderlichen Systems mit 2 festen Punkten (eines ähnlich veränderlichen und starren Systemes) oder 2 festen Geraden.

Wir finden unter Annahme zweier fester Punkte, deren Verbindungslinie damit ebenfalls fest bleibt:

$$P_3^2,\ R_3^2,\ r_3^1,\ p_3^1;\ P_4^1,\ R_4^1,\ r_4^1,\ p_4^1.$$

Die Curven P_3^2 und R_3^2 enthalten die festen Punkte, die Centra der Büschel $r_3^1\ p_3^1$ liegen bez. auf R_3^2 und P_3^2. Einen variabeln Drehpol und zwei von diesen nach den festen Punkten gehende Verschiebungsachsen giebt es noch. Nimmt man zu den festen Punkten die imaginären Kreispunkte der Ebene so gelten die Resultate, wie bekannt, für ähnlich veränderliche und starre Systeme.

Für die allgemeine Curve n ter Ordnung hat man $A_{N+1}^{\frac{n(n+1)(n+2)}{3}}$ mit den festen Punkten als $\frac{n(n+1)(n+2)}{3!}$ fache Punkte, — und für die Curve n ten Classe $a_{N+1}^{\frac{n(n+1)(n+2)}{3!}}$.

Für $n = 2$ ist das vollständige System:

$$A_6^6,\ A_7^{17},\ A_5^{15} \text{ einschl. } 10 \text{ Pole};$$

die festen Punkte sind 4 fache von A_6^6.

$a_6^4,\ a_7^{11},\ a_5^5$. (Verschiebungsachsen giebt es nicht mehr außerhalb der festen Büschel).

Auch diese Resultate gelten unverändert für ähnlich veränderliche und starre Systeme.

Erst die Kreispunktcurven erfordern in diesen Specialfällen getrennte Betrachtung. Für ähnlichveränderliche Systeme sind diese Oerter

$$K_4^4,\ K_5^5,\ K_3^3 \text{ (die drei Pole).}$$

Die imaginären Kreispunkte sind Doppelpunkte von K_4^4. Die zu K_4^4 gehörigen Kreismittelpunkte erfüllen eine Curve 5 ter Ordnung welche ebenfalls die Kreispunkte zu Doppelpunkten hat.

Wird jetzt das System starr, so sondert sich von K_4^4 die unendlich ferne Gerade ab, es bleiben Burmesters Kreispunktörter:

$$K_4^3,\ K_5^4,\ K_3^2.$$

Für diese Systeme gelingt es, den Ort der Geraden anzugeben, welche in überzähligen Lagen Kreise berühren. Ist zunächst der Radius eines Kreises unendlich klein so giebt es einen Strahl r_4^1 mit zugehörigem Nullkreise R_4^1. Eine Gerade im Abstand „e“ von R_4^1 berührt in denselben 4 Lagen einen Kreis vom Halbmesser „e“. Aber es ist nicht umgekehrt wahr, daß eine Parallele im Abstande „e“ von einer solchen Geraden wieder in 4 Lagen durch R_4^1 geht, sie kann in einer oder mehreren Lagen auch um $2e$ von R_4^1 entfernt sein. Diese Unbestimmtheit fällt fort bei der Beschränkung auf consecutive Lagen, wir finden: Jede Gerade des Parallelstrahlenbüschels zu r_4^1 berührt in 4 consecutiven Lagen einen Kreis, aber alle diese Kreise haben den gemeinschaftlichen Mittelpunkt R_4^1. Die Mittelpunkte der sämmtlichen Krümmungskreise der Geradenenveloppen erfüllen in einem Augenblicke der Bewegung den Kreis R_3^2. (Vergl. den entsprechenden Satz für den Raum, p. 190.)

§ 4. Die Bewegung eines collinear veränderlichen Systems während welcher eine Gerade und ein nicht auf derselben liegender Punkt fest bleibt.

P_3^2 und R_3^2 sind Geradenpaare durch den festen Punkt. P_4, R_4 giebt es nicht mehr. Ebenso sind r_3^2 und p_3^2 Punktpaare auf der festen Geraden. Die Elemente der Punktpaare sind denen der Geradenpaare einzeln zugeordnet. Auch die Oerter für allgemeine Curven: $A_{N+1}^{\frac{n(n+1)(n+2)}{3}}$ und $a_{N+1}^{\frac{n(n+1)(n+2)}{3}}$ zerfallen in $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ solche gerade Gebilde bez. Strahlenbüschel erster Ordnung.

Für affin veränderliche Systeme mit festem Drehpol im Endlichen findet man 4 gerade Gebilde durch diesen Punkt als Kreispunktcurve.

§ 5. Die Bewegung eines collinear veränderlichen Systems während welcher eine Gerade und ein auf dieser liegender Punkt fest bleibt, (eines affin veränderlichen Systems bei der ein Parallelstrahlenbüschel in sich übergeht.

Man findet:

$$P_3^2,\ R_3^2,\ r_3^2,\ p_3^2;\ P_4^2,\ R_4^2,\ r_4^2,\ p_4^2.$$

P_3^2, R_3^2 enthalten den festen Punkt; r_2^2, p_3^2 enthalten die feste Gerade. Einen Drehpol außerhalb der festen Geraden und eine Verschiebungsachse durch diesen Pol, welche nicht durch den festen Punkt geht, giebt es noch.

$$A_{N+1}^{\frac{n(n+1)(n+2)}{3}} \quad \text{und} \quad a_{N+1}^{\frac{n(n+1)(n+2)}{3}}$$

haben bez. den festen Punkt und die feste Gerade als $\frac{n(n+1)(n+2)}{3!}$ faches Element. Für den in der Ueberschrift gekennzeichneten Fall eines affinveränderlichen Systems findet man die Kreispunktörter: K_4^4, K_5^{10}, K_6^8 einschließlich drei Pole. K_4^4 geht durch den festen Punkt, daher reducirt sich die Gruppe K_5^{11} des § 2 auf K_5^{10}.

Zweiter Abschnitt.

Die Bewegung eines räumlichen Systemes.

Ist F^n eine Fläche, welche durch N Punkte bestimmt ist, so giebt es eine Fläche A_{N+1}^r, deren Punkte in $N+1$ Lagen, eine Raumcurve A_{N+2}^u, deren Punkte in $N+2$ Lagen und eine Gruppe A_{N+3}^v von Punkten, welche in $N+3$ Lagen auf F^n liegen. Andererseits giebt es eine Curve A_N^t, deren Punkte in N Lagen noch Büschel von F^n zulassen und eine Gruppe A_{N-1}^s, welche noch in $N-1$ Lagen der Basisgruppe eines Netzes von F^n angehören. Unter den letztern befinden sich die Pole von je zwei Lagen, also im Falle eines allgemein collinear veränderlichen Systems $\frac{N(N-1)}{2}$ Pol-Quadrupel. Die Curven $A_{1,N+2}^u$ und $A_{1,N}^t$ bilden den vollständigen Durchschnitt von $A_{1,N+1}^r$ und $A_{2,N+2}^r$ folglich ist $r^2 = u+s$. Ferner bestehen die Relationen

$$v = r(r^2-2s)+t \text{ und } t = r(r^2-2u)+v.$$

Die Punkte $A_{1,N+3}^v$ sind die gemeinschaftlichen der Curven $A_{1,N+2}^u$ und $A_{2,N+3}^u$, ebenso die Punkte $A_{2,N+1}^s$ die gemeinschaftlichen der Curven $A_{2,N}^t$ und $A_{3,N+2}^t$, deren Enveloppe also bei continuirlicher Bewegung in zwei Theile, die Polcurve und einen andern zerfällt. (Vergl. die Einleitung des ersten Abschnittes.) Aber auch die Curve $A_{1,N+2}^u$ und jede der $\frac{(N+2)(N+1)}{2}$ A_N^t, welche den $N+2$ Lagen entsprechen, schneiden sich und zwar in $rs-t = ru-v$ solchen Punkten, welche in $N+2$ Lagen auf F^n und in N von ihnen auf der Basiscurve eines Büschels von F^n liegen, d. h. es

giebt für $N+2$ Lagen in Allem $\frac{(N+2)(N+1)}{2}(rs-t)$ solcher Punkte.

Bei continuirlicher Bewegung sind nur die Curven von aufeinanderfolgenden Lagen d. h. innerhalb der $N+2$ Lagen nur die Curven $A'_{1,N}$, $A'_{1,N+1}$, $A'_{2,N+2}$ zu berücksichtigen und da jede derselben auch von drei A''_{N+2}, z. B. $A'_{2,N+2}$ von $A''_{1,N+2}$, $A''_{2,N+2}$, $A''_{3,N+2}$ geschnitten wird, so osculiren sich die im Laufe der Bewegung von den Curven A''_{N+2} und A'_N beschriebenen Flächen längs einer Curve.

Natürlich erfordern die Fälle, in denen die sämmtlichen, während der Bewegung auftretenden Flächen A_{N+1} eine und dieselbe Curve z. B. den Kugelkreis gemein haben besondere Abzählungen, da jeder Punkt einer solchen Curve der Bedingung $A_{1,N+2}$ und $A_{1,N-1}$ Genüge leistet.

§ 1. Die Bewegung eines allgemein collinear veränderlichen Systemes.

Die Betrachtung der Punkte, welche in überzähligen Lagen einer Ebene angehören und der Ebenen, welche in überzähligen Lagen durch einen Punkt gehen, liefert das Formelsystem

$$P_4^4,\ R_4^4,\ P_4^4,\ \Pi_4^4;\ P_5^{10},\ R_5^{10},\ P_5^{10},\ \Pi_5^{10};\ P_6^{20},\ R_6^{20},\ P_6^{20},\ \Pi_6^{20};\ P_3^6,\ R_3^6,\ P_3^6,\ \Pi_3^6;$$
$$R_4'^4, P_4'^4, \Pi_4'^4, P_4'^4;\ R_5'^{10},\ P_5'^{10},\ \Pi_5'^{10}, P_5'^{10};\ R_6'^{20},\ P_6'^{20},\ \Pi_6'^{20}, P_6'^{20};\ R_3'^6,\ P_3'^6,\ \Pi_3'^6,\ P_3'^6.$$

P_4^4 ist eine Fläche 4ter Ordnung, deren Punkte in vier Lagen auf einer Ebene liegen, die Gesammtheit dieser Ebenen bildet die Fläche 4ter Classe Π_4^4; und ebenso ist P_4^4 eine Fläche 4ter Classe, deren Ebenen in den vier Lagen durch einen Punkt gehen und R_4^4 der Ort dieser Punkte. Daraus folgt dann die Bedeutung der übrigen Ausdrücke. Die fortgelassenen Polquadrupel können in einer der Formen P_3^4, $R_3^4 \ldots P_3'^4$ und die Ebenen dieses Tetraeders in den Formen P_3^4, $\Pi_3^4 \ldots P_3'^4$ geschrieben werden. Die Punkte der Raumcurve P_3^6 liegen in drei Lagen auf einer Geraden, alle diese Geraden gehen bei indirecter Bewegung in drei Lagen durch einen Punkt und diese Punkte erfüllen P_3^6 als Curve $R_3'^6$. Ebenso gehen die Ebenen der Developpabeln P_3^6 in drei Lagen durch eine Gerade, und diese Geraden liegen bei indirecter Bewegung in drei Lagen in einer Ebene von P_3^6 als $\Pi_3'^6$. D. h., die eben betrachteten Geraden haben die Eigenschaft, daß bei indirecter Bewegung sich drei ihrer Lagen schneiden, sie erfüllen daher zusammen die Regelfläche $2.2^3 = 16$ter Ordnung, in welcher sich drei tetraedrale Complexe schneiden, nämlich diejenigen drei, welche durch die sich in

je zwei Lagen schneidenden Geraden constituirt werden. Jede der beiden Arten von Geraden erfüllt demnach eine Regelfläche 8ter Ordnung, welche beiden bez. durch a'^8, c'^8 bezeichnet seien und als b^8 und d^8 während der directen Bewegung von den zu P_3^6 bez. P_3^6 gehörigen Geraden erfüllt werden. Wir haben also vier Regelflächen:

a^8 erfüllt von Geraden, welche in drei Lagen durch Punkte der Curve R_3^6 gehen;

b^8 „ „ „ welche drei Lagen der Punkte von P_3^6 enthalten;

c^8 „ „ „ welche in drei Lagen in Ebenen der Developpabeln Π_3^6 liegen;

d^8 „ „ „ durch welche drei Lagen der Ebenen von P_3^6 gehen.

und diese Flächen treten bez. als b'^8, a'^8, d'^8, c'^8 auch bei der indirecten Bewegung auf[1]).

Diese Untersuchungen stehen in engstem Zusammenhange mit der Cremona-Noether'schen Raumtransformation dritten Grades. Drei Lagen eines Punkts ist die Ebene dieser Lagen eindeutig zugeordnet und reciprok entspricht drei Lagen einer Ebene ihr Schnittpunkt. Einem Punktfelde des beweglichen Systems entspricht eine Fläche dritter Classe des festen, einem Ebenbündel ebenso eine Fläche dritter Ordnung und umgekehrt. Die hierdurch begründete Raumtransformation könnte man als reciproke dritten Grades bezeichnen.

Die Fundamentalgebilde des beweglichen Raumes sind P_3^6, P_3^6, a^8, c^8 und diesen sind der Reihe nach die Fundamentalgebilde b^8, d^8, R_3^6, Π_3^6 des festen zugeordnet.

Wir zeigen weiter: a^8 ist der Ort der Schnittlinien von je drei Ebenen der Developpabeln P_3^6 und deren Ebenen sind dreifache Tangentialebenen von a^8; — c^8 ist die Fläche der dreifachen Secanten von P_3^6 und diese Curve ist dreifach in c^8 enthalten[2]). Der letztere Satz folgt in seinem ersten Theile aus der Bemerkung, daß nach § 1 des ersten Abschnitts auf jeder Geraden von c^8 drei

---

1) Es sei bemerkt, daß b^8 als Ort der Verbindungslinien von $2\overline{\wedge}$ Raumcurven sechster Ordnung, welche ein Polquadrupel entsprechend gemein haben angesehen werden kann, die Ordnung wird also auch so $= 6+6-4 = 8$ gefunden.

2) Vergl. hierzu Noether: „Ueber die eindeutigen Raumtransformationen etc.", Math. Annalen III, S. 547 f., insbesondere § 2, auch wegen der Flächen P_4^4, c^8 und der Curve P_3^6 die Arbeit von Schur: „Ueber die durch collineare Grundgebilde erzeugten Curven und Flächen, ibid. XVIII.

Punkte der dort genannten Curve P_3^3 liegen müssen, da jede Gerade von c^3 in drei Lagen einer Ebene (von Π_3^6) angehört; alles Uebrige folgt aus dualen Betrachtungen unter gehöriger Berücksichtigung der indirecten Bewegung.

Der Einleitung dieses Abschnitts zufolge schneidet die Curve $P_{1,5}^{10}$ jede der 10 Curven $P_{iik}^6 \ldots i, k, h = 1, 2, 3, 4, 5$ in 20 Punkten und es giebt daher $20.10 = 200$ Punkte, welche in fünf Lagen einer Ebene und in irgend welchen dreien von ihnen einer Geraden angehören. Bei continuirlicher Bewegung osculiren sich die von den Curven P_5^{10} und P_3^6 längs einer aus 20 Zweigen bestehenden Curve solcher Punkte, welche einmal einen Wendepunkt mit fünfpunktig berührender Schmiegungsebene beschreiben. Eine solche Singularität ist dadurch ausgezeichnet, dass jede ihrer Centralprojectionen den Charakter eines Wendepunkts besitzt. —

Legen wir nunmehr statt der Gebilde erster Ordnung bez. Classe die allgemeine Fläche $n$ter Ordnung, bestimmt durch $N = \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{3!} - 1$ Punkte zu Grunde, so wird das Formelsystem der Einleitung:

$$A_{N+1}^{n(N+1)}, \quad A_{N+2}^{\frac{(N+1)(N+2)}{2!}n^2}, \quad A_{N+3}^{\frac{(N+1)(N+2)(N+3)}{3!}3}$$
$$A_{N}^{\frac{N(N+1)}{2!}n^2}, \quad A_{N-1}^{\frac{(N-1)N(N+1)}{3!}n^3}$$

und dualistisch $a_{N+1}^{n(N+1)}$ etc. Insbesondere für $n = 2$, $N = 9$ A_{10}^{20}, A_{11}^{220}, A_{12}^{1760}; A_9^{180}, A_8^{960} einschl. $4.28 = 112$ Pole. Es bleiben demnach $960 - 112 = 848$ Punkte, welche in acht Lagen das Basissystem eines Flächennetzes 2ter Ordnung bilden. Weiter giebt es $\frac{11.10}{2} \cdot (20.180 - 960) = 145200$ Punkte, welche in 11 Lagen auf einer F^2 und in beliebigen 9 von ihnen auf der Basiscurve eines Flächenbüschels 2. O. liegen.

Der Specialfall der Kugel ergiebt:

$$K_5^{10}, \; K_6^{60}, \; K_7^{280}; \; K_4^{40}, \; K_3^{28}.$$

Die letzte Gruppe müsste nach der Einleitung K_3^{30} heißen, aber es tritt wie wir sehen werden, die dort hervorgehobene besonders zu untersuchende Eigenthümlichkeit der Flächen K_5^{10} auf. Diese Fläche enthält die fünf Kegelschnitte, welche in einer jeden der fünf Lagen einmal mit dem imaginären Kugelkreise zur Deckung kommen; dann die 10 Kanten des Pentaeders der Ebenen, welche einmal zur unendlich fernen werden und dessen Ecken daher co-

nische Knotenpunkte von K_5^{10} sind. Ferner liegen auf ihr P_5^{10} und die 5 Curven, in welchen die Flächen P_{1234}^4, P_{2345}^4, P_{3451}^4, P_{4512}^4, P_{5123}^4 bez. in der 5ten, 1sten, 2ten, 3ten, 4ten Lage die unendlich ferne Ebene schneiden. Die Schnittcurve 10ter Ordnung einer Pentaederebene mit K_5^{10} zerfällt demnach in 4 Gerade, einem Kegelschnitt und einer Curve 4ter Ordnung. Die Schnittcurve von $K_{1,5}^{10}$ und $P_{1,4}^4$ zerfällt 1) in $P_{1,5}^{10}$; 2) in die genannte ebene Curve 4. O. auf $P_{1,4}^4$ und 3) in eine Restcurve $K_{1,4}^{26}$, deren Punkte 1) in 5 Lagen auf einer Kugel liegen; 2) nicht in allen 5, wohl aber in 4 Lagen auf einer Ebene liegen und 3) in keiner Lage ins Unendliche rücken; folglich liegen sie auf einem Kreise. Diese $K_{1,4}^{26}$ bildet mit 6, den 4 Lagen zugeordneten, Pentaederkanten und den 4 Kegelschnitten der Ebenen des durch jene Kanten gebildeten Tetraeders die $K_{1,4}^{40}$. Jeder Punkt dieser Geraden und Kegelschnitte liegt aber sogar in drei Lagen in einem Kugelnetz, (dessen Kugeln für Punkte der Geraden allerdings in die unendlich ferne Ebene und in die Ebenen des Bündels, mit der dritten Lage des Punkts als Centrum, zerfallen), daher die Reduction von K_3^{80} auf K_3^{28}. Von diesen 28 Punkten sind $3.4 = 12$ Pole, die übrigen 16 sind imaginäre Punkte von $P_{1,3}^6$, deren zugehörige Gerade den Kugelkreis treffen und zwar in den Punkten, in welchen die Regelfläche b^6 den Kugelkreis schneidet.

§ 2. Die Bewegung eines collinear veränderlichen Systemes, während welcher eine Ebene oder ein Punkt fest bleibt.

Im Falle der festen Ebene erhalten wir unter vorläufigen Ausschluß der mit jener Ebene vereinigt liegenden Gebilde das Formelsystem (vergl. das entsprechende am Eingange von § 1.)

$$P_4^3,\ R_4^3,\ P_4^4,\ \Pi_4^4;\quad P_5^6,\ R_5^6,\ P_5^{10},\ \Pi_5^{10};\quad P_6^{10},\ R_6^{10},\ P_6^{10},\ \Pi_6^{10};\quad P_3^3,\ R_3^3,\ P_3^6,\ \Pi_3^6;$$
$$a^5,\ b^6,\ c^6,\ d^6.$$

Für P_4^4, Π_4^4 ist die feste Ebene dreifache, für P_5^{10}, Π_5^{10} sechsfache, für P_3^6, Π_3^6 dreifache Tangentialebene. Die 4 Regelflächen $a^5 .. d^6$ haben die feste Ebene sämmtlich als dreifache Tangentialebene; außer in drei Erzeugenden schneidet diese Ebene demnach a^5, b^6 in Kegelschnitten; c^6, d^6 in Curven dritter Ordnung. Nach Schwarz[1]) besitzt jede Regelfläche 5ten Grades vom

1) Vergl. dessen Arbeit: „Ueber die geradlinigen Flächen 5ten Grades". Crelles Journal Bd. 67, S. 32.

Geschlecht 0 eine Doppelcurve 6ten Grades mit dreifachem Punkte, deren dreifache Sekanten die Erzeugenden der Regelfläche sind, also hat sie auch eine doppelt umschriebene Developpable 6ten Grades etc., diese ist Π_3^6 für die Fläche b^5, und P_3^6 für a^5, durch jede Erzeugende von b^5 gehen drei Ebenen von Π^6, durch jede Erzeugende von a^5 drei Ebenen von P_3^6, letzteres Verhalten ist genau so wie bei den Flächen des § 1. Die dort gefundene Curve P_3^6 ist hingegen in die jetzige P_3^3 und eine Curve $\mathfrak{P}_3^3$ der festen Ebene zerfallen, welche P_3^3 in drei Punkten schneidet und die Erzeugenden der Fläche c^6 sind dreifache Secanten der complexen Curve $P_3^3 + \mathfrak{P}_3^3$, erstere ist überdies dreifache, letztere einfache Curve der Fläche c^6, welche demnach vom Geschlecht 1 ist. Der Curve $\mathfrak{P}_3^3$ gehört aber auch eine ebene Curve $\mathfrak{p}_3^3$ zu, und man kann daher sagen, die Developpable Π_3^6 ist der Fläche b^5 doppelt, der Curve $\mathfrak{p}_3^3$ einfach umschrieben[1]).

Für die Punkte in überzähligen Lagen auf einer allgemeinen Fläche $n$ter Ordnung erhalten wir im Falle der festen Ebene $A_{N+1}^{\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{6}}$, und für die Ebenen der dualen Eigenschaft $a^{n(N+1)}$, welche die feste Ebene zur $\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{8}$ fachen Tangentialebene besitzt.

Von Specialfällen führen wir nur die Kugelpunktörter an. Diese sind im Falle des affin veränderlichen Systemes:

$$K_5^5,\ K_6^{16},\ K_7^{42};\ K_4^9,\ K_3^7 \text{ einschließlich 3 Pole.}$$

K_3^5 enthält den Kugelkreis nicht, die Punkte von K_4^9 liegen in 4 Lagen auf einem Kreise; die übrigen 4 der Punkte K_3^7 liegen wieder in drei Lagen auf Geraden, welche den Kugelkreis treffen und zwar sind diese Geraden die Erzeugenden von b^5 nach den Schnittpunkten des auf dieser Fläche nachgewiesenen Kegelschnitts mit dem Kugelkreise.

Bewegt sich ein collinear veränderliches System um einen festen Punkt, so heißen diese Oerter:

$$K_5^{10},\ K_6^{60},\ K_7^{238};\ K_4^{40},\ K_3^{21} \text{ einschließlich } 3.3 = 9 \text{ Pole.}$$

Die Ordnungen der Flächen und Curven sind dieselben wie in § 1, aber K_5^{10} hat den festen Punkt zum 5fachen, K_6^{60} zum

1) Vergl. die Transformation (E) in der citirten Nötherschen Arbeit S. 571. $\mathfrak{P}_3^3$ und $\mathfrak{p}_3^3$ sind bez. P_3^3 und p_3^3 im Formelsystem des § 1 im ersten Abschnitt des Vorliegenden.

16fachen, K_4^{40} zum 9fachen. Die 9 Zweige der letztern Curve gehören ihrem Bestandtheile K_4^{36} der Kreispunktcurve, an, da die übrigen Theile, welche sich genau so wie in § 1 verhalten, gar nicht den festen Punkt enthalten. Das duale von dem Eingange dieses § aufgestellte Formelsystem enthält die Regelfläche b^6. Dieselbe schneidet den Kugelkreis in 12 Punkten, welche den 12 K_3^{21-9}, welche nicht Pole sind, in der früher angegebenen Weise zugeordnet sind.

§ 3. Die Bewegung eines ähnlich veränderlichen Systemes.

Alle Resultate des vorigen § gelten mit Ausnahme der für Kugelpunktörter gefundenen auch hier, wenn die feste Ebene zur unendlich fernen genommen wird.

Diese Oerter sind jetzt:

$$K_5^5,\ K_6^{14},\ K_7^{30};\ K_4^9,\ K_3^7 \text{ einschließlich 3 Pole.}$$

K_5^5 enthält den imaginären Kugelkreis, daher die Reduction der frühern K_6^{16} auf K_6^{14}. Alle Punkte jenes Kreises erfüllen die Bedingung K_{η}, die 30 Punkte liegen außerhalb desselben.

Die Mittelpunkte der zu K_5^5 gehörigen Kugeln erfüllen eine Fläche der siebenten Ordnung.

§ 4. Die Bewegung eines starren Systemes.

Das Poltetraeder besteht aus der doppelt zählenden unendlich fernen Ebene und zwei Tangentenebenen des Kugelkreises, welche sich in einer reellen Graden im Endlichen der „Achse“ schneiden. In Folge dessen sind von jeder Curve, welche die Pole der sie bestimmenden p Systemlagen enthält, $\frac{p(p-1)}{2}$ unendlich ferne Punkte Pole, diese rücken also bei continuirlicher Bewegung unendlich nahe, das Entsprechende gilt für die unendlich fernen Zweige aller gefundenen Developpabeln. Da die Zahlen der P [1]), R, P, Π, a, b, c, d, unverändert bleiben, so hat man bei continuirlicher Bewegung P_3^3, R_3^3 als cubische Parabeln (wie bekannt), und in Folge dessen besitzen b^5 und a^5 drei unendlich nahe Erzeugende in der unendlich fernen Ebene. Aber da auch bei P_3^6 und Π_3^6 nur unendlich nahe unendlich ferne Zweige auftreten, so findet bei c^6 und d^6 ebenfalls ein Zusammenrücken ihrer drei unendlich fernen Erzeugenden statt.

1) Daß P_4^3 von der dritten Ordnung sei, finde ich zuerst bei Schell; s. dessen „Theorie der Beweg. u. d. Kräfte“. 2. Aufl. Bd. I, S. 516.

Nur die Kugelpunktörter ändern sich; man findet das Schönflies'sche System (vergl. z. B. dessen „Geometrie der Bewegung“)

$$K_5^4,\ K_6^{10},\ K_7^{20};\ K_4^4,\ K_3^4$$

Auf Grund ähnlicher Ueberlegungen; wie die am Schlusse des § 3 im ersten Abschnitt angestellten gelangt man zu den Sätzen:

Während der Bewegung eines starren Systemes liegen in jedem Augenblicke die Mittelpunkte der Schmiegungskugeln aller Ebenenenveloppen auf der Fläche dritter Ordnung R_4^3. Es giebt in jedem Augenblicke unendlich viele Ebenen, welche in 5 consecutiven Lagen eine Kugel berühren, dieselben umhüllen die Schnittcurve 4ter Classe von P_5^{10} mit der unendlich fernen Ebene, der Ort der Kugelmittelpunkte ist die Curve R_5^6. Jede Ebene von 10 Parallel-Ebenenbüscheln berührt sogar 6punktig. Die Stellungen dieser Büschel sind die der Ebenen P_6^{10} und die zugehörigen Kugelmittelpunkte sind R_6^{10}.

Eine eigenthümliche Specialisirung tritt ein, wenn die Achsen von je zwei Lagen parallel, oder, bei continuirlicher Bewegung, die Achsenflächen Cylinder, statt windschiefe Flächen sind. Dann sind auch die Flächen P und K Cylinder [1]) mit demselben Scheitel und die auftretenden Curven Gruppen von Erzeugenden dieser Cylinder. Man findet

$$P_4^3,\ R_4^3,\ P_4^1,\ \Pi_4^1;\ P_3^1,\ R_3^1,\ P_3^{1\,2}),\ R_3^1;\ b^1,\ a^1.$$

P_4^3, R_4^3 sind Kreiscylinder, die Strahlen nach dem Kugelkreise, welche mit $P_{1,5}^1$ und $P_{1,3}^1$ den vollständigen Durchschnitt von $P_{1,4}^3$ und $P_{2,5}^3$ bilden, sind oben nicht mitgezählt. P_4^1, Π_4^1 sind Bündel mit unendlich fernem Scheitel; P_3^1, Π_3^1, b^1, a^1 Parallelstrahlenbüschel. P_3, Π_3, c, d, sowie Punktgruppen kommen nicht mehr vor.

Die Kugelpunktörter sind

$$K_5^3,\ K_6^4,\ K_3^3.$$

K_5^3 enthält ebenfalls die vorhin erwähnten Strahlen nach dem

---

1) Diese Reduction tritt beim ähnlich veränderlichen System noch nicht auf, man erhält als P_4^3, R_4^3 noch Flächen dritter Ordnung, welche die Spitze des Cylinders und die Berührungspunkte der von ihr an den Kugelkreis gehenden Tangenten zu conischen Knoten haben.

2) Diese Gerade findet sich schon bei Schönflies a. a. O. S. 135.

Kugelkreise, diese bilden mit $K^4_{1,6}$ und $K^3_{1,3}$ die Durchschnittscurve von $K^3_{1,5}$ und $K^3_{2,6}$.

Die Mittheilung der Resultate bezüglich anderer Bewegungen bleibe vorbehalten, nur sei schließlich bemerkt, daß bei festbleibender Ebene und festbleibendem Punkt, welcher nicht in dieser Ebene liegt, die Bedingungen „4 Punkte in einer Ebene", „4 Punkte auf einem Kreise", „4 Punkte auf einem Kreiskegel" unter Voraussetzung veränderlicher Systeme verschiedene Oerter (Flächen und Curven) liefern, welche in dem Specialfall der Bewegung eines starren Systems um einen Punkt, alle identisch mit dem von Schönflies a. a. O. Cap. II gefundenen Kegel 3ter Ordnung werden; während jeder bewegte Punkt die Bedingung „5 Punkte auf einer Kugel" erfüllt.

Hannover.

Ueber irrationale Covarianten.

Von

Felix Klein.

In Geometrie und Functionentheorie ist es von je üblich gewesen, algebraische Gebilde unter Zugrundelegung irgend welcher irrationalen kanonischen Form zu untersuchen, was algebraisch zu reden darauf hinaus kommt, daß man statt des durch die Coëfficienten der allgemeinen Gleichung gegebenen Rationalitätsbereichs (des natürlichen Bereichs, wie wir ihn nennen können) einen höheren Rationalitätsbereich einführt. Dagegen hat sich die Invariantheorie solchen Darstellungen gegenüber bislang mehr oder weniger ablehnend verhalten: man besitzt zahlreiche und bequeme Regeln, um solche Covarianten einer vorgelegten Gleichung zu bilden, die dem natürlichen Rationalitätsbereiche angehören, man hat sich aber wohl kaum im allgemeinen Sinne mit der Aufgabe beschäftigt bei einer in kanonischer Form gegebenen Gleichung innerhalb des durch die kanonische Form gegebenen Rationalitätsbereichs Covarianten aufzusuchen. Inzwischen ist es nicht etwa besonders schwierig, der hiermit angedeuteten Fragestellung gerecht zu werden, wie Unterhaltungen ergeben haben, die ich betreffs derselben im vorigen Herbste mit Hrn. Gordan hatte. Ich will das Princip, das sich uns dargeboten hat, an den

beiden Beispielen auseinandersetzen, die uns damals zunächst interessirten. Den zweierlei Arten von Berührungscurven dritter Ordnung entsprechend, die eine ebene Curve vierter Ordnung besitzt, lässt sich die Gleichung der Curve vierter Ordnung in folgende kanonische Formen setzen:

1. in die Form

$$\varphi_1 \varphi_3 - \varphi_2^2 = 0. \tag{1}$$

Hier bedeutet $\varphi_1 = 0$ eine Doppeltangente der C_4, $\varphi_2 = 0$ ist ein Kegelschnitt, der durch die Berührungspunkte der Doppeltangente hindurchläuft, und also die C_4' noch in weiteren sechs Puncten schneidet, $\varphi_3 = 0$ eine Curve dritter Ordnung, welche die C_4 in den sechs letztgenannten Puncten berührt.

2. In die Form einer viergliedrigen symmetrischen Determinante:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & . & a_{14} \\ a_{21} & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & a_{44} \end{vmatrix} = 0 \qquad (a_{ik} = a_{ki}) \tag{2}$$

Hier sollen die a_{ik} lineare Functionen der laufenden Punctcoordinaten (die wir x_1, x_2, x_3 nennen) bedeuten. Hesse kam bekanntlich auf diese Gleichungsform, als er sich mit Untersuchungen über Netze von Flächen zweiter Ordnung beschäftigte. In der That ist die linke Seite von (2) die Determinante der quadratischen Form der ξ:

$$\Sigma_i \Sigma_k a_{ik} \xi_i \xi_k, \qquad i, k = 1, 2, 3, 4, \tag{3}$$

die, gleich Null gesetzt, ein Flächennetz zweiter Ordnung repräsentiren, sobald man die ξ als Punctcoordinaten im Raume, die in den a_{ik} enthaltenen x dagegen als Parameter deutet.

Wie nun bildet man Covarianten von einer in der Form (1) oder (2) vorgelegten Curve vierter Ordnung?

Wir beschäftigen uns zunächst mit (1). Die linke Seite von (1) bleibt bis auf einen (für die geometrische Deutung gleichgültigen) Factor ungeändert, wenn man für φ_1, φ_2, φ_3 Ausdrücke folgender Art setzt:

$$\begin{cases} \varphi_1' = \lambda^2 \varphi_1 \\ \varphi_2' = \lambda\mu\,(\varphi_2 + (\mu_1 x_1 + \mu_2 x_2 + \mu_3 x_3)\,\varphi_1) \\ \varphi_3' = \mu^2(\varphi_3 + 2(\mu_1 x_1 + \mu_2 x_2 + \mu_3 x_3)\,\varphi_2 + (\mu_1 x_1 + \mu_2 x_2 + \mu_3 x_3)^2 \varphi_1); \end{cases} \tag{4}$$

zugleich ist dies die allgemeinste Umsetzung, bei der sie in dem genannten Sinne ungeändert bleibt. Nur solche Verbindungen der φ_1, φ_2, φ_3 werden zur Curve vierter Ordnung in einer wesentlichen Beziehung stehen, die von den Umsetzungen (4) unberührt bleiben, bez. sich bei ihnen nur um einen Factor ändern. Unser Princip wird daher folgendes sein:

Als Covarianten der in der Form (1) gegebenen Curve vierter Ordnung werden wir diejenigen und nur diejenigen simultanen Covarianten der drei Formen φ_1, φ_2, φ_3 betrachten, welche bei den Umsetzungen (4) bis auf einen Factor ungeändert bleiben und übrigens in den Coëfficienten der φ_1, φ_2, φ_3 rational sind.

Solche Covarianten können wir aber sofort in unbegrenzter Zahl bilden. Dabei ist nützlich, insbesondere diejenigen Aenderungen (4) in Betracht zu ziehen, bei denen die φ_1', φ_2', φ_3' von den φ_1, φ_2, φ_3 nur um unendlich kleine Größen verschieden sind. Diese Aenderungen ergeben ein System linearer partieller Differentialgleichungen, denen die von uns gesuchten Covarianten genügen müssen.

Wir haben uns jetzt in ganz entsprechendem Sinne mit (2) zu beschäftigen. Dabei wird das Resultat sogar noch einfacher, insofern es sich in genauem Anschlusse an die gewöhnlichen Ausdrucksweisen der Invariantentheorie formuliren läßt. Wir bemerken zunächst, daß Gleichung (2) der Art nach ungeändert bleibt, wenn man die Verticalreihen der Determinante irgendwie linear combinirt und hernach (um den symmetrischen Charakter der Determinante wiederherzustellen) dieselben linearen Combinationen der Horizontalreihen einführt. Wir erkennen zugleich, daß dies die allmeinsten Aenderungen sind, bei denen Gleichung (2) ihren Charakter behält. Es wird sich also, nach dem angedeuteten Princip, wenn wir Covarianten der in der Form (2) vorgelegten Curve vierter Ordnung haben wollen, um solche rationale Covarianten der zehn ternären linearen Formen a_{ik} handeln, welche sich bei den bezeichneten linearen Combinationen der a_{ik} bis auf einen Factor ungeändert erhalten (welche also in bestimmtem Sinne „Combinanten“ der a_{ik} sind). Nun entstehen die in Betracht kommenden Umsetzungen der a_{ik} aber gerade, wenn man in (3) die ξ_1, ξ_2, ξ_3, ξ_4 einer beliebigen quaternären linearen Substitution unterwirft. Daher spricht sich das Bildungsgesetz unserer Covarianten auch folgendermaßen aus:

Man betrachte $\Sigma_i \Sigma_k a_{ik} \xi_i \xi_k$ als eine Form mit zwei Reihen Veränderlicher, den x_1, x_2, x_3, die linear, und

den ξ_1, ξ_2, ξ_3, ξ_4, die quadratisch vorkommen. Von dieser Form bilde man in gewöhnlicher Weise rationale Covarianten, indem man voraussetzt, daß die x und die ξ unabhängig von einander, die ersteren ternär, die letzteren quaternär, substituirt werden. Die gesuchten Covarianten der Curve (2) sind unter den hiermit aufgestellten enthalten, es sind einfach diejenigen unter ihnen, in denen keine ξ vorkommen (die also in Bezug auf die ξ Invarianten sind).

Sei, um diesen Satz noch an Beispielen zu erläutern, $\Sigma_i \Sigma_k a_{ik} \xi_i \xi_k$ symbolisch gleich folgenden Ausdrücken gesetzt:

$$(5) \qquad a_\alpha \alpha_\xi^2 = b_\alpha \beta_\xi^2 = \ldots = a'_\alpha \alpha_\xi'^2 = b'_\alpha \beta_\xi'^2 = \ldots .$$

Dann ist beispielsweise eine Covariante der gesuchten Art:

$$a_\alpha\, b_\alpha\, c_\alpha\, d_\alpha\, (\alpha\beta\gamma\delta)^2,$$

d. h. die linke Seite von (2) selbst. Aber auch eine Covariante zweiten Grades in den x läßt sich leicht bilden, die nicht identisch verschwindet:

$$(7) \qquad a_\alpha a'_\alpha (bcd)(b'c'd')(\alpha\beta\gamma\delta)(\alpha\beta\gamma'\delta')(\alpha'\beta'\gamma\delta')(\alpha'\beta'\gamma'\delta).$$

Wie mir Hr. Gordan mittheilt, ist dies die einzige Covariante zweiten Grades in den x und achten Grades in den a_{ik}, die es gibt.

Göttingen, den 15. März 1888.

Bietet der Codex Vaticanus B uns den Bibeltext in der Recension des Origenes?

Von

Carl Heinrich Cornill.

Vorgelegt von Paul de Lagarde [1]).

In den Prolegomenen zu meiner Ausgabe des Propheten Ezechiel Leipz. 1886 habe ich mich eingehender mit dem berühmten Vaticanus B, der kostbarsten und wichtigsten aller unsrer griechischen Bibelhandschriften, beschäftigt. Ich habe dort, meines Wissens als erster, bemerkt und nachgewiesen, daß die Textesgestalt

1) Die Verantwortung für diesen Aufsatz trägt Herr Professor Cornill allein. Paul de Lagarde.

des Buches Ezechiel im Vaticanus besonders nahe verwandt ist mit der Textesgestalt in den sog. hexaplarischen Handschriften, dem Marchalianus, dem Chisianus und der syrischen Hexapla, und ich habe, zum Theil auch noch auf anderweitige Indicien gestützt, diese Verwandtschaft in der Weise zu erklären versucht, daß der Vaticanus ein mit großer Umsicht und verhältnissmäßig schon in sehr früher Zeit angefertigter Auszug aus der in Caesarea aufbewahrten Hexapla des Origenes sei, welcher beabsichtigte, aus dieser Recension die ursprüngliche Gestalt der LXX herzustellen Ich fügte jedoch gleich damals hinzu, daß ich dieses Resultat nur mit der größten Zurückhaltung geäußert haben wolle, da die Sache erst durch eine sorgfältige Prüfung des ganzen Codex festgestellt werden könne, während ich meine Untersuchungen auf das Buch Ezechiels beschränken mußte.

Trotz ihres aphoristischen Charakters hat bei der grundlegenden Bedeutung des Vaticanus für die gesammte Bibelkritik diese meine Hypothese vielfach Interesse und Beachtung gefunden. Kürzlich hat in der „Academy" vom 24. Dec. 1887 auch der englische Meister der neutestamentlichen Textkritik, Hort, sich über dieselbe geäußert, und zwar in ablehnender Weise. Der Widerspruch eines Mannes wie Hort mußte mir Veranlassung sein, bald möglichst die Frage einer weiteren und schärferen Prüfung zu unterziehen, und diese hat mich zu der Einsicht geführt, daß jene von mir aufgestellte Hypothese in der That eine irrige war. Ich halte es für Pflicht, einen als solchen erkannten Irrthum sofort offen einzugestehn, um so mehr, wenn die Gefahr nicht ausgeschlossen ist, daß durch unser Irren auch andere irre geleitet werden könnten.

Der durchschlagende Gegengrund, an welchem meine Hypothese scheitert, ist, wie ich das schon damals hätte einsehen können und müssen, die Schreibung der hebräischen Eigennamen im Vaticanus. Es ist bekannt, daß Origenes bei der von ihm veranstalteten „Recension" des LXXtextes es sich namentlich angelegen sein ließ, die hebräischen Eigennamen in der griechischen Transscription nach derjenigen Gestalt und Aussprache zu corrigieren, welche der hebräische Text seiner Tage ihm darbot, während die ursprüngliche LXX theils freier grăcisierend in der Umschreibung verfuhr, theils vielfach noch eine ältere und ursprünglichere Gestalt der Namen zeigt als der mit unserm jetzigen wesentlich identische hebräische Text zur Zeit des Origenes. Wenn nun der Vaticanus durchweg, und vielfach allein gegen alle übrigen griechischen Handschriften, die von der hebräischen Aussprache abweichende und deßhalb als ur-

sprünglich und echt septuagintamäßig anzusehende Form der hebräischen Eigennamen aufweist, und nicht die durch des Origenes Correctur der spätern hebräischen Aussprache angepaßte Transscription, so ist schon durch diese eine Thatsache positiv bewiesen, daß der Vaticanus nicht von der Recension des Origenes beeinflußt und von ihr abhängig sein kann. Gerade der Ezechieltext bietet hierfür zwei recht lehrreiche Beispiele. In Cap. 47 v. 19 lesen alle hexaplarischen Texteszeugen die nach dem Hebräischen berichtigte Form des Eigennamens *καδης*, der Vaticanus die abweichende und deshalb als ursprünglich anzunehmende *καδημ*. Noch frappanter ist die Stelle Cap. 11 V. 1. Hier bietet uns der massoretische Text einen Eigennamen עזר in defectiver Schreibung, welchen er עֵזֶר punktiert: die hexaplarischen Handschriften dem entsprechend *αζουρ*, der Vaticanus dagegen *εζερ*, wie jeder unbefangene Leser die hebräischen Consonanten vocalisiren würde, und in welcher Aussprache er thatsächlich im Alten Testament wiederholt als Mannesname vorkommt. Zeigt also der Vaticanus gerade in dem Punkt, wo sich die redactionelle Thätigkeit des Origenes recht eigentlich bethätigte, keinerlei Beeinflussung durch dieselbe, so ist er überhaupt von Origenes unabhängig, und damit fällt natürlich auch meine Hypothese.

Wie erklärt sich aber dann die unleugbare und thatsächliche nahe Verwandtschaft des Vaticanus mit der speziell auf Origenes zurückgehenden Textesgestalt der LXX? Hierüber hat Hort am angeführten Orte folgende Vermuthung aufgestellt: The facts suggest that B in the Septuagint was copied from a MS. or MSS. partially akin in text to the MS. or MSS. from which Origen took the fundamental text for the LXX. column of his Hexapla, adapting it to his purpose by „Hexaplaric“ doctorings, interpolations, and accompaniments. Demnach wäre also der Vaticanus nicht eine Copie der Hexapla, sondern cum grano salis die Vorlage derselben. Ich halte nicht mit dem Geständniss zurück, daß diese Hypothese Horts der meinigen gegenüber alle Wahrscheinlichkeit für sich hat, und ziehe demnach die meinige hiermit förmlich zurück, erfreut, in dieser so wichtigen Frage auch durch mein Irren die Erkenntniss der Wahrheit gefördert zu haben — und die Wahrheit ist es ja allein, welche wir suchen, nicht die eigene Ehre.

Königsberg i. Pr. den 21. April 1888.

Ueber das Minimum der Ablenkung durch Prismen optisch zweiaxiger Krystalle.

Von

Th. Liebisch.

Von besonderem Werth für die Bestimmung der Hauptlichtgeschwindigkeiten doppeltbrechender Krystalle durch Prismenbeobachtungen sind diejenigen Fälle, in welchen durch Messung des Minimums der Ablenkung unmittelbar eine oder zwei Hauptlichtgeschwindigkeiten gefunden werden.

Da die beiden Hauptlichtgeschwindigkeiten eines optisch einaxigen Krystalls an einem einzigen beliebig orientirten Prisma durch Beobachtung des Einfallswinkels und des Ablenkungswinkels für eine ordentliche und eine außerordentliche zur Prismenkante parallele Wellenebene vollständig bestimmt werden können, falls die krystallographische Orientirung des Prismas bekannt ist, so ist die Möglichkeit gegeben jene Geschwindigkeiten insbesondere auch durch Beobachtung des Minimums der Ablenkungen der beiden Wellen zu ermitteln. Bemerkenswerth ist hierbei, daß auch für die außerordentliche Welle der zum Minimum der Ablenkung gehörige Einfallswinkel nicht gemessen zu werden braucht. Die Beziehung, welche zwischen den beiden Hauptlichtgeschwindigkeiten des Krystalls, den beiden zur krystallographischen Orientirung des Prismas dienenden Größen, dem Prismenwinkel und dem Minimum der Ablenkung der außerordentlichen Welle besteht, ist allerdings eine Gleichung des zweiten Grades für das Quadrat der Hauptlichtgeschwindigkeit der außerordentlichen Wellen; allein von den beiden Wurzeln kann mit Rücksicht auf die schwache Doppelbrechung der bekannten krystallisirten Körper nur diejenige in Betracht gezogen werden, für welche die zugehörige außerordentliche Welle annähernd parallel zur Halbirungsebene des inneren Prismenwinkels liegt, also Einfallswinkel und Austrittswinkel nahezu einander gleich sind. Die speciellen Fälle, in denen bei dem Minimum der Ablenkung auch die gebrochene außerordentliche Welle zu jener Halbirungsebene genau parallel ist, sind dadurch charakterisirt, daß die Halbirungsgerade des inneren oder des äußeren Prismenwinkels eine optische Symmetrieaxe ist oder daß beides gleichzeitig stattfindet.

Es soll nun im Anschlusse an eine frühere Mittheilung[1]) untersucht werden, in welchen Fällen an Prismen optisch zweiaxiger Krystalle die Beobachtung des Minimums der Ablenkungen zur Berechnung von Hauptlichtgeschwindigkeiten ausreicht, derart, daß die zugehörigen Einfallswinkel nicht gemessen zu werden brauchen.

Bezeichnet man den inneren Prismenwinkel durch A, den Winkel zwischen der Normale einer gebrochenen, zur Prismenkante parallelen Wellenebene, deren Fortpflanzungsgeschwindigkeit $\mathfrak{p}$ ist, und der Halbirungsgeraden des Winkels A durch ψ, ferner den Ablenkungswinkel durch D, so besteht für jedes homogene Mittel die Relation:

$$\mathfrak{p}^2 = m + n \cos 2\psi \tag{1}$$

worin:

$$m = \tfrac{1}{2}\left\{\frac{\cos^2\frac{A}{2}}{\cos^2\frac{A+D}{2}} + \frac{\sin^2\frac{A}{2}}{\sin^2\frac{A+D}{2}}\right\}$$

$$n = \tfrac{1}{2}\left\{\frac{\cos^2\frac{A}{2}}{\cos^2\frac{A+D}{2}} - \frac{\sin^2\frac{A}{2}}{\sin^2\frac{A+D}{2}}\right\}$$

ist. Hierdurch ist die Geschwindigkeit $\mathfrak{p}$ ausgedrückt durch die zu messenden Winkel A, D und durch den Winkel ψ.

Andererseits genügt $\mathfrak{p}$ der Gleichung der Schnittcurve $\mathfrak{P}$ der Wellenfläche mit der Querschnittebene des Prismas und ist auf diese Weise ausgedrückt durch die Hauptlichtgeschwindigkeiten des Krystalls, die zur Orientirung des Prismas gegen die optischen Symmetrieaxen dienenden Größen und den Winkel ψ. Bezeichnet man die Hauptlichtgeschwindigkeiten mit $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$, die optischen Symmetrieaxen mit X, Y, Z, die Richtungen der Prismenkante, der Halbirungsgeraden des äußeren und des inneren Prismenwinkels mit Z', Y', X', ferner die Richtungscosinusse von X', Y', Z' in Bezug auf jene Axen nach dem Schema:

	X	Y	Z
X'	α	β	γ
Y'	α_1	β_1	γ_1
Z'	α_2	β_2	γ_2

1) N. Jahrb. f. Min. 1886, I, 14.

so lautet die Gleichung der Curve $\mathfrak{P}$ in Polarcoordinaten:

$$f(p, \psi) = 0 \tag{2}$$

worin:

$$f(p, \psi) = p^4 - p^2(L\cos^2\psi + L_1\sin^2\psi + 2L_2\cos\psi\sin\psi) + M\cos^2\psi + M_1\sin^2\psi + 2M_2\cos\psi\sin\psi$$

und:

$$\begin{aligned}
L &= (b^2+c^2)\alpha^2 + (c^2+a^2)\beta^2 + (a^2+b^2)\gamma^2\\
L_1 &= (b^2+c^2)\alpha_1^2 + (c^2+a^2)\beta_1^2 + (a^2+b^2)\gamma_1^2\\
L_2 &= (b^2+c^2)\alpha\alpha_1 + (c^2+a^2)\beta\beta_1 + (a^2+b^2)\gamma\gamma_1\\
M &= b^2c^2\alpha^2 + c^2a^2\beta^2 + a^2b^2\gamma^2\\
M_1 &= b^2c^2\alpha_1^2 + c^2a^2\beta_1^2 + a^2b^2\gamma_1^2\\
M_2 &= b^2c^2\alpha\alpha_1 + c^2a^2\beta\beta_1 + a^2b^2\gamma\gamma_1
\end{aligned}$$

Trägt man den Werth von p aus (1) in die Gleichung (2) ein, so erhält man:

$$\text{I.}\quad F(D, \psi) = 0$$

worin:

$$F(D, \psi) = m^2 + n^2\cos^2 2\psi + 2mn\cos 2\psi - (m + n\cos 2\psi)(L\cos^2\psi + L_1\sin^2\psi + L_2\sin 2\psi) + M\cos^2\psi + M_1\sin^2\psi + M_2\sin 2\psi.$$

In dem Falle des Minimums der Ablenkung ist nun $\partial D/\partial\psi = 0$, also:

$$\text{II.}\quad \frac{\partial F}{\partial\psi} = 0,$$

oder:

$$(m + n\cos 2\psi)[(4n - L + L_1)\sin 2\psi + 2L_2\cos 2\psi] - \sin 2\psi[2n(L\cos^2\psi + L_1\sin^2\psi + L_2\sin 2\psi) + M - M_1] - 2M_2\cos 2\psi = 0.$$

Die Lösung der vorliegenden Aufgabe kommt jetzt darauf hinaus den Winkel ψ, zu dessen Bestimmung die Messung des Einfallswinkels erforderlich sein würde, aus den Gleichungen I und II zu eliminiren um auf diese Weise eine zur Berechnung der Hauptlichtgeschwindigkeiten geeignete Relation zwischen diesen letzteren Größen, den zur Orientirung des Prismas dienenden Winkeln, dem Prismenwinkel und dem Minimum der Ablenkung zu gewinnen.

Es ist ersichtlich, daß ein beliebig orientirtes Prisma eines optisch zweiaxigen Krystalls practisch verwerthbare Resultate nicht liefert. Wir wenden uns daher zur Ableitung specieller Fälle.

A. Wenn die Querschnittebene des Prismas eine optische Symmetrieebene ist, zerfällt die Curve $\mathfrak{P}$ in einen Kreis und ein Oval. Die nach der Querschnittebene polarisirte Welle von constanter Geschwindigkeit liefert eine Hauptlichtgeschwindigkeit und die Bestimmung des Minimums der Ablenkung der parallel zur Prismenkante polarisirten Welle von veränderlicher Geschwindigkeit ergiebt eine zuerst von G. G. Stokes aufgestellte Relation zwischen den beiden anderen Hauptlichtgeschwindigkeiten.

Es sei X die Richtung der Prismenkante und $(YX') = (ZY') = \mu$. Alsdann ist:

	X	Y	Z
X'	0	$\cos\mu$	$\sin\mu$
Y'	0	$-\sin\mu$	$\cos\mu$
Z'	1	0	0

und:

$$f(p, \psi) = (p^2 - a^2)[p^2 - b^2\sin^2(\mu+\psi) - c^2\cos^2(\mu+\psi)] = 0.$$

Aus den mit dem zweiten Factor von f gebildeten Gleichungen I und II:

$$m + n\cos 2\psi = \tfrac{1}{2}(b^2 + c^2) - \tfrac{1}{2}(b^2 - c^2)\cos 2(\mu+\psi)$$
$$2n\sin 2\psi = -(b^2 - c^2)\sin 2(\mu+\psi)$$

ergiebt sich jene Relation in der Form:

$$(b^2 - c^2)^2 \sin^2\mu\cos^2\mu = (b^2\sin^2\mu + c^2\cos^2\mu - c^2)(b^2\cos^2\mu + c^2\sin^2\mu - s^2)$$

worin:

$$c = \frac{\cos\frac{A}{2}}{\cos\frac{A+D}{2}}, \quad s = \frac{\sin\frac{A}{2}}{\sin\frac{A+D}{2}}$$

gesetzt ist.

Nimmt der Winkel μ insbesondere die Werthe 0 oder $\pi/2$ an, so findet man aus dem Minimum der Ablenkung der parallel zur Prismenkante polarisirten Welle im ersten Falle die Hauptlichtgeschwindigkeit b, im zweiten Falle den Werth von c.

B. Soll bei dem Minimum der Ablenkung die gebrochene Wellenebene den Winkel A halbiren ($\psi = \pi/2$), also der Einfallswinkel gleich dem Austrittswinkel sein, so muß offenbar die Halbirungsgerade des inneren oder des äußeren Prismenwinkels die Richtung einer optischen Symmetrieaxe haben oder es muß beides

gleichzeitig stattfinden. Dieses Resultat ergiebt sich aus Gleichung II in folgender Weise. Ist $\psi = \pi/2$, so müssen die Richtungscosinusse $\alpha \ldots \gamma_1$ die Bedingung befriedigen:

$$(m-n)L_1 - M_1 = 0$$

oder

$$\alpha\alpha_1 = 0, \quad \beta\beta_1 = 0, \quad \gamma\gamma_1 = 0.$$

Hierin sind drei wesentlich verschiedene Fälle enthalten.

a)
$$\left|\begin{array}{l} \alpha = 1, \quad \beta = 0, \quad \gamma = 0, \\ \alpha_1 = 0, \quad \beta_1 = 1, \quad \gamma_1 = 0. \end{array}\right.$$

Die optischen Symmetriaxen X, Y, Z fallen der Reihe nach mit X', Y', Z' zusammen. Aus I folgt:

$$(s^2 - c^2)(s^2 - a^2) = 0.$$

Wir erhalten also durch Beobachtung des Minimums der Ablenkungen zwei Hauptlichtgeschwindigkeiten. —

b)
$$\left|\begin{array}{l} \alpha = 0, \quad \beta = -\sin\mu, \quad \gamma = \cos\mu, \\ \alpha_1 = 1, \quad \beta_1 = 0 \quad , \quad \gamma_1 = 0 \quad . \end{array}\right.$$

Die Halbirungsgerade des äußeren Prismenwinkels Y' fällt mit einer optischen Symmetrieaxe (X) zusammen; zur vollständigen Orientirung des Prismas dient $(YZ') = (ZX') = \mu$. Da nach I

$$(s^2 - b^2)(s^2 - c^2) = 0,$$

so ergeben sich auch in diesem Falle direct die Werthe von zwei Hauptlichtgeschwindigkeiten. —

c)
$$\left|\begin{array}{l} \alpha = 1, \quad \beta = 0 \quad , \quad \gamma = 0 \quad , \\ \alpha_1 = 0, \quad \beta_1 = \cos\mu, \quad \gamma_1 = -\sin\mu. \end{array}\right.$$

Die Halbirungsgerade des inneren Prismenwinkels X' fällt mit einer optischen Symmetrieaxe (X) zusammen und die Orientirung des Prismas ist gegeben durch $(YY') = (ZZ') = \mu$. Aus I folgt:

$$(s^2 - a^2)(s^2 - b^2\sin^2\mu - c^2\cos^2\mu) = 0.$$

Demnach liefert nur die parallel zur Prismenkante polarisirte Welle eine Hauptlichtgeschwindigkeit, nämlich die constante Geschwindigkeit der Wellen, welche senkrecht zur Halbirungsgeraden des inneren Prismenwinkels polarisirt sind. Die Geschwindigkeit p_μ der zweiten, nach der Querschnittebene des Prismas polarisirten Welle, die beiden anderen Hauptlichtgeschwindigkeiten und der Winkel μ sind durch die Relation:

$$p_\mu^2 = b^2\sin^2\mu + c^2\cos^2\mu$$

verbunden.

Ueber Absorptionsbüschel pleochroitischer Krystalle.

Von

Th. Liebisch.

Zur Auffindung und Beobachtung der im Folgenden zu beschreibenden Absorptionsbüschel pleochroitischer Krystalle wurde ein Mikroskop von R. Fueß benutzt, an welchem Objectivsysteme und Beleuchtungslinsen von hoher numerischer Apertur angebracht werden konnten. Die Beobachtungen wurden zunächst mit Hülfe des Abbe'schen Beleuchtungsapparates von 1,4 und eines Zeiss'schen Objectivs für homogene Immersion von 1,3 num. Apert. angestellt. Da der bedeutende Durchmesser der Beleuchtungslinsen nicht gestattete, ein Nicol'sches Prisma als Polarisator anzuwenwenden, so wurde ein Glasplattensatz eingeschaltet, der sich als völlig ausreichend erwies. Erheblich leistungsfähiger waren für den vorliegenden Zweck Linsensysteme von noch höherer numerischer Apertur, welche im Jahre 1885 von R. Fueß zur Beobachtung von Interferenzerscheinungen doppeltbrechender Krystallplatten im convergenten polarisirten Licht construirt worden sind. Das Objectivsystem besitzt die num. Apert. 1,47. Die Beleuchtungslinsen sind so gewählt, daß ein cylindrischer Nicol von 24 mm Durchmesser zur vollen Ausnutzung ihres Oeffnungswinkels ausreicht[1]). Ihrer Natur nach können diese Systeme nicht mehr zur Betrachtung mikroskopischer Objecte dienen.

Erscheinen die in der oberen Brennebene des Objectivs auftretenden Absorptionsbüschel mit hinreichender Schärfe, so betrachtet man sie zweckmäßig durch ein Hülfsmikroskop; schwache Büschel müssen dagegen mit bloßem Auge beobachtet werden.

---

1) Daß die numerische Apertur des Objectivs den Werth 1,46 noch übersteigt, ergiebt sich auch ohne Zuhülfenahme des Abbe'schen Apertometers aus dem Umstande, daß man mit diesem Mikroskop an Platten von Anhydrit, deren Begrenzungsebenen senkrecht zur zweiten Mittellinie stehen, die Spuren der optischen Axen unweit des Randes des Gesichtsfeldes erblickt. Nun sind am Anhydrit von Hallein nach Danker (N. Jahrb. f. Min. Beil. Bd. IV, 274, 1886) die Hauptbrechungsverhältnisse für Na-Licht: $\alpha=1{,}56962$, $\beta=1{,}57553$, $\gamma=1{,}61362$. Folglich ist, wenn V den halben wahren Winkel der optischen Axen bedeutet, $\beta \cos V=1{,}4618$. Ein Polarisationsapparat für convergentes Licht wird demnach nur dann den Austritt der optischen Axen an jenen Anhydritplatten zu beobachten gestatten, wenn die numerische Apertur seiner Linsensysteme den Werth 1,4618 überschreitet.

Optisch einaxige Krystalle.

Turmalin.

W. Voigt[1]) hat in seiner Theorie der Erscheinungen, welche planparallele Platten absorbirender Krystalle im convergenten Lichte darbieten, auch die durch den Turmalin repräsentirte Klasse optisch einaxiger Krystalle behandelt, in welcher der mit der Fortpflanzungsrichtung veränderliche Absorptionsindex der außerordentlichen Wellen kleiner ist als der constante Absorptionsindex der ordentlichen Wellen. Nach dieser Theorie besitzen Platten, deren Begrenzungsebenen senkrecht zur optischen Axe stehen, folgende Eigenschaften.

Fällt natürliches Licht ein, so erblickt man bei der Betrachtung mit bloßem Auge einen dunklen Fleck in der Richtung der Axe. Durchschreitet das Licht nach dem Austritt aus der Platte einen Analysator, so tritt ein Absorptionsbüschelpaar parallel zur Polarisationsebene des Analysators hinzu. Befindet sich die Platte zwischen zwei polarisirenden Vorrichtungen, so erscheinen zwei dunkle Büschelpaare parallel zu den Polarisationsebenen von Polarisator und Analysator, während in der Richtung der optischen Axe nach wie vor Dunkelheit herrscht.

Ém. Bertrand, der zuerst Absorptionsbüschel an optisch einaxigen Krystallen wahrgenommen hat, bemerkt[2]), daß er am Turmalin, an scheinbar optisch einaxigem Glimmer und am Pennin dunkle Flecke in der Richtung der optischen Axe beobachten konnte, wenn basische Platten gegen die Richtung des einfallenden Lichtes geneigt wurden. Allein das Auftreten von Absorptionsbüscheln im polarisirten Licht wird von ihm nicht näher beschrieben. Insbesondere scheint ihm die Verschiedenheit in dem Verhalten der beiden, durch Magnesiumplatincyanür und Turmalin repräsentirten Klassen optisch einaxiger Krystalle, auf welche W. Voigt in seiner theoretischen Untersuchung aufmerksam gemacht hat, entgangen zu sein. Denn am Schluß seiner Mittheilung findet sich die unzutreffende Angabe, daß Pennin, Biotit, Alurgit, u. s. w. im convergenten polarisirten Licht dieselbe Erscheinung wie Magnesiumplatincyanür zeigen.

Um am Turmalin Absorptionsbüschel aufzufinden, muß man

---

1) W. Voigt: Zur Theorie der Absorption des Lichts in Krystallen. Nachr. d. K. Ges. d. Wiss. Göttingen 1884, 337. Wiedem. Ann. 1885, **23**, 577. — Erklärung der Farbenerscheinungen pleochroitischer Krystalle. N. Jahrb. f. Min. 1885, I, 119.

2) Ém. Bertrand: Note sur les houppes que présentent les cristaux à un axe optique. Bull. soc. min. de France. 1879, II, 67—70.

stark convergentes Licht anwenden, wie es die auf S. 202 beschriebenen Vorrichtungen gewähren. Alsdann lassen sich schon an Dünnschliffen dunkelfarbiger Turmaline die Ergebnisse der Voigt'schen Theorie in vollem Umfange bestätigen.

Ich habe Schliffe eines in der Richtung der Axe dunkelblau durchscheinenden Turmalins von Alabaschka und eines im Centrum blau, am Rande blaugrau durchscheinenden Turmalins von Snarum benutzt.

An Schliffen senkrecht zur optischen Axe bemerkt man im natürlichen Lichte deutlich eine Aufhellung am Rande des Gesichtsfeldes. Im geradlinig polarisirten Licht tritt parallel zur Polarisationsebene $\mathfrak{P}$ des Polarisators am Rande des Gesichtsfeldes ein Büschelpaar auf, welches sich nach dem weniger dunklen centralen Fleck hin erweitert.

Schaltet man einen Analysator ein, dessen Polarisationsebene mit $\mathfrak{A}$ bezeichnet werden möge, so ist in der Stellung, wo die Ebenen $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{A}$ einander parallel laufen, die Intensität des Lichtes in den beiden Armen des Kreuzes, welches das System der Ringsegmente durchschneidet, ungleich; denn mit dem zu $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{A}$ parallelen Arme deckt sich ein Absorptionsbüschelpaar. In dem anderen Arme ist die Aufhellung nach dem Rande des Gesichtsfeldes hin deutlich zu sehen.

Dreht man den Analysator, so treten zwei Paare von Büscheln parallel zu den Ebenen $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{A}$ auf.

Da die Absorptionsbüschel an basischen Platten erst im stark convergenten Licht und nur an der Peripherie des Gesichtsfeldes wahrgenommen werden können, liegt es nahe, die Erscheinung an Platten, die zur optischen Axe geneigt sind, weiter zu verfolgen.

Schliffe nach einer Fläche des Rhomboëders R bieten im natürlichen Lichte einen auffallenden Contrast der Färbung in der durch den Hauptschnitt des Schliffes gegebenen Richtung dar. Derjenige Theil des Gesichtsfeldes, welcher der Spur der optischen Axe am nächsten liegt, wird von einem blauen oder blaugrauen Fleck erfüllt, der am Rande des Feldes am dunkelsten ist und allmählig in die violetgraue Färbung der gegenüberliegenden Seite verläuft.

Läßt man polarisirtes Licht einfallen und dreht man die Platte in ihrer Ebene, so tritt, wenn der Hauptschnitt der Platte zur Polarisationsebene $\mathfrak{P}$ des Polarisators parallel steht, in dem der Spur der optischen Axe abgewendeten Theile des Gesichtsfeldes ein sehr scharf ausgeprägter Absorptionsbüschel parallel zur Ebene $\mathfrak{P}$ hervor, welcher nach dem gegenüberliegenden dunklen Fleck

hin breiter und schwächer wird. Der Büschel folgt einer Drehung der Platte aus dieser Stellung und tritt erst vollständig aus dem Gesichtsfeld heraus, wenn der Betrag der Drehung ca. 45° nach der einen oder der anderen Seite überschreitet. Liegt der Hauptschnitt der Platte senkrecht zu $\mathfrak{P}$, so ist die Färbung des Gesichtsfeldes dieselbe wie bei dem Einfall natürlichen Lichtes.

Wird ein drehbarer Analysator eingeschaltet, so beobachtet man je nach den Winkeln, welche der Hauptschnitt der Platte mit den Polarisationsebenen $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{A}$ bildet, zwei Büschel, einen Büschel oder ein von Büscheln freies Gesichtsfeld. Der letzte Fall tritt ein, wenn $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{A}$ senkrecht zum Hauptschnitt stehen. — Zur Beobachtung dieser Erscheinungen empfiehlt es sich etwas dickere Schliffe zu benutzen, damit die Ringsysteme auf dem um die Spur der optischen Axe ausgebreiteten dunklen Fleck nicht zum Vorschein kommen.

Platten, deren Begrenzungsebenen parallel zur optischen Axe liegen, zeigen im natürlichen Lichte auf dunkelblauem Felde einen hellvioletgrauen, zur Axe senkrechten Streifen. Das Gesichtsfeld erfährt keine Veränderung, wenn polarisirtes Licht einfällt, und die Platte in die Stellung gebracht wird, daß die Richtung der optischen Axe auf der Polarisationsebene $\mathfrak{P}$ senkrecht steht. Dagegen erscheint die ganze Platte dunkel, wenn der Hauptschnitt derselben zu $\mathfrak{P}$ parallel läuft, da alsdann ein Büschelpaar auf jenen Streifen fällt. Dreht man nun die Platte ein wenig aus dieser Lage, so bemerkt man sofort die auseinander tretenden Büschel auf dem helleren Streifen.

Pennin.

Demselben Typus gehört der Pennin an. Basische Spaltungsplatten des Pennin von Zermatt zeigen im Centrum des Gesichtsfeldes einen grünen Fleck und am Rande ein röthlich gelbes Feld. Fällt polarisirtes Licht ein, so erscheint ein dunkelgrünes Büschelpaar in der Richtung der Ebene $\mathfrak{P}$. Noch deutlicher bieten Schliffe nach einer Fläche des Rhomboëders R die Erscheinung eines dunkelgrünen Büschels auf röthlichgelbem Felde dar.

Optisch zweiaxige Krystalle.

Unter den optisch zweiaxigen Krystallen sind, wie W. Haidinger erkannt hat[1]), ebenfalls zwei Typen zu unterscheiden,

1) W. Haidinger: Pleochroismus an einigen zweiaxigen Krystallen in neuerer Zeit beobachtet. Sitzungsber. Wien. Akad. Math. naturw. Cl. 1854, 13, 316. — A. Bertin: Sur les cristaux idiocyclophanes. Ann. chim. phys. 1878, (5) 15, 396. Zeitschr. f. Kryst. 1879, 3, 449. — W. Voigt a. a. O.

welche durch folgende Eigenschaften charakterisirt sind. Fällt geradlinig polarisirtes Licht auf eine Platte aus einem Krystall des ersten Typus, deren Begrenzungsebenen annähernd senkrecht zu einer optischen Axe stehen, so erblickt man, wenn die Polarisationsebene $\mathfrak{P}$ parallel zur Ebene der optischen Axen liegt, dunkle Büschel normal zur Ebene der optischen Axen und ein helles, dieser Ebene paralleles Feld; steht dagegen die Ebene $\mathfrak{P}$ senkrecht zur Ebene der optischen Axen, so erscheinen dunkle Büschel sowohl normal als parallel zur Ebene der optischen Axen, die Spur der Axe selbst ist dunkel. Eine Platte aus einem Krystall des zweiten Typus verhält sich, falls die Ebene der optischen Axen parallel resp. senkrecht zur Polarisationsebene des Polarisators liegt, ebenso wie eine Platte des ersten Typus, wenn die Ebene der optischen Axen senkrecht resp. parallel zur Ebene $\mathfrak{P}$ ist.

Während die Mehrzahl der bisher über Absorptionsbüschel optisch zweiaxiger Krystalle angestellten Beobachtungen sich auf Platten bezieht, deren Normalen nur wenig gegen eine optische Axe geneigt sind, gestattet der oben beschriebene Apparat Platten von beliebiger Richtung zu benutzen, insbesondere solche, deren Begrenzungsebenen einer optischen Symmetrieebene parallel laufen. So überblickt man den bogenförmigen Verlauf der Büschel von einer optischen Axe zur anderen an Platten von Andalusit (1. Typus) und Cordierit (2. Typus), welche senkrecht zur ersten Mittellinie stehen. Dasselbe gilt für Platten von Epidot (2. Typus) senkrecht zur ersten oder zur zweiten Mittellinie, an denen man gleichzeitig die Verschiedenheit des Verhaltens der Büschel an den beiden Axen constatiren kann.

Es soll in dem Folgenden auf einige weitere Beispiele hingewiesen werden, deren ausführliche, von Abbildungen begleitete Beschreibung einem anderen Orte vorbehalten bleibt.

Für den ersten Typus war bisher nur ein Repräsentant in dem Andalusit bekannt. Diesem Mineral schließen sich an: Anomit, Vivianit, Kobaltblüthe, Hornblende, Titanit.

Anomit.

An Spaltungsblättchen von Muscovit (ich benutzte solche von Monroe, Orange Co., New York und Acworth, New Hampshire) überzeugt man sich von der Richtigkeit der Bertin'schen Angabe, daß diese Substanz dem zweiten Typus angehört. Dagegen bietet der Anomit von Nertschinsk, bei dem bekanntlich wie am Muscovit die Ebene der optischen Axen senkrecht zum Leitstrahl

der Schlagfigur steht, ein Beispiel für den ersten Typus dar. In Uebereinstimmung mit dem Verhalten der Büschel im polarisirten Licht steht die Thatsache, daß von den beiden in der Richtung der Normale des Spaltblättchens sich fortpflanzenden ebenen Wellen die parallel zur Ebene der optischen Axen polarisirte Welle weniger stark absorbirt wird als die nach dem Leitstrahl polarisirte Welle.

Vivianit.

Ein von Haidinger benutztes Hülfsmittel zur Prüfung der Absorption nach allen verschiedenen Richtungen bestand darin, daß er aus dem zu untersuchenden Krystall eine Kugel schleifen ließ. Auf diese Weise beobachtete er die Büschel im Andalusit [1]). Bezüglich des Vivianit bemerkte er [2]): „Eine Kugel von Vivianit würde die Erscheinung der hellen Büschel mit den begleitenden dunkelblauen Räumen in der Richtung der optischen Axen mit größter Schönheit wahrnehmen lassen. Schade, daß diese Substanz eine so geringe Härte besitzt.“ Unser Apparat gestattet unmittelbar an Spaltblättchen nach (010) den Austritt der optischen Axen, also auch die Absorptionsbüschel zu beobachten. Platten von ca. 2 mm Dicke aus Vivianit von St. Agnes in Cornwall zeigen scharf ausgeprägte dunkelblaue Büschel in hellblauem Felde und gehören nach ihrem Verhalten im polarisirten Lichte dem ersten Typus an. Benutzt man das Zeiß'sche Objectivsystem von 1,3 num. Apert., so fallen die Spuren der optischen Axen eben noch auf den Rand des Gesichtsfeldes.

Kobaltblüthe.

Auch die mit dem Vivianit isomorphe Kobaltblüthe gewährt ein Beispiel für den ersten Typus. An Spaltblättchen nach (010) von der Grube Daniel bei Schneeberg in Sachsen erblickt man phirsichblüthrothe Büschel auf hellerem Felde.

Hornblende.

Schwarze Hornblende aus Basalttuff Böhmens, welche in Schliffen nach dem zur ersten Mittellinie nahezu senkrechten Orthopinakoid (100) die Spuren der optischen Axen im Gesichtsfelde zeigt, bietet dunkelrothbraune Absorptionsbüschel auf hellgelblichbraunem Felde mit einer Schärfe dar, welche der analogen Erscheinung am brasilianischen Andalusit nur wenig nachsteht. Da auch in den

1) W. Haidinger: Ueber den Pleochroismus der Krystalle. Abh. böhm. Ges. d. Wiss. 1845, (5) 3. Pogg. Ann. 1845, 65, 16.

2) W. Haidinger: Pogg. Ann. 1845, 65, 28.

leicht herzustellenden Schliffen nach einer Fläche des Spaltungsprismas (110) die optischen Axen austreten, eignet sich dieses Mineral ganz besonders zur Beobachtung der Büschel.

Titanit.

An grünen Sphenkrystallen habe ich in Folge ihres schwachen Pleochroismus Absorptionsbüschel nicht wahrnehmen können. Dagegen zeigen Krystalle von durchsichtigem braunem Sphen, welche, wie ich vermuthe, vom Rothenkopf im Zillerthal stammen, scharf ausgeprägte rothbraune Absorptionsbüschel auf gelbem Felde.

Das Interferenzbild, welches eine Platte nach (001) zwischen gekreuzten Nicols hervorruft, enthält die Spuren der ersten Mittellinie M und derjenigen optischen Axe A, welche in den spitzen Winkel zwischen der Normale von (001) und M fällt. Nach Ausschaltung des Analysators beobachtet man, wenn die Ebene der optischen Axen parallel zur Polarisationsebene des Polarisators liegt, bei A ein rothbraunes Büschelpaar $\mathfrak{BB}$, dessen Scheitelpunkte einen etwas größeren Abstand von einander besitzen als ihn die vorher beschriebenen Substanzen darbieten. Das Feld $\mathfrak{F}$ des Gesichtsfeldes, welches der Spur von A gegenüberliegt, ist hellgelb. Dreht man nun die Platte in ihrer Ebene um 90°, so wird $\mathfrak{F}$ von einem dunkelrothbraunen Büschel B eingenommen, im übrigen ist das Gesichtsfeld gelb.

Bemerkenswerth sind die Absorptionserscheinungen an Zwillingen nach (001). Betrachten wir zuvörderst den Fall, in welchem einer der beiden zum Zwilling verbundenen Krystalle in der Richtung der Normale der Zwillingsebene, der gleichzeitig die Begrenzungsebenen der Platte parallel sind, sehr dünn ist.

I. Der Platte sei auf dem Objectträger die Lage ertheilt, daß sich die dünnere Lamelle oben befindet. In den Absorptionserscheinungen, welche durch alleinige Anwendung des Analysators hervorgerufen werden, läßt sich ein Unterschied gegenüber dem Verhalten einer einfachen Platte nicht wahrnehmen. Allein zwischen gekreuzten Nicols ist der Anblick des Interferenzbildes in auffallender Weise verschieden, je nachdem die Ebene der optischen Axen (MA) zur Polarisationsebene des Polarisators ($\mathfrak{P}$) oder des Analysators ($\mathfrak{A}$) parallel läuft. In der ersten Stellung treten die von einem schwarzen Kreuz durchschnittenen isochromatischen Curven der dünneren Lamelle auf dem hellen Felde $\mathfrak{F}$ des vorherrschenden Krystalls auf. Dagegen fallen in der zweiten Stellung die von einem hellen Kreuz durchschnittenen isochromatischen Curven der dünneren Lamelle in das Gebiet des

dunklen Büschels *B* der dickeren Platte. In beiden Stellungen liegen die Arme des Kreuzes parallel zu $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{A}$.

Daß in der zweiten Stellung die isochromatischen Curven und Isogyren der dünneren Lamelle auftreten, wie sie an einer einfachen Platte zwischen parallelen Nicols beobachtet werden, ist durch die Absorption des Lichtes in der dickeren Lamelle bedingt. Denn in unseren Platten werden von den in der Ebene der optischen Axen fortgepflanzten Wellen die senkrecht zu dieser Ebene polarisirten Wellen stärker absorbirt als die parallel zu ihr polarisirten. Demnach werden, falls die Ebene der optischen Axen senkrecht zu $\mathfrak{P}$ steht, die aus der dickeren Lamelle austretenden und nach $\mathfrak{A}$ polarisirten Wellen mit überwiegender Intensität auf die dünnere Lamelle auffallen.

II. Liegt die dünnere Lamelle unten, so treten neben den Absorptionsbüscheln der dickeren Lamelle die von der dünneren Lamelle hervorgerufenen isochromatischen Curven und Isogyren auch ohne Anwendung eines Analysators in großer Schönheit hervor. Sie entsprechen den Erscheinungen, welche an einer einfachen Platte zwischen parallelen oder zwischen gekreuzten Nicols beobachtet werden, je nachdem die Ebene der optischen Axen parallel oder senkrecht zur Polarisationsebene $\mathfrak{P}$ liegt. Die in einfallendem weißen Lichte sichtbaren Curven erfüllen in der ersten Stellung der Platte das durch die dickere Lamelle hervorgerufene helle Feld $\mathfrak{F}$; in der zweiten Stellung beschränken sie den Büschel *B* der dickeren Lamelle auf einen centralen braunen Fleck. Dieses Verhalten beruht offenbar wieder auf der absorbirenden Wirkung der dickeren Lamelle.

Schaltet man jetzt den Analysator ein, so wird die Beschaffenheit der isochromatischen Curven und der Isogyren der dünneren Lamelle dadurch gar nicht geändert. Demnach unterscheidet man zwischen gekreuzten Nicols die erste Lage der Platte von der zweiten in folgender Weise. Die isochromatischen Curven und die Isogyren der dünneren Lamelle haben die Beschaffenheit, welche für eine einfach brechende Platte zwischen parallelen (resp. gekreuzten) Nicols charakteristisch ist, wenn die Ebene der optischen Axen in der ersten Lage senkrecht (resp. parallel) und in der zweiten Lage parallel (resp. senkrecht) zur Polarisationsebene des Polarisators verläuft.

Wird der Zwilling von zwei nahezu gleich dicken Lamellen gebildet, so erblickt man nach Ausschaltung des Analysators, falls die Ebene der optischen Axen parallel $\mathfrak{P}$ ist, an der Spur derjenigen optischen Axe *A*, welche der unteren Lamelle angehört, ne-

ben einem rothbraunen Büschelpaar 𝔅𝔅 die isochromatischen Curven und die Isogyren, welche eine einfache Platte zwischen parallelen Nicols zeigen würde; die Spur der optischen Axe ist also hell.

Liegt dagegen die Ebene der optischen Axen senkrecht zu 𝔓, so treten um A herum die isochromatischen Curven und die Isogyren in der Gestalt auf, welche eine einfache Platte zwischen gekreuzten Nicols darbieten würde; die Spur der Axe A ist demnach dunkel. Das Gesichtsfeld wird erfüllt von einem zur Ebene der optischen Axen parallelen, bei A eingeschnürten und jenseits des Centrums sich erweiternden rothbraunen Büschel B und einem zu jener Ebene senkrechten Büschelpaar, welches die Spur der zur unteren Lamelle gehörenden Mittellinie M enthält, derart, daß nur zwei kleine gelbe Felder übrig bleiben, welche an A symmetrisch zur Ebene MA liegen.

Zwischen gekreuzten Nicols unterscheiden sich die Interferenzbilder, welche man in der ersten und der zweiten Stellung der Platte erhält, durch folgende Merkmale. Liegt die Ebene der optischen Axen parallel 𝔓, so treten die für den Sphen charakteristischen lebhaft gefärbten Interferenzcurven an der Spur der zur oberen Lamelle gehörenden Axe A in dem hellen, dem Büschelpaar 𝔅𝔅 gegenüberliegenden Felde 𝔉 auf. Dagegen decken sich, wenn die Ebene der optischen Axen senkrecht zu 𝔓 ist, die um A liegenden Curven mit dem Büschel B, während die Spur der Axe A von farbigen Curven umgeben erscheint.

Göttingen, April 1888.

Ueber die elektrolytische Leitung des Bergkrystalls.

Von

E. Warburg, corr. Mitgliede, und **F. Tegetmeier.**

§ 1. Vor Kurzem[1]) haben wir gezeigt, daß eine senkrecht zur Hauptaxe geschnittene Platte aus Bergkrystall, deren Endflächen durch Belegungen von Gold oder Graphit leitend gemacht sind, unter längerer Einwirkung einer nach der Hauptaxe gerichteten großen elektromotorischen Kraft bei etwa 230° eine permanente Veränderung erleidet: die Platte büßt dabei das elektrische Leitungsvermögen, welches sie im frischen Zustande besitzt, bis auf einen sehr kleinen Theil ein. In Richtungen senkrecht zur

1) Wied. Ann. 32, 447. 1887.

Hauptaxe erweist sich der Bergkrystall auch bei höherer Temperatur als ausgezeichneter Isolator[1]).

Durch Abschleifen einer 0mm 05 dicken Schicht von den Endflächen der permanent veränderten, senkrecht zur Hauptaxe geschnittenen Platte wurde der ursprüngliche Zustand nicht wieder hergestellt; die permanente Veränderung betraf also das Innere des Quarzes.

§ 2. Wir haben seitdem zunächst untersucht, ob zugleich mit dem Leitungswiderstand auch andere Eigenschaften des Quarzes (optische, pyroelektrische) eine permanente Veränderung erfahren, aber keine solche Veränderung nachweisen können.

Darauf suchten wir zu ermitteln, ob die permanente Veränderung sich auf die ganze Masse der Quarzplatte erstrecke oder nicht. Es wurden dazu von einer permanent veränderten Quarzplatte Schichten durch Abschleifen abgetragen und der Leitungswiderstand stets bei derselben Temperatur untersucht. Dabei ergab sich, daß man von der Seite, an welcher der die permanente Veränderung erzeugende Strom ausgetreten war und welche die Kathodenseite heißen mag, Schichten bis zu 0mm 2 dick fortnehmen konnte, ohne von der permanenten Veränderung einen Theil rückgängig zu machen. Trug man aber von der Anodenseite dickere und dickere Schichten ab, so nahm das Leitungsvermögen mehr und mehr zu, ohne allerdings, trotz der dabei eingetretenen Verdünnung der Platte, den ursprünglichen Werth zu erreichen.

§ 3. Diese Versuche führten auf die Vermuthung, daß die permanente Veränderung durch eine elektrolytische Leitung des Bergkrystalls in der Richtung seiner Hauptaxe und eine damit verbundene Bildung einer schlecht leitenden Schicht an der Anodenseite herbeigeführt sei. Um die Bildung jener vermutheten schlecht leitenden Schicht zu verhüten, wandten wir als Belegung auf der Anodenseite Natriumamalgam an. Auf die an der Kathodenseite mit Gold belegte Platte wurde dazu ein abgeschliffener beschwerter Glascylinder gestellt und in diesen Natriumamalgam gefüllt, welches mit Paraffin bedeckt war. Als der Strom in der Richtung vom Natriumamalgam zum Goldblatt geleitet wurde, zeigte sich in der That, daß die Abnahme der Stromstärke, mithin die Bildung der schlecht leitenden Schicht fortfiel; es konnte so bei einer Potentialdifferenz von einigen hundert Volts per Millimeter beliebig lange ein Strom durch den Quarz in der Richtung der Hauptaxe geschickt werden, welcher 1—2 Milligramm Silber in

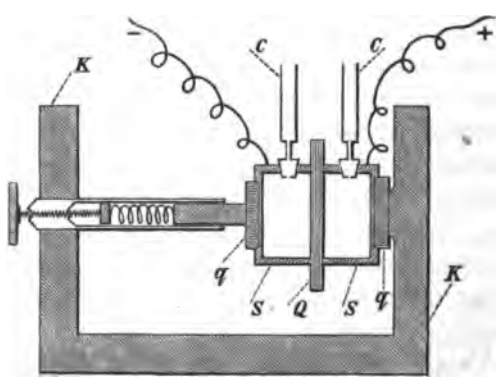
2) Ein Unterschied zwischen dem || und ⊥ zur Hauptaxe bestehenden Leitungsvermögen wurde bei gewöhnlicher Temperatur schon von J. Curie bemerkt. C. R. 180, 930. 1886.

der Stunde ausschied. Wurde anstatt des Natriumamalgams Quecksilber angewandt, so trat die permanente Veränderung wie früher ein. Auch bei Anwendung von Kaliumamalgam als Anode nahm die Stromstärke fortwährend, wenn auch langsamer, als beim Quecksilber ab und es scheint, daß die Wirkung des benutzten Kaliumamalgams nur dem Natriumgehalt desselben zuzuschreiben ist. Auf das Isolationsvermögen einer zur Axe parallelen Platte hat die Natur der Belegung selbstverständlich keinen Einfluß.

§ 4. Es wurde nun mit Natriumamalgam als Anode bei etwa 250° drei Tage lang ein Strom durch eine senkrecht zur Axe geschnittene Platte hindurchgeschickt. Nach Ablauf dieser Zeit fanden sich 88 ^{mgr} Silber im eingeschalteten Silbervoltameter vor und es wurde jetzt untersucht, was für ein Stoff an der Kathode ausgeschieden war. Es konnte dort nur Natrium nachgewiesen werden, so daß hiernach durch elektrolytische Leitung Natrium durch den Quarz in der Richtung seiner krystallographischen Hauptaxe hindurchgewandert war.

Bei Anwendung von Kaliumamalgam als Anode nahm der Strom in 40 Stunden auf den hundertsten Theil seines Anfangswerthes ab; es waren nur 2 ^{mgr} Silber ausgeschieden, Kalium konnte an der Kathodenseite auch spectral-analytisch nicht nachgewiesen werden.

§ 5. Um die Menge des den Quarz in der Richtung der Hauptaxe durchwandernden Natriums zu bestimmen, gaben wir dem Apparat eine andere Form.



½ nat. Gr.

Die senkrecht zur Hauptaxe geschnittene vertikale Quarzplatte Q wurde in einer stählernen Klemmschraube K zwischen zwei cylindrische Stahlgefäße S festgeklemmt, welche mit Paraffin gefüllte Cuvetten C,C trugen; das Paraffin hinderte die Verdampfung des Quecksilbers und hielt den Luftzutritt ab. Die Zuleitungsdrähte für den Strom waren an die Stahlgefäße angelöthet. Um die letztern von der Klemme K völlig zu isoliren, schalteten wir zwei parellel zur Axe geschnittene, 5 mm dicke Quarzplatten q,q ein; dieselben isolirten in der Hitze (250°) so gut, daß der Apparat eine elektrostatische Ladung, welche den Blättern eines unempfindlichen Goldblattelektroskops eine Divergenz von 100° ertheilte, ausgezeichnet gut hielt. Das der Anodenseite anliegende Stahlgefäß wurde mit $^1/_3$procentigem Natriumamalgam, das andere mit reinem Quecksilber gefüllt und der Apparat in einem Luftbade auf der gewünschten Temperatur (etwa 230°) gehalten. Den Strom lieferte ein 400—1000gliedriger Accumulator, in dessen Kreis ein elektrolytischer Leitungswiderstand von etwa 1 Million S. E. aufgenommen war. Die auf den Quarz wirkende elektromotorische Kraft betrug dabei einige hundert Volts per Millimeter. In den Stromkreis waren zwei Silbervoltameter, das eine vor, das andere hinter dem Quarze, eingeschaltet; um ein Ueberwachsen des Silbers von der Kathode zur Anode zu verhüten, erwies es sich bei der langen Dauer der Versuche als nothwendig, die Anode aus Silber in ein besonderes Glasgefäß zu stellen und dieses durch ein Heberrohr mit dem als Kathode dienenden Platintiegel zu verbinden; die beiden Silbervoltameter differirten in der Regel um nicht mehr, als 1 Decimilligramm. Um die durch den Apparat hindurchgegangene Elektricitätsmenge in jedem Augenblick beurtheilen zu können, schalteten wir außerdem ein Wasserstoffvoltameter ein. Nachdem eine genügende Silbermenge abgeschieden war, wurde der Natriumgehalt des kathodischen Quecksilbers bestimmt. Dazu wurde dasselbe mit heißem Wasser ausgezogen, diesem das Waschwasser, mit welchem die Kathodenseite der Platte gespült war, beigegeben, mit Salzsäure neutralisirt, zur Trockne eingedampft und das Natrium als NaCl bestimmt. Um die Reinheit des letzteren zu prüfen, wurden 0ᵍ1774 der Substanz in schwefelsaures Salz übergeführt und dessen Menge zu 0ᵍ2130 gefunden, welche von der unter Voraussetzung reinen NaCl's berechneten (0ᵍ2153) nur um 0ᵍ0023 oder 1% abweicht.

§ 6. Die folgende Tabelle enthält die Resultate einiger derartiger Versuche.

Nr. d. Versuchs	Dauer d. Versuchs in Stunden	Dicke d. Platte in Millimeter	Gewicht d. Platte	Gewichtsabnahme d. Platte durch d. Versuch	Ag in Grammen	Na gefunden	Na berechnet	Differenz	Differenz in Procenten
			g	g	g	g		g	
1	64	2,00	4 7497	0,0023	0,0777	0,0174	0,0166	+ 0,0008	+ 4,6
2	48	1,90	4,9705	0,0009	0,0807	0,0177	0,0172	+ 0,0005	+ 2,8
3	65	1,55	3,6448	0,0012	0,1103	0,0257	0,0235	+ 0,0022	+ 8,5
4	85	1,50	2,8198	0,0003	0,0856	0,0172	0,0183	— 0,0011	— 6,4
5	229	1,52	4,0542	0,0008	0,2375	0,0517	0,0507	+ 0,0010	+ 1,9

Die Gewichtsabnahme des Quarzes ist sehr klein, ohne Beziehung zur abgeschiedenen Silbermenge und rührt wohl davon her, daß das Natriumamalgam nicht frei von Na OH in den Apparat gebracht wurde. In der That erleidet der Quarz eine sehr bedeutende Gewichtsabnahme, wenn er unter Luftzutritt in der Hitze der Wirkung des Natriumamalgams ausgesetzt wird. Man kann daher behaupten, daß der elektrolytische Vorgang das Gewicht des Quarzes ungeändert läßt. Weiter ist das in dem kathodischen Quecksilber gefundene Natrium äquivalent dem ausgeschiedenen Silber. Die gefundenen Abweichungen vom Aequivalentverhältniß entsprechen in den Versuchen Nro. 1—4 zwar nur 0.g0005—0,g0022, diese machen aber hier bis zu 8% des berechneten Werthes aus. Wir haben daher zu größerer Sicherheit noch den Versuch Nr. 5 angeschlossen, in welchem 10 Tage hindurch eine Quarzplatte der Elektrolyse unterworfen und so eine größere Natriummenge erhalten wurde. Die gefundene Abweichung vom Aequivalentverhältniß entspricht 0g0010, d. i. hier nur 2% des berechneten Werthes und es ist damit die oben ausgesprochene Behauptung bewiesen.

§ 7. Daß Natrium auf elektrolytischem Wege den Quarz in der Richtung der Hauptaxe durchdringt, erscheint auf den ersten Blick sehr auffällig und man könnte geneigt sein, eine Beförderung des Natriums durch Sprünge im Quarz anzunehmen. In der That bilden sich zuweilen sichtbare Sprünge theils durch unvorsichtiges Erwärmen, theils durch elektrische Durchschlagung bei Anwendung zu hoher Potentialdifferenzen. Durch die Sprünge hindurch kann entweder, indem Quecksilber in dieselben eindringt, metallische Leitung stattfinden; dies erkennt man sofort daran, daß das Elektroskop keinen Potentialunterschied zu beiden Seiten des Quarzes anzeigt. Oder es kann durch das Gas in den Sprüngen leuchtende Entladung hindurchgehen, was man sieht und an dem Geräusch im eingeschalteten Telephon hört. Keines von beiden fand bei den oben verzeichneten Versuchen statt. Obgleich nun

durch den Nachweis des Aequivalentverhältnisses zwischen den gleichzeitig ausgeschiedenen Natrium und Silbermengen eine andere, als die elektrolytische Leitung ausgeschlossen zu sein scheint, so hielten wir es doch nicht für überflüssig, über die Wirkung eines Sprunges ein besonderes Experiment zu machen. Dazu wurde eine Platte benutzt, welche behufs Anstellung eines Aequivalentversuchs an einem Abend in den Stromkreis eingeschaltet worden war. Am andern Morgen ergab sich, daß der Quarz gesprungen war und metallische Leitung durch ihn hindurch statt fand; es waren 4^{cc} Wasserstoff entwickelt. Der Strom blieb nun weitere 24 Stunden geschlossen, nach Ablauf deren 12^{cc} Wasserstoff im Voltameter vorhanden waren. Das Silbervoltameter ergab 0^{g}1063 Ag, denen 0^{g}0227 Na äquivalent sind. Es fanden sich aber nur 0^{g}0047 Na in dem kathodischen Quecksilber, also nur ungefähr $^1/_5$ des Aequivalentwerthes.

Ein weiterer Controlversuch wurde in folgender Weise gemacht. Die Platte, mit welcher der Versuch Nr. 2 angestellt worden war, wurde aufs Neue in den Apparat eingesetzt und zunächst der Strom in der Richtung vom Natriumamalgam zum Quecksilber durch die Platte geleitet. Die Stromstärke betrug in willkürlichen Einheiten 195 (Temp. 235°). Nun wurde der Strom umgekehrt, so daß er vom Quecksilber zum Natriumamalgam floß. Nach 4′ hatte die Stromstärke von 195 auf 16 abgenommen. Würde die Leitung durch Sprünge vermittelt, so wäre dieses Resultat unverständlich, während es sich bei elektrolytischer Leitung sofort ergiebt (s. § 14).

§ 8. Daß der Quarz in der Richtung seiner krystallographischen Hauptaxe sich wie ein Elektrolyt verhält, geht endlich daraus hervor, daß die Combination Hg | Quarz $\perp$ zur Axe | Na amalgam, ehe jemals ein elektrischer Strom hindurchgeschickt ist, ein galvanisches Element repräsentirt, dessen elektromotorische Kraft wir in 9 Fällen für verschiedene Quarzplatten am Elektrometer gemessen und zu 1,3—2 Volt gefunden haben (Temp. 225°). Schließt man dieses Element in sich, so erhält man einen dauernden elektrischen Strom, welcher vom Natriumamalgam durch den Quarz zum Quecksilber fließt.

§ 9. Wir haben noch versucht, den elektrischen Leitungswiderstand des Quarzes in der Richtung der Hauptaxe zu bestimmen. Dazu wurden beide Stahlgefäße mit demselben Natriumamalgam gefüllt, hinter den Quarz ein Widerstandssatz von 10000 S. E. geschaltet und die Potentialdifferenzen an den Enden des Quarzes und des Widerstandssatzes durch Condensator und Gal-

vanometer bestimmt. Der Widerstand einer Glasplatte, in dieser Weise untersucht, ergab sich unabhängig von der Potentialdifferenz ihrer Endflächen, wenn diese Differenz zwischen 46 und 400 Volts variirte. Beim Bergkrystall hingegen fand sich der Widerstand bei höhern Potentialdifferenzen stets, wenn auch in wechselndem Verhältniß kleiner, als bei niederen; dabei wuchs oder sank der Widerstand mit der Zeit je nachdem man von größeren zu kleineren oder von kleineren zu größeren Potentialdifferenzen überging und näherte sich jedesmal einem gewissen von der Potentialdifferenz abhängigen Werth. Dies fand auch statt, wenn die der Platte anhaftenden Luftblasen nach Möglichkeit dadurch entfernt wurden, daß man den heißen Apparat unter die Glocke der Luftpumpe brachte. Es scheint, daß einer andern Stromstärke ein anderer Zustand des Materials entspricht, welcher jedesmal erreicht wird, wenn die betreffende Stromstärke eine gewisse Zeit gewirkt hat. Ein bestimmter Leitungswiderstand kann daher vorläufig dem Quarz nicht beigelegt werden. Dasselbe Verhalten zeigt nach früheren Versuchen auch eine auf Glas elektrolytisch gebildete, natriumarme Schicht [1]). Eine genauere Untersuchung dieser eigenthümlichen Erscheinung einer spätern Gelegenheit vorbehaltend, setzen wir einige der erhaltenen Resultate zur vorläufigen Orientirung hierher.

§ 10. Wir fanden den specifischen Leitungswiderstand bezüglich des Quecksilbers von 0° für verschiedene Schweizer und Brasilianische, im natürlichen Zustand wasserhelle Quarze in der Richtung der Hauptaxe zwischen 2 und 7×10^{11} bei 224° und Potentialdifferenzen von 2—300 Volts per Millimeter. Ob ein Krystall pyroelektrisch nach Kundt untersucht sich homogen erweist oder nicht, hat auf den Leitungswiderstand, wie es scheint, keinen Einfluß. Wurde ein starker Strom sehr lange durch den Quarz geleitet, so nahm der Widerstand in der Regel etwas ab.

Zur Vergleichung sei bemerkt, daß der specifische Widerstand der oben erwähnten Glasplatte sich zu $1{,}7\times10^{11}$ bei 224° ergab und daß Beetz [2]) diese Größe für Spiegelglas mit 9,5 % Natrongehalt bei 223° zu $3{,}6\times10^{11}$, für bouteillengrünes Glas mit 8,7 % Natron bei 222°5 zu $1{,}04\times10^{11}$ fand. Der Widerstand des Quarzes in der Richtung seiner Axe ist also von diesen Werthen nicht sehr verschieden [3]).

1) Warburg, Wied. Ann. Bd. 21, 636. 1884.

2) Beetz, Pogg. Ann. Jubelband p. 28. 1874.

3) Achat, frisch untersucht zeigte bei 224° einen specifischen Widerstand $0{,}01\times10^{11}$, durch Erhitzen entwässerter Achat (sg. Chalcedon) 5×10^{11}.

Ein sehr dunkler Rauchquarz, unter ähnlichen Bedingungen wie die andern Quarze untersucht, zeigte einen ungleich höhern Widerstand, als jene, nämlich 1200×10^{11}. Eine Platte aus diesem Rauchquarz wurde 24 Stunden lang einer Temperatur von 300° ausgesetzt und dadurch vollständig entfärbt. Aufs Neue untersucht zeigte die Platte zuerst denselben hohen Widerstand wie zuvor, allein derselbe nahm ziemlich schnell unter der Wirkung des Stromes ab und war in 38 Stunden auf 80×10^{11} gesunken.

§ 11. Als Resultat dieser Untersuchung können wir hiernach hinstellen:

1. Daß der Bergkrystall in der Richtung seiner Hauptaxe bei höherer Temperatur elektrolytisch leitet, ungefähr so gut wie gewöhnliche Gläser; und daß bei der Elektrolyse einer senkrecht zur Axe geschnittenen Platte, wenn Natriumamalgam die Anode bildet, Natrium nach Maßgabe des Faraday'schen Gesetzes durch die Platte hindurchwandert, während ihr Gewicht ungeändert bleibt;

2. daß der Bergkrystall gegenüber elektromotorischen Kräften, welche in Richtungen senkrecht zur Hauptaxe wirken, sich auch bei höherer Temperatur als ausgezeichneter Isolator verhält.

§ 12. Das erste Resultat erfordert mit Nothwendigkeit die Annahme, daß der Bergkrystall Natrium oder ein durch Natrium ersetzbares Metall enthält. Wir wollen Einfachheit halber die Vorstellung fest halten, daß jenes Metall Natrium ist, eine Vorstellung, die, wenn Natriumamalgam die Anode bildet, jedenfalls nach kurzer Dauer eines mäßigen Stromes zutrifft. Wahrscheinlich ist Natrium als Na_2SiO_3 und dieses im Bergkrystall ähnlich verbreitet wie ein Salz in seinem Lösungsmittel. Es wird dann die elektrolytische Leitung im Bergkrystall in der Richtung seiner Hauptaxe ebenso vor sich gehen, wie die elektrolytische Leitung im festen Glase, bei welcher SiO_3 stehen zu bleiben und Na_2 in der Richtung des positiven Stromes zu wandern scheint[1]). Dabei scheint es nach § 4 unmöglich zu sein, dem Natrium im Bergkrystall Kalium zu substituiren.

§ 13. Um ein Urtheil über den möglichen Na_2SiO_3gehalt des Bergkrystalls zu gewinnen, hatte Hr. Prof. Baumann die Güte, 2,794 Substanz von dem Krystall, der die Platten zu den Versuchen Nr. 1—4 des § 6 geliefert hatte, in chemisch reiner mit

1) Warburg, Wied. Ann. 21, 644. 1884.

etwas Schwefelsäure versetzter Flußsäure zu lösen. Es ergaben sich 0ᵍ004 Rückstand, wovon 0ᵍ0014 in Wasser lösliches, schwefelsaures Salz waren. Hiernach enthält der benutzte Bergkrystall höchstens $^1/_{2300}$ seines Gewichts Na_2SiO_3, würde also einer sehr verdünnten Lösung entsprechen. Daß dabei der Krystall nicht schlechter leitet, als Gläser, welche 9% Natron enthalten (§ 10) scheint sehr auffällig und der nähern Untersuchung werth.

§ 14. Die Auffassung des Quarzes als einer sehr verdünnten Lösung von Na_2SiO_3 erklärt nicht nur das Hindurchwandern des Natriums durch den Krystall, sondern außerdem die Thatsachen, welche wir in unserer ersten Mittheilung beschrieben haben. Denn bildet bei einer senkrecht zur Axe geschnittenen Platte reines Quecksilber, Gold oder Graphit die Anode, so wird Natrium in der Richtung des positiven Stromes aus dem Quarz herausgetrieben, ohne daß es durch neues ersetzt wird. Es entsteht so an der Anodenseite eine Natriumarme Schicht, je länger der Strom wirkt, desto dicker wird diese Schicht und desto schlechter die Leitung durch sie. Wegen des geringen Natriumgehalts des nicht schlechter als Glas leitenden Bergkrystalls bildet sich dabei jene Schicht viel schneller, als beim Glase und erreicht in mäßiger Zeit eine viel bedeutendere Dicke, was mit den Versuchen übereinstimmt. Weiter wird jene Schicht wie das Dielektrikum eines Condensators wirken, dessen eine Belegung durch die unveränderte Quarzmasse an der Kathode, dessen andere Belegung durch die metallische Anode gegeben ist. So erklärt sich die besondere Polarisation, welche wir beobachtet haben; je dicker die schlecht leitende Schicht wird, desto mehr sinkt die Capacität jenes Condensators, ganz wie es aus den a. a. O. beschriebenen und andern Versuchen hervorgeht.

Einige Schwierigkeit scheint dem Verständniß die Thatsache zu bieten, daß bei Umkehr des Stromes im permanent veränderten Quarz die permanente Veränderung ganz oder zum Theil rückgängig wird. Auch wenn bei Umkehr des Stromes Natriumamalgam die Anode bildet, ist nicht ersichtlich, wie durch Elektrolyse der Natriumgehalt des Quarzes gesteigert werden kann; es müßte denn das Natrium ein anderes schlechter leitendes Metall ersetzen.

§ 15. Die elektrolytische Leitung des Bergkrystalls in der Richtung seiner krystallographischen Hauptaxe gewinnt nun ein bedeutend erhöhtes Interesse, wenn man das Verhalten in Richtungen senkrecht zur Hauptaxe hinzunimmt. Man kennt jetzt in in dem erhitzten Bergkrystall einen Körper, welcher in einer

Richtung ein verhältnißmäßig guter elektrolytischer Leiter, in Richtungen senkrecht zu jener ein ausgezeichneter Isolator ist.

Weiter hat Clausius[1]) aus der Thatsache, daß die kleinste elektromotorische Kraft einen ihr proportionalen Strom in einem Elektrolyten hervorbringt, geschlossen, daß im Elektrolyten, auch wenn keine elektromotorische Kraft wirkt, eine Wanderung der Jonen oder ein Austausch der positiven und negativen Bestandtheile von Molekül zu Molekül stattfindet und daß die elektromotorische Kraft nur dieser Wanderung eine bestimmte Richtung ertheilt. Nach § 8 scheint es unbedenklich, diese Betrachtung auf den Bergkrystall anzuwenden. Man kommt so zu dem für die Theorie der Krystallstruktur beachtenswerthen Schluß, daß in dem von keinem Strom durchflossenen Bergkrystall ein Austausch der elektrolytischen Bestandtheile von Molekül zu Molekül nur in der Richtung der krystallographischen Hauptaxe stattfindet, nicht — oder nur in verschwindendem Maße — in Richtungen senkrecht zu ihr.

§ 16. Als bekannte Thatsache wird angegeben[2]), daß beim Quarz eine zur Axe senkrechte Fläche stärker durch Flußsäure angegriffen wird, als eine zur Axe parallele. Um uns durch eigene Versuche über dieses Verhalten zu belehren, ließen wir parallelepipedische, nahe würfelförmige Stücke aus Bergkrystall so schneiden, daß zwei gegenüberliegende Flächen senkrecht zur Hauptaxe waren. Die polirten Stücke wurden in Flußsäure so eingelegt, daß zwei zur Hauptaxe senkrechte Flächen und zwei ihr parallele vertikal standen und wir maßen nun von Zeit zu Zeit die Dicke in der Richtung der Axe und in der horizontalen Richtung senkrecht zur Axe. Die folgende Tabelle enthält die Resultate der Versuche für 2 aus verschiedenen Krystallen stammende Stücke.

---

1) R. Clausius, Pogg. Ann. Band 101, 338. 1857. S. auch Cl. Maxwell, Treatise on electr. and magnet. I, 309. 1873.

2) Fürst Salm Horstmar, Pogg. Ann. 120, 334. 1863.

I.

Verflossene Zeit in Stunden	Dicke ∥ z. Hauptaxe	Abnahme	Dicke ⊥ z. Hauptaxe	Abnahme
	mm		mm	
0	12,49	—	12,53	—
2	12,45	0,04	12,53	0
16	12,25	0,24	12,53	0
42	11,91	0,58	12,53	0
66	11,65	0,84	12,52	0,01
90	11,40	1,09	12,52	0,01

II.

0	8,42	—	8,49	—
24	8,24	0,18	8,49	0
90	7,45	0,95	8,42	0,07

Der kleine Dickenverlust für die zur Axe senkrechten Richtungen scheint daher zu rühren, daß die Flußsäure in der Richtung der Axe eingefressen und abgeblättert hatte; die Politur war nämlich auf den der Axe parallelen Flächen nach 90stündigem Verweilen in der Flußsäure noch stellenweise erhalten; es ist daher möglicherweise der Angriff der Flußsäure, welcher senkrecht zur Hauptaxe stattfindet, verschwindend klein gegen den parallel zu ihr erfolgenden.

Diese Thatsachen scheinen mit den über den elektrolytische Leitung gefundenen zusammenzuhängen. Man kann sich einen solchen Zusammenhang denken, wenn man annimmt, daß ein Reagens auf einen Körper in einer Richtung chemisch nicht einwirken kann, wenn nicht schon vor Wirkung des Reagens ein Austausch der chemisch wirkungsfähigen Bestandtheile der Körpermoleküle in jener Richtung stattfand.

Daß, wie angegeben wird[1]), Platten senkrecht zur Hauptaxe sich leichter, als ihr parallele aus dem Bergkrystall schneiden lassen, scheint jedenfalls eine Erwähnung in diesem Zusammenhange zu verdienen.

§ 17. Wenn der Bergkrystall in der Richtung der Hauptaxe leitet, nicht aber in Richtungen senkrecht zu ihr und wenn weiter die Leitung nicht durch die SiO_2, sondern die im Krystall enthaltenen Na_2SiO_3moleküle vermittelt wird, so folgt hieraus, daß das im Krystall enthaltene Na_2SiO_3 an der Krystallstructur Theil nimmt. Die Möglichkeit dieses Verhaltens, für das uns eine Analogie nicht bekannt ist, haben wir in unserer

1) Salm Horstmar l. c.

ersten Mittheilung übersehen; daß der Quarz nur in der Richtung seiner Hauptaxe Leitung zeigt, schien uns zu beweisen, daß eine fremde Beimengung die Leitung nicht verursache. Wir sind dadurch in eine fehlerhafte Deutung der Thatsachen verfallen und die von uns angeführten Analogien (§ 16 d. erst. Mitth.) treffen nicht zu.

Eine Verallgemeinerung der in diesem Aufsatz enthaltenen Schlüsse wird erst möglich sein, wenn noch andere Körper, die sich ähnlich wie der Bergkrystall verhalten, aufgefunden sind.

Freiburg i/B. im April 1888.

Universität.

Petsche-Labarre'sche Preisstiftung.

Die philosophische Facultät wünscht eine Bearbeitung der Potenzentwickelungen der hyperelliptischen Sigmafunctionen, bei welcher jedenfalls die zweiten Terme der genannten Entwickelungen wirklich ausgerechnet werden.

Der Preis kann nur den Arbeiten solcher zuerkannt werden, die entweder in diesem oder in dem folgenden Semester als Studierende unserer Universität angehören; der Preis beträgt 170 M., die Preisarbeiten müssen spätestens bis zum 1. Januar 1889, mit einem Motto versehen, welches gleichlautend auf einen versiegelten, inwendig den Namen des Verfassers enthaltenden Zettel zu setzen ist, dem Decan der philosophischen Facultät übergeben werden.

In der ersten Woche des März 1889 wird der Erfolg der Preisbewerbung durch Anschlag am schwarzen Brett und durch die „Nachrichten von der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften und der Universität“ bekannt gemacht. Der Verfasser der Arbeit, welchem der Preis zuerkannt ist, hat sich bei dem Decan zu melden und von ihm den Preis in Empfang zu nehmen.

Die philosophische Facultät.
Der z. Decan.
Baumann.

Bei der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

Fortsetzung.

Februar 1888.

Zeitschrift der Ungarischen Geologischen Gesellsch. Band XVII. Heft 7—8, 9—11, 12. Pest 1887.
Publ. d. K. Ung. Geolog. Anstalt. Ueber ungarische Porzellanerden v. Ludw. Petrik. Pest 1887.
Mittheilungen über die Bohrthermen zu Barkany und den Bohrbrunnen zu Alisuth v. W. Zeigmondi. Pest 1873.
Die Kollektiv-Ausstellung ungarischer Kohlen auf der Wiener Weltausstellung 1873. Pest 1873.
Memorie della R. Accademia delle scienze di Bologna. Serie IV. Tomo VII.
Atti della R. Acc. d. sc. di Torino. Vol. XXIII. Disp. 2. 3. 1887—88. Torino.
Per la Edizione nazionale delle opere di Galileo Galilei. Esposizione e disegno di Ant. Favaro. Firenze 1888.
Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche. Tomo XX. Maggio 1887. Roma 1887.
Atti della R. Acc. d. Lincei. Anno CCLXXXIV. 1887. Vol. III. fasc. 9. Roma 1887.
Bollettino delle pubblicazioni italiane 1888. N. 51. Febbraio. Firenze 1888.
Annales de la faculté des lettres de Bordeaux. Deuxième série. N. 3. 1887. Paris 1887.
Mémoires de la société Royale des sciences de Liège. Deux. série. Tome XIV. Bruxelles 1888. Janv. 1887. Part 6a.
Journal of the R. Microscopical society 1888. Part 1.
Proceedings of the R. society. Vol. XLIII. N. 261, 262.
Monthly notices of the R. astronomical society. Vol. XLVIII. N. 3. Jan. 1888.
Proceedings of the Cambridge Philosophical society. Vol. VI. Part III. 1887.
Descriptive Catalogue of the Medusae of the Australian Seas. Part 1. Scyphomedusae by v. Lendenfeld. Sidney 1887.
Records of the Geological survey of India. Vol. XX. Part 4. 1887.
Iconography of Australian species of Acacia and cognate Genera. 5, 6, 7, 8 Decade by F. v. Mueller.
Nature. Vol. 37. 953, 954, 955, 956.
Mémoires de l'Académie Imp. des sciences de St. Petersbourg. VII. Série. Tome XXXV. N. 8, 9.
Annalen des physikalischen Central-Observatoriums von H. Wild. Jahrg. 1886.

(Fortsetzung folgt.)

Inhalt von No. 8.

Wilhelm Hallwachs, über die Elektrisierung von Metallplatten durch Bestrahlung mit elektrischem Licht. — *C. Rodenberg*, über die während der Bewegung projectiv veränderlicher und starrer Systeme beschriebenen Curven und Flächen. — *Felix Klein*, über irrationale Covarianten. — *Carl Heinrich Cornill*, Bietet der Codex Vaticanus B uns den Bibeltext in der Recension des Origenes? — *Th. Liebisch*, über das Minimum der Ablenkung durch Prismen optisch zweiaxiger Krystalle. — *Th. Liebisch*, über Absorptionsbüschel pleochroitischer Krystalle. — *E. Warburg* und *F. Tegetmeier*, über die elektrolytische Leitung des Bergkrystalls. — Petsche-Labarre'sche Preisstiftung.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

27. Juni. **№ 9.** 1888

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 2. Juni.

Herr Schwarz legt eine Abhandlung des Herrn Dr. A. Schoenflies vor „Ueber reguläre Gebietstheilungen des Raumes“ und zeigt eine größere Anzahl von Modellen, welche Herr Dr. Schoenflies angefertigt hat und welche sich zum Theil auf diese Abhandlung, zum Theil auf die Theorie der Bewegungsgruppen beziehn.

Herr Klein legt eine Abhandlung des Herrn Professor Schroeter in Breslau, Korrespondenten in der mathem. Klasse vor: „Ueber lineare Konstructionen zur Herstellung der Konfigurationen n_3.“

Herr von Koenen macht eine kurze Mittheilung über neuere Aufschlüsse im Diluvium bei Göttingen.

Ueber reguläre Gebietstheilungen des Raumes.

Von

A. Schoenflies.

Die nachfolgende Mittheilung beschäftigt sich in § 1 mit der Aufgabe, den Raum so in lauter unter einander congruente Bereiche zu theilen, daß sie ihn lückenlos erfüllen, und jeder Bereich auf gleiche Art von den Nachbarbereichen umgeben ist. Der § 2 enthält eine Erweiterung des Problems durch Hinzunahme des Symmetriebegriffes. Derartige Raumtheilungen sollen reguläre Gebietstheilungen des Raumes genannt werden und zwar im eigent-

lichen, resp. im erweiterten Sinne, der einzelne Bereich möge Fundamentalbereich heißen.

Die Lösung der genannten Aufgabe läßt sich aus der Theorie der Bewegungsgruppen ziemlich unmittelbar entnehmen.

Ueber reguläre Gebietstheilungen bei nicht euklidischer Maßbestimmung, nämlich über solche, die sich im Anschluß an Gruppen linearer Transformationen des Raumes in sich construiren lassen, haben die Herren Poincaré[1]), Klein[2]) und Dyck[3]) bereits umfassende Untersuchungen angestellt. Die im Folgenden mitgetheilten Sätze beschränken sich jedoch auf den Fall der gewöhnlichen Maßbestimmung. Es schien mir nützlich, in demjenigen Fall, in welchem die Gestalt und Lagerung der Bereiche der Anschauung zugänglich ist, die Construction derselben einmal wirklich auszuführen.

Der einfachste Fall einer derartigen Raumtheilung, nämlich derjenige, in welchem alle Bereiche auch durch bloße Parallelverschiebungen aus einander hervorgehen, ist übrigens bereits von Dirichlet[4]) und ganz kürzlich auch von Herrn William Thomson[5]) studirt worden. Herr Thomson gelangt zu einer derartigen Raumtheilung bei der Untersuchung eines Aggregates von gleich großen Seifenblasen, welche sich im stabilen Gleichgewichtszustand befinden. Für Dirichlet dagegen bildete die Zahlentheorie den Ausgangspunkt der Betrachtung. Gauss[6]) hatte bei der Recension des Seeberschen Buches über positive ternäre quadratische Formen zuerst den Gedanken ausgesprochen, daß jede Form dieser Art mit einem räumlichen regelmäßigen Punktsystem in einfachem Zusammenhang steht. Die wenigen Andeutungen, die Gauss hierüber gemacht hat, sind von Dirichlet weiter ausgeführt worden. Dirichlet zeigt, wie aus der Theorie der binären quadratischen Formen eine Theilung der Ebene in lauter congruente Polygone abgeleitet werden kann, und läßt erkennen, daß in ähn-

---

1) Mémoire sur les groupes kleinéens. Acta math. Bd. 3, S. 49.

2) Neue Beiträge zur Riemannschen Functionentheorie. Math. Ann. Bd. 21.

3) Vorläufige Mittheilung über die durch Gruppen linearer Substitutionen gegebenen regulären Gebietstheilungen des Raumes. Ber. d. Ges. d. Wiss. Leipzig 1883. S. 61.

4) Crelle's Journ. Bd. 40, S. 209.

5) On the division of space with minimum partitional area. Act. math. Bd. 11, S. 121.

6) Crelle's Journ. Bd. 20, S. 318.

licher Weise die ternären Formen auf eine Theilung des Raumes in lauter congruente Polyeder führen [1]).

§ 1. Reguläre Gebietstheilungen in eigentlichem Sinn.

1. Es seien S_0, S_1, S_2 .... die einzelnen Bereiche einer regulären Gebietstheilung. Zwei beliebige derselben, S_i und S_k, können, da sie congruent sind, stets durch eine gewisse Bewegung zur Deckung gebracht werden. Da nun S_i und S_k der Voraussetzung nach in völlig gleicher Weise von den sämmtlichen Nachbarbereichen umgeben werden, so müssen dadurch alle Bereiche in einander übergehen. Es giebt daher für jede reguläre Gebietstheilung des Raumes eine Zahl von Bewegungen, welche die Bereiche in einander überführen, und die Gesammtheit derselben bildet eine Gruppe.

Solcher Gruppen kann es aber sehr wohl mehrere geben. Denn ist $\mathfrak{G}$ eine solche Gruppe, so hat auch jede ihrer Untergruppen die genannte Eigenschaft. Verstehen wir daher unter $\mathfrak{G}$ die umfassendste Gruppe dieser Art, so können wir sagen, daß jede reguläre Gebietstheilung des Raumes einer ganz bestimmten Bewegungsgruppe $\mathfrak{G}$ zugehört.

2. Es ist jetzt nur noch die Frage zu beantworten, wie wir von einer Bewegungsgruppe aus zu einer regulären Gebietstheilung gelangen. Dabei können wir uns auf solche Gruppen beschränken, die unendlich viele Bewegungen enthalten; die einfachen Gruppen, die aus lauter Rotationen um einen Punkt bestehen, dürfen wir unberücksichtigt lassen. Für sie sind die bezüglichen Aufgaben durch die Theorie der Kugeltheilung vollständig erledigt.

---

1) Es ist interessant, daß auf Gauss der Zusammenhang der regulären Punktsysteme mit der Theorie der Krystallstructur ganz besondere Anziehung ausgeübt hat (a. a. O.; vgl. auch Band II, S. 195 und 305 der gesammelten Werke). Es ist hier nicht der Ort, auf diesen Zusammenhang genauer einzugehen, dagegen möchte ich mir nicht versagen, wenigstens auf einen Punkt hinzuweisen, welcher die große Bedeutung der obigen mathematischen Betrachtungen für die Krystallographie in helles Licht zu setzen geeignet ist. Das Grundgesetz der Krystallographie, nämlich das Gesetz der rationalen Indices, galt bis vor kurzem nur als Erfahrungsthatsache; erst Herrn Sohncke ist es vor einiger Zeit gelungen, einen deductiven Beweis desselben zu liefern, und zwar gerade auf Grund der Hypothese, daß jeder Krystall als Theil eines regulären Punktsystemes anzusehen ist. (Vgl. Ann. der Phys. u. Chemie herausgeg. v. Wiedemann, Bd. 16, S. 489.)

Sei nun $\mathfrak{G}$ irgend eine allgemeine Bewegungsgruppe und P ein beliebiger Punkt des Raumes. Wir unterwerfen ihn den sämmtlichen von einander verschiedenen Bewegungen

$$1, \mathfrak{R}_1, \mathfrak{R}_2 \ldots\ldots$$

der Gruppe $\mathfrak{G}$, so können wir alle Lagen, welche aus P dadurch hervorgehen, durch

$$P, P_1, P_2 \ldots\ldots$$

bezeichnen. Die Gesammtheit dieser Punkte nennt man bekanntlich ein regelmäßiges Punktsystem. Ersetzen wir P durch andere Punkte $P', P'' \ldots$, so erhalten wir andere Punktsysteme, deren räumliche Configuration übrigens im Allgemeinen verschieden sein wird. Alle Punkte eines Punktsystems sind unter einander gleichberechtigt.

Ist nun R ein geschlossener, im übrigen aber beliebiger Bereich von der Art, daß sein Inneres und seine Oberfläche von jeder Art von Punkten mindestens einen enthält, und daß im Innern keine zwei gleichberechtigten Punkte liegen, so kann R als Fundamentalbereich der Bewegungsgruppe bezeichnet werden. Ein solcher Bereich läßt sich stets als Fundamentalbereich einer regulären Raumtheilung wählen. Um dies zu zeigen, unterwerfen wir den Bereich R wieder den Bewegungen

$$1, \mathfrak{R}_1, \mathfrak{R}_2 \ldots\ldots$$

und leiten dadurch aus R die Bereiche

$$R, R_1, R_2 \ldots\ldots$$

ab. Keine zwei von ihnen haben einen inneren Punkt gemein. Andrerseits gehört aber auch jeder Punkt A des Raumes dem Innern oder der Begrenzung eines Bereiches R_i an; denn es giebt stets einen mit A gleichberechtigten Punkt, welcher dem Bereich R angehört.

Demnach kann zu jeder Bewegungsgruppe $\mathfrak{G}$ eine reguläre Gebietstheilung so construirt werden, daß der Fundamentalbereich S der Gebietstheilung aus dem Fundamentalbereich R der Gruppe besteht, und daß die sämmtlichen von einander verschiedenen Bewegungen

$$1, \mathfrak{R}_1, \mathfrak{R}_2 \ldots\ldots$$

der Gruppe den Bereich S mit allen Bereichen

$$S, S_1, S_2 \ldots\ldots$$

zur Deckung gelangen lassen.

3. Jede allgemeine Bewegungsgruppe $\mathfrak{G}$ enthält eine Trans-

lationsgruppe $\mathfrak{T}$ als ausgezeichnete Untergruppe[1]). Dieser Translationsgruppe entspricht ebenfalls eine reguläre Gebietstheilung, nämlich ein Raumgitter, als dessen Fundamentalbereich ein Parallelepipedon T gewählt werden kann. Denken wir uns nun ein reguläres Punktsystem, welches aus der Gruppe $\mathfrak{G}$ entspringt, so ist die Lagerung der Punkte in jedem Parallelepipedon die gleiche; es ist daher das einfachste, den Fundamentalbereich R der Gruppe $\mathfrak{G}$ ganz innerhalb des Parallelepipedons T anzunehmen.

Da T der Fundamentalbereich der Translationsgruppe $\mathfrak{T}$ ist, so enthält er von jedem Punktsystem gleich viele Punkte. Ist daher n die Anzahl dieser Punkte, so ist der Bereich R der $n$te Theil des Bereiches T. Um daher zu dem Bereich R zu gelangen, haben wir nur den $n$ten Theil des Parallelepipedons T so zu wählen, daß in seinem Innern keine zwei gleichberechtigten Punkte liegen. Denn wäre in diesem Bereich R nicht von jeder Art von Punkten mindestens einer enthalten, so müßte R größer als der $n$te Theil von T sein, was unmöglich ist.

Es erübrigt daher nur noch, für jede Gruppe $\mathfrak{G}$ die Zahl n zu kennen. Diese ist aber leicht zu bestimmen. Entweder prüft man nämlich, wie viele Bewegungen von $\mathfrak{G}$ einen beliebigen Punkt von T wieder an eine innerhalb T gelegene Stelle bringen; und zwar genügt es, sich hierbei auf die im Innern oder auf den Grenzen von T gelegenen Axen zu beschränken; oder aber man verfährt nach folgender Ueberlegung. Wie in meiner Arbeit über Gruppen von Bewegungen[2]) bewiesen worden ist, kann jede derartige Gruppe $\mathfrak{G}$ dadurch erhalten werden, daß eine gewisse Untergruppe $\mathfrak{G}_1$ mit einer einzigen Bewegung multiplicirt wird. Hat nun diese Bewegung die Periode m, so ist der Fundamentalbereich der Gruppe $\mathfrak{G}$ dem Inhalte nach gleich dem $m$ten Theil des Fundamentalbereichs von $\mathfrak{G}_1$. Damit ist aber die Zahl n für jede Gruppe ebenfalls bestimmt.

4. Auf diese Weise lassen sich die Fundamentalbereiche für jede Bewegungsgruppe leicht construiren. In den meisten Fällen genügt ein einfacher Blick auf die Vertheilung der Axen im Raum, die ich für jede Gruppe a. a. O. ausführlich angegeben habe, um den Fundamentalbereich zu gewinnen[3]). Dabei ist nur festzu-

1) Vgl. die Abhandlung des Verf. über Gruppen von Bewegungen, Math. Ann. Bd. 28, S. 324.

2) a. a. O. Bd. 29, S. 51.

3) In Bd. 29, S. 64 ist in der Figur 37 irrtümlich k_1 als besondere Axe aufgeführt; es muß daher Zeile 5 9 statt 10 heißen.

halten, daß eine Drehungsaxe nicht im Innern des Bereiches R liegen kann. Im übrigen ist, wie ich bereits oben hervorgehoben habe, ihre geometrische Form in gewissem Sinne unbestimmt. Es läßt sich aber die Forderung stellen, die figürlich einfachsten Typen derselben zu ermitteln. Nach einem bekannten Satze können derartige Fundamentalbereiche stets einfach zusammenhängend gewählt werden [1]). Außerdem liegt es nahe, sie so zu construiren, daß sie nur von ebenen Flächen begrenzt werden und möglichst den Character der Regelmäßigkeit besitzen.

Hierüber ist noch Folgendes zu bemerken. Ist die Translationsgruppe eine lineare oder eine ebene, so ist der Fundamentalbereich von unendlicher Ausdehnung; der Raum zerfällt entweder in lauter Parallelschichten, oder in prismatische Säulen, deren Querschnitt eine regelmäßige Gebietstheilung in der Ebene repräsentirt. Ist die Translationsgruppe eine räumliche, so ist der Fundamentalbereich endlich. Aber auch hier geben erst die Tetraeder- und Octaedergruppen Bereiche von interessanterem geometrischen Bau. Bei allen übrigen Gruppen nämlich kann die reguläre Gebietstheilung so ausgeführt werden, daß der Raum in lauter Parallelepipeda oder Prismen zerfällt, deren Querschnitt wieder eine der bekannten ebenen Gebietstheilungen darstellt. Nur ist zu bemerken, daß die Grundflächen benachbarter Bereiche nicht stets in derselben Ebene zu liegen brauchen. Die wirkliche Angabe der Fundamentalbereiche läßt sich aus den in meiner Arbeit a. a. O. gezeichneten Figuren unmittelbar entnehmen; diese wenigen Andeutungen dürften daher genügen.

5. Der Fundamentalbereich jeder der Tetraedergruppen ist der dritte Theil des Fundamentalbereiches derjenigen Vierergruppe, aus welcher sich die Tetraedergruppe ableiten läßt. Dabei ist noch zu beachten, daß die zu einander senkrechten primitiven Translationen der Vierergruppe für die Tetraedergruppe einander gleich werden. Nun bestehen die Bereiche dieser Vierergruppen entweder aus einem Würfel, oder aus zwei Würfeln, die eine Fläche, oder endlich aus vier Würfeln, die eine und dieselbe Kante gemein haben. Durch jeden dieser Würfel geht bei der Tetraedergruppe eine Körperdiagonale als Drehungsaxe r' von der Periode 3 hindurch; legen wir durch jede derselben irgend zwei Ebenen, die einen Winkel von 120° einschließen, so erhalten wir stets einen Fundamentalbereich R_t der bezüglichen Tetraedergruppe. Die

1) Vgl. Poincaré, a. a. O. Bd. 1, S. 16 u. Bd. 3, S. 63 ff.; Klein, a. a. O. § 3 und 10.

Wahl der Ebenen bleibt sonst beliebig; am einfachsten legen wir sie so, daß sie je eine Würfelkante enthalten.

Jede Octaedergruppe entsteht aus einer Tetraedergruppe durch Hinzufügung einer einzigen Umklappung, ihr Fundamentalbereich R_8 ist daher die Hälfte des Bereiches R_4 der bezüglichen Tetraedergruppe, resp. der sechste Theil des Bereiches R_{24} der bezüglichen Vierergruppe. Jede dieser Octaedergruppen enthält als neue Axen Umklappungsaxen h', die auf den Würfeldiagonalen r' senkrecht stehen, und zwar so, daß durch denselben Punkt von r' drei Axen h', h'_1, h'_2 gehen, die gleiche Winkel mit einander einschließen. Um daher den Fundamentalbereich R_4 der Tetraedergruppe so zu wählen, daß der Bereich R_8 geschickt daraus abgeleitet werden kann, haben wir die oben genannten Ebenen so durch r' zu legen, daß jede derselben eine Axe h' enthält.

Durch solche drei Ebenen wird jeder Würfel des Vierergruppenbereiches R_{24} in sechs congruente Theile getheilt; wenn wir aus jedem dieser Würfel einen solchen Theil auswählen, so ist in den meisten Fällen der Fundamentalbereich R_8 der bezüglichen Octaedergruppe damit bereits fixirt.

6. Eine Ausnahme kann nur bei solchen Octaedergruppen eintreten, bei welchen innerhalb eines der sechs congruenten Theile ebenfalls noch Drehungsaxen vorhanden sind. Dies ist bei den Gruppen O_6 und O_7 in der That der Fall. Alsdann genügt es, nach folgender Methode zu verfahren. Denken wir uns wieder die ursprünglichen Würfel, welche den Fundamentalbereich R_{24} der bezüglichen Vierergruppe repräsentiren, und aus denen der Bereich R_4 durch Hinzufügen der Drehungsaxe r' entsteht. Wir denken uns weiter jeden dieser Würfel in seine acht Theilwürfel zerlegt. Durch zwei derselben geht die Axe r', und jeder von ihnen geht bei der Drehung um r' in sich über. Die andern sechs Theilwürfel zerfallen in zwei Gruppen von je drei gleichberechtigten, die sich bei der Drehung um r' unter einander vertauschen.

Die oben genannten Drehungsaxen liegen nun stets innerhalb der letztgenannten sechs Theilwürfel allein, und zwar so, daß jeder derselben durch Umklappung um die bezügliche Axe in sich selbst übergeführt wird. Um daher den Fundamentalbereich R_8 der Octaedergruppen O_6 und O_7 zu erhalten, verfahren wir am besten so, daß wir ihn aus je einem sechsten Theil der Würfel, die r' enthalten, und aus je einer Hälfte von den andern ungleichberechtigten Würfeln zusammensetzen.

In dieser Weise habe ich die Fundamentalbereiche der Tetraeder- und Octaedergruppen construirt. Ich habe dabei mit

Vortheil Fadenmodelle benutzen können, die ich vorher angefertigt hatte, um für jede Octaedergruppe ein anschauliches Bild von der Vertheilung der Axen im Raume zu geben[1]). Dabei ist nur auf eines zu achten, nämlich darauf, die aus jedem Würfel zu entnehmenden Theile so zu wählen, daß ein einfach zusammenhängender Bereich entsteht.

7. Es wurde oben gezeigt, daß jede reguläre Gebietstheilung des Raumes insofern einer bestimmten Gruppe zugehört, als ihre Bereiche durch alle Bewegungen dieser Gruppe in einander übergehen. Alsdann wurde nachgewiesen, daß sich die Gebietstheilung so bilden läßt, daß der Fundamentalbereich R der Gruppe zugleich als Fundamentalbereich S der Raumtheilung gewählt wird. Es ist aber die Frage, ob dies die einzige Art ist. Nun ist jedenfalls klar, daß nicht ein Theil des Bereiches R als Fundamentalbereich S genommen werden kann; aber es ist wohl möglich, daß mehrere Bereiche R zusammen den Fundamentalbereich einer Raumtheilung repräsentiren.

Ist zunächst $\mathfrak{G}'$ eine in $\mathfrak{G}$ enthaltene Untergruppe, so liegt es nahe, m Bereiche

$$S_0, S_1, \ldots\ldots S_{m-1}$$

so zu wählen, daß sie einen Fundamentalbereich von $\mathfrak{G}'$ repräsentiren; diese m Bereiche bilden dann zusammen den Fundamentalbereich einer neuen Gebietstheilung, nämlich einer solchen die (1) zur Gruppe $\mathfrak{G}'$ gehört. Die Bereiche dieser Gebietstheilung gehen durch alle Bewegungen von $\mathfrak{G}'$ in sich über, dagegen läßt sich nicht schließen, daß sie auch bei sämmtlichen Bewegungen von $\mathfrak{G}$ selbst in einander übergehen; d. h. diese Raumtheilung wird nicht immer zur Gruppe $\mathfrak{G}$ gehören.

Betrachten wir noch die in $\mathfrak{G}$ enthaltene Translationsgruppe. Als Fundamentalbereich einer Translationsgruppe läßt sich bekanntlich stets ein Parallelepipedon wählen, dessen Kanten die drei primitiven Translationen sind. Wenn wir nun $m = n$ annehmen, so bilden die n Bereiche den Fundamentalbereich der in $\mathfrak{G}$ enthaltenen Translationsgruppe. Es wird aber im Allgemeinen dieser Bereich nicht mit dem oben genannten Parallelepipedon identisch sein, sondern einen ihm inhaltsgleichen von Ebenen begrenzten Körper bilden, sodaß aus ihm durch die sämmtlichen Translationen der Gruppe die ganze Raumtheilung erzeugt werden kann.

---

1) Diese Modelle sind für die hiesige Königliche Sammlung mathematischer Instrumente und Modelle angekauft.

Untersuchen wir nun, welches der allgemeinste Typus einer zur Gruppe $\mathfrak{G}$ gehörigen Gebietstheilung ist.

Seien

$$R,\ R_1\ ..\ R_i\ ..\ R_{m-1}$$

m Bereiche, die zusammen einen derartigen Bereich S bilden mögen; wir nehmen zweckmäßig an, daß sie sämmtlich innerhalb des Fundamentalbereiches R_τ der bezüglichen Translationsgruppe $\mathfrak{T}$ liegen. Nun giebt es eine Bewegung $\mathfrak{R}_i$ von $\mathfrak{G}$, welche R in R_i überführt. Da aber durch jede Bewegung von $\mathfrak{G}$ die Bereiche S_k ganz in einander übergehen müssen, so folgt sofort, daß die Bewegung R_i den Bereich S in sich übergehen lassen muß. Die Bereiche

$$R,\ R_1,\ R_2\ .....\ R_{m-1}$$

müssen daher so gewählt werden, daß sie sich bei gewissen Bewegungen unter einander vertauschen. Die Gesammtheit dieser Bewegungen bildet eine in $\mathfrak{G}$ enthaltene Untergruppe.

8. Es ist aber auch umgekehrt wahr, daß je m solcher Bereiche stets den Fundamentalbereich S einer Gebietstheilung repräsentiren. Ist nämlich $\mathfrak{A}$ eine Bewegung von $\mathfrak{G}$, die S nicht in sich überführt, und gelangt durch sie S in eine Lage S', so läßt sich leicht zeigen, daß S und S' keinen Theil gemein haben können. Dies könnte überhaupt nur ein ganzer Bereich R_k sein. Andrerseits sei nun R_i derjenige Bereich von S, welcher durch die Bewegung $\mathfrak{A}$ in die Lage R_k gelangt, so müßte $\mathfrak{A}$ eine Bewegung sein, welche den ganzen Bereich S in sich überführt; und dies widerspricht der obigen Annahme. Wenn daher irgend ein Theilbereich R_k von S mit einem Theil eines außerhalb S liegenden Bereiches zusammenfällt, so gilt dies von allen; d. h. aber, die sämmtlichen aus S durch die Bewegungen von $\mathfrak{G}$ ableitbaren Bereiche bilden eine reguläre Gebietstheilung des Raumes. Der Bereich R_τ der in $\mathfrak{G}$ enthaltenen Translationsgruppe zerfällt in $\mu = \frac{n}{m}$ Bereiche S.

Es wird meist vorkommen, daß der Bereich S gleichzeitig den Fundamentalbereich einer in $\mathfrak{G}$ enthaltenen Untergruppe repräsentirt, was wir schon oben als möglich erkannten; allein dies ist doch nicht immer der Fall. Da die allgemeinen Bewegungsgruppen zu den Gruppen isomorph sind, die aus lauter Rotationen um einen Punkt bestehen, so lassen sich diese Verhältnisse leicht an den entsprechenden Resultaten aus der Theorie der Kugeltheilung überblicken. Es erscheint daher nicht notwendig, ausführlicher hierauf einzugehen.

Damit ist gezeigt, wie alle regulären Gebietstheilungen, bei denen der Raum in der oben angegebenen Weise in lauter congruente Bereiche zerfällt, an der Hand der Theorie der Bewegungsgruppen construirt werden können[1]).

§ 2. Erweiterung der Bewegungsgruppen durch Spiegelungen. Gebietstheilungen allgemeinerer Natur.

9. Die im Vorstehenden behandelten Probleme sind wie die entsprechenden in der Theorie der Kugeltheilung durch Hinzunahme des Symmetriebegriffes einer Erweiterung fähig. Im besondern erheben sich zwei Fragen, die zu erledigen sind, nämlich

1) ob sich aus den Gruppen von Bewegungen durch Hinzufügung von Spiegelungen erweiterte Gruppen von Operationen, also auch reguläre Punktsysteme in erweitertem Sinne ableiten lassen, und

2) ob außer denjenigen Gebietstheilungen, bei welchen der Raum in lauter unter sich congruente Bereiche zerfällt, auch solche möglich sind, bei welchen diese Bereiche abwechselnd congruent und symmetrisch sind.

Sei $\overline{\mathfrak{S}}$ eine Spiegelung, von der wir annehmen, daß durch sie die Gruppe $\mathfrak{G}$ zu einer Gruppe $\overline{\mathfrak{G}}$ erweitert werden kann. Die Gruppe $\mathfrak{G}$ ist eine ausgezeichnete Untergruppe von $\overline{\mathfrak{G}}$; die Spiegelung muß daher das Axensystem von $\mathfrak{G}$ mit sich selbst zur Deckung bringen. Nun zerfällt das Axensystem einer jeden Gruppe in verschiedene Classen gleichberechtigter Axen. Die Spiegelung $\overline{\mathfrak{S}}$ wird daher jede einzelne Classe entweder in sich selbst oder in eine andere Classe überführen.

Dies bedarf noch einer genaueren Untersuchung. Es sei daher

$$\mathfrak{A}(\omega, t)$$

irgend eine Bewegung der Gruppe $\mathfrak{G}$, a ihre Axe, ω ihr Drehungswinkel, t die Translationscomponente und τ die in Richtung von a fallende Translation selbst. Wir prüfen zuerst, wann die Spiegelung $\overline{\mathfrak{S}}$ die Axe a in eine gleichberechtigte Axe a_1 und die zugehörige Bewegung $\mathfrak{A}$ in die gleichberechtigte Bewegung $\mathfrak{A}_1$ überführen kann. Nun dreht sich bei der Spiegelung $\overline{\mathfrak{S}}$, wie auch die

1) Man kann übrigens auch, wenn R, $R_1 \ldots R_{m-1}$ beliebig gewählt werden, in übertragenem Sinn von einer regulären Gebietstheilung reden. Der Raum wird durch solche Bereiche nicht einfach, sondern mehrfach ausgefüllt.

Axe a zur Ebene derselben liegen möge, der Windungssinn der Schraubenbewegung um, d. h. eine linksgewundene Bewegung geht in eine rechtsgewundene über und umgekehrt; daher wird durch die Spiegelung $\overline{\mathfrak{S}}$ die Bewegung $\mathfrak{A}$ in eine Bewegung

$$\mathfrak{A}_1(-\omega, t)$$

transformirt, und da auch die Bewegung

$$\mathfrak{A}_1(\omega, t)$$

in der Gruppe $\mathfrak{G}$ existirt, so folgt durch Zusammensetzung von $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{A}_1$, daß $\mathfrak{G}$ die Translation $2t$ enthält; d. h. entweder hat t den Werth Null, und $\mathfrak{A}$ ist eine reine Drehung, oder aber t ist die Hälfte von τ. Hieraus folgt nun auch unmittelbar, wann die Spiegelung $\overline{\mathfrak{S}}$ zwei verschiedene Classen von Axen zur Deckung bringen kann. Dazu ist nothwendig, daß die Bewegungen beider Classen sich nur durch ihren Windungssinn unterscheiden; d. h. wenn die eine aus linksgewundenen Bewegungen besteht, so muß die andere die entsprechenden rechtsgewundenen Bewegungen enthalten.

Sind andrerseits die vorstehenden Bedingungen für das Axensystem einer Gruppe $\mathfrak{G}$ erfüllt, und läßt sich eine Ebene σ so finden, daß durch Spiegelung an ihr das Axensystem in der genannten Weise in sich übergeht, so läßt sich auch stets aus $\mathfrak{G}$ eine erweiterte Gruppe $\overline{\mathfrak{G}}$ ableiten.

10. Die meisten Bewegungsgruppen sind einer Erweiterung durch Spiegelungen fähig. Ich will an dieser Stelle hierauf nicht genauer eingehen; nur das eine möchte ich doch erwähnen, daß in der That nicht jede Gruppe erweitert werden kann. Dies ist z. B. stets dann unmöglich, wenn die Translationscomponente der Bewegungen einer Schaar nicht die Hälfte von τ ist, und eine zweite Schaar solcher Bewegungen mit umgekehrtem Windungssinn nicht existirt.

Eine erweiterte Gruppe enthält immer unendlich viele Spiegelungsebenen; ihre Lage läßt sich leicht bestimmen. An der Hand der Figuren, die sich in meiner oben citirten Abhandlung vorfinden, gelingt es unmittelbar, in jedem bezüglichen Fall eine solche Ebene anzugeben; ist aber die Lage einer Spiegelungsebene bekannt, so sind es alle.

11. Ueber die erweiterten Gruppen mögen noch einige vorläufige Bemerkungen Platz finden, die gerade für diese Art von Gruppen characteristisch sind. Ich gedenke, dieselben an andrer Stelle weiter auszuführen.

Die im Eingang dieser Mittheilung enthaltenen Ausführungen über die Beziehungen zwischen Raumtheilung, regulären Punktsystemen und Bewegungsgruppen sind, wie leicht ersichtlich, auch auf die erweiterten Gruppen übertragbar, genau wie dies in der Theorie der Kugeltheilung der Fall ist. Ist daher $\overline{\mathfrak{G}}$ eine erweiterte Gruppe, so giebt es regelmäßige Punktsysteme, deren Punkte durch jede Operation der Gruppe $\overline{\mathfrak{G}}$ mit sich zur Deckung gelangen [1]). Ebenso existirt eine Raumtheilung, deren Fundamentalbereich $\overline{S}$ der Fundamentalbereich $\overline{R}$ der Gruppe $\overline{\mathfrak{G}}$ ist; sie kann durch jede der Gruppe $\overline{\mathfrak{G}}$ angehörige Operation mit sich zur Deckung gebracht werden.

Zu derartigen Gruppen gehörige Raumtheilungen werden auch unmittelbar durch die Gesammtheit der Spiegelungsebenen erzeugt. Unter ihnen läßt sich nämlich stets eine Anzahl so herauswählen, daß sie ein gewöhnliches Polyeder bestimmen. Giebt es nun eine Spiegelungsebene, welche das Innere dieses Polyeders durchsetzt, so theilt sie das Polyeder wieder in zwei Polyeder gewöhnlicher Art. Wir müssen daher schließlich ein Polyeder erhalten können, in dessen Inneres keine Spiegelungsebene mehr eintritt. Dieses Polyeder repräsentirt den Fundamentalbereich der eben genannten Gebietstheilung. Das geht unmittelbar daraus hervor, daß die Spiegelungsebenen durch die Operationen der Gruppe $\overline{\mathfrak{G}}$ in einander übergehen; jedes unserer Polyeder ist daher dadurch ausgezeichnet, daß über jeder seiner Seitenflächen ein symmetrisch gleiches Polyeder steht. Die Polyeder, welche durch sämmtliche Spiegelungen aus einander abgeleitet werden, erfüllen daher den ganzen Raum einfach und continuirlich, d. h. so, daß jeder Raumpunkt nur innerhalb eines Polyeders liegen kann.

Es ist evident, daß auch mehrere solche Polyeder den Fundamentalbereich einer Gebietstheilung bilden können, ähnlich wie dies für die Bewegungsgruppen der Fall ist.

Die Gruppe $\overline{\mathfrak{G}}$ braucht übrigens durchaus nicht immer alle diejenigen Spiegelungen zuzulassen, welche der erweiterten iso-

1) Derartige regelmäßige Punktsysteme scheinen bisher noch nicht untersucht worden zu sein. In dem Buch des Herrn Sohncke „Entwickelung einer Theorie der Krystallstructur sind sie nicht enthalten. Für die in diesem Buche aufgestellte Theorie dürften sie aber von besonderer Bedeutung sein; denn erst mit ihrer Hülfe scheint für den Zusammenhang der Holoedrie, Hemiedrie und Tetartoedrie mit den regelmäßigen Punktsystemen eine einfache Erklärung allgemeiner Natur möglich zu werden. Ich gedenke an anderer Stelle hierauf eingehender zurückzukommen.

morphen Rotationsgruppe zukommen. Statt einzelner derselben treten nämlich in manchen Fällen auch solche Operationen auf, die aus einer Spiegelung und einer Bewegung zusammengesetzt sind.

Endlich bemerke ich, daß mit denjenigen Gruppen $\overline{\mathfrak{G}}$, die aus den Bewegungsgruppen durch Multiplication mit Spiegelungen abgeleitet werden können, noch nicht alle Gruppen von Raumtransformationen erschöpft sind. Die Gruppen $\overline{\mathfrak{G}}$ besitzen nämlich in manchen Fällen Untergruppen, welche eine derartige Ableitung nicht gestatten und doch als erweiterte Gruppen im allgemeinen Sinn zu betrachten sind. Die genaueren Resultate, welche sich hier ergeben, sind daher ganz analog zu denjenigen, welche Herr Minnigerode[1]) kürzlich über Gruppen von Rotationen und Symmetrien in Bezug auf einen und denselben Punkt abgeleitet hat.

12. Ist $\mathfrak{G}$ eine Bewegungsgruppe, die der Erweiterung durch Spiegelungen fähig ist, so läßt sich unmittelbar einsehen, daß der Fundamentalbereich S einer solchen Gruppe $\mathfrak{G}$ stets so wählbar ist, daß die zugehörige Gebietstheilung den Raum in lauter symmetrische, resp. congruente Polyeder zerlegt, welche durch unendlich viele Bewegungen und Spiegelungen in einander übergehen. Es kann sogar vorkommen, daß je zwei dieser Polyeder gleichzeitig congruent und symmetrisch gleich sind.

Ist dagegen $\mathfrak{G}_1$ eine Bewegungsgruppe, die nicht durch Spiegelungen erweitert werden kann, so ist für sie eine Gebietstheilung von der eben angegebenen Art nicht vorhanden. Es ist aber höchst bemerkenswerth, daß sich trotzdem auch für jede derartige Gruppe $\mathfrak{G}_1$ eine Gebietstheilung construiren läßt, welche den ganzen Raum in lauter abwechselnd congruente und symmetrische Bereiche zerfällt. Der Grund liegt darin, daß es möglich ist, den zu dieser Gruppe $\mathfrak{G}_1$ gehörigen Fundamentalbereich S_1 immer so zu wählen, daß er aus zwei zu einander symmetrischen Theilen besteht.

Es existirt aber ein sehr wesentlicher Unterschied zwischen einer solchen Gebietstheilung und derjenigen, die aus den erweiterten Gruppen $\overline{\mathfrak{G}}$ abgeleitet wird. Die eben betrachtete, zu $\mathfrak{G}_1$ gehörige Raumtheilung kann nämlich immer noch durch unendlich viele Bewegungen mit sich zur Deckung gebracht werden; dagegen giebt es keine Spiegelung, welche dies leistet. Es beruht dies darauf, daß jetzt nicht mehr jeder einzelne Bereich in

1) Untersuchungen über die Symmetrieverhältnisse der Krystalle. Neues Jahrb. f. Mineralogie, Beilageband 5, S. 145.

gleicher resp. symmetrisch gleicher Weise von den Nachbarbereichen umgeben wird, wie dies für eine reguläre Gebietstheilung im ursprünglichen Sinne nöthig, und für die aus den Gruppen $\overline{\mathfrak{G}}$ ableitbaren auch erfüllt ist.

13. Während der Fundamentalbereich $\overline{S}$ einer erweiterten Gruppe resp. Gebietstheilung, wie eben angeführt, ein völlig bestimmter ist, bleibt bei einer regulären Raumtheilung in lauter congruente Bereiche die Gestalt der Fundamentalbereiche S, wie wir oben sahen, in gewisser Hinsicht willkürlich. Es handelte sich aber darum, die einfachsten Formen dieser Bereiche zu finden, und zwar sollten diejenigen die einfachsten sein, welche den höchsten Grad von Regelmäßigkeit besitzen. Dies glaube ich aber am besten dann zu erreichen, wenn sie so gewählt werden, daß sie, was ja stets möglich ist, in zwei symmetrisch gleiche Theile zerfällt werden können. Dies scheint nicht allein für diejenigen Gruppen, die einer Erweiterung fähig sind, sondern auch für die andern Gruppen das Natürlichste zu sein.

Nach diesem Princip habe ich die Fundamentalbereiche wirklich hergestellt. Von zwei Typen derselben habe ich so viele Bereiche anfertigen lassen, daß sie zusammen den Fundamentalbereich der bezüglichen Translationsgruppe repräsentiren. Der eine entspricht der Tetraedergruppe $\mathfrak{T}_2$; 12 solcher Bereiche richtig an einander gelegt, bilden einen Raumtheil, aus welchem durch die Translationen der Gruppe die ganze Raumtheilung abgeleitet werden kann. Die andern Bereiche entsprechen der Octaedergruppe O_6; von ihnen bilden erst 24 einen Körper, aus dem sich durch die bezüglichen Translationen die ganze Gebietstheilung erzeugen läßt. Jeder dieser beiden Bereiche besteht aus zwei symmetrischen Hälften, aber nur der Bereich von der Gruppe $\mathfrak{T}_2$ kann durch eine Spiegelung in sich übergeführt werden; beim Bereich von O_6 ist dies nicht der Fall, da die Gruppe O_6 einer Erweiterung durch Spiegelungen nicht fähig ist.

14. Wir haben im Vorstehenden gesehen, daß Theilungen des Raumes in abwechselnd congruente und symmetrische Gebiete möglich sind, die nicht mehr in dem ursprünglichen Sinne regulär sind. Dies legt die weitere Frage nahe, ob man den Raum auch in lauter congruente Bereiche so zerfällen kann, daß nicht mehr jeder Bereich in gleicher Weise von Nachbarbereichen umgeben wird. Solche Gebietstheilungen sind unzählige denkbar. Ein einfaches Beispiel läßt dies am besten übersehen. Wir denken uns eine reguläre Raumtheilung im ursprünglichen Sinn, bei welcher je n Bereiche einen Würfel bilden; und zwar

soll nur eine Diagonale dieses Würfels eine Drehungsaxe r' sein. Wir können dann jeden einzelnen Würfel noch beliebig umstellen; es wird immer noch der Raum in lauter congruente Bereiche zerfallen, ohne daß es jedoch möglich ist, die Gesammtheit der Bereiche durch eine Bewegung in sich überzuführen. Es ist evident, daß der Phantasie hier völlig freier Spielraum gelassen ist, um die verschiedenartigsten Raumtheilungen auszudenken.

Näher auf diese Verhältnisse einzugehen, liegt nicht in meiner Absicht, zumal derartige Gebietstheilungen wohl nur von untergeordneter mathematischer Bedeutung sind. Doch glaubte ich, sie der Vollständigkeit halber erwähnen zu sollen.

Ueber lineare Konstructionen zur Herstellung der Konfigurationen n_3.

(Aus brieflichen Mittheilungen an Herrn A. Schoenflies.)

Von

H. Schroeter,

correspondirendem Mitglied.

. . . . . Ihre interessanten Arbeiten über Konfigurationen [1]), welche sich an die Abhandlung von Herrn Martinetti [2]) anschließen, legten mir die Frage nahe, wie diese merkwürdigen Figuren in der Ebene auf reelle und möglichst einfache Weise herzustellen seien. Sie theilten mir mit, daß Sie zu Ihren eigenen Figuren gelangt wären, indem Sie die Doppelpunkte zweier incidenten projectiven Punktreihen aufsuchten und durch einige Ueberlegung in Verbindung mit einem glücklichen Zufall allmählig diejenige Lage der Grundpunkte fanden, bei welcher diese selbst auf einen möglichst kleinen Raum zusammenrücken.

Abgesehen davon, daß die Ermittelung der Doppelpunkte zweier incidenten projectiven Punktreihen eine quadratische Konstruction ist, enthält sie zugleich die zu vermeidende Schwierigkeit, daß unter Umständen diese Doppelpunkte conjugirt-imaginär werden können, also die ganze Figur nicht reell wird. Ich versuchte da-

1) A. Schoenflies: „Ueber einige ebene Configurationen und die zugehörigen Gruppen von Substitutionen“ (Nachrichten der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Nr. 14, 1887). A. Schoenflies: „Ueber die regelmäßigen Configurationen n_3“ (Math. Ann. Bd. XXXI, S. 43.)

2) V. Martinetti: Sulle configurazioni piane μ_3. (Annali di matematica del prof. Francesco Brioschi in Milano, Serie IIa, Tomo XV, p. 1. Aprile 1887.)

her unter Annahme einer gewissen Anzahl bestimmender und willkürlich zu wählender Elemente die übrigen den Bedingungen der Konfiguration gemäß auf lineare Weise aus den angenommenen abzuleiten und fand, daß dies bei den Konfigurationen n_3 gelingt vermittelst einer bekannten Eigenschaft der Kurve dritter Ordnung, für welche aus drei Paaren conjugirter Punkte auf lineare Weise unendlich viele weitere Paare conjugirter Punkte der Kurve sich ableiten lassen. Was die wirkliche Ausführung der Zeichnung anbetrifft, so wird auch bei mir einige Ueberlegung und ein gewisses Geschick dahin führen, die Figur auf einen möglichst kleinen Raum zu bringen: allein die Konstruction ist immer reell, linear ausführbar und sehr einfach. Da die von mir am Schluß zu gebende allgemeine Konstruction der Konfiguration n_3 erst für $n > 9$ Gültigkeit hat, so gestatten Sie mir, die vorhergehenden einfachsten Konfigurationen besonders zu behandeln, wobei sich denn Ihre Figuren, sowie die von Hrn. Martinetti theoretisch nachgewiesenen Konfigurationen ergeben, deren wirkliche Herstellung eben von mir vermißt wurde.

---

1. Eine ebene Konfiguration n_3 ist eine solche Verbindung von n Punkten und n geraden Linien in der Ebene, daß durch jeden dieser n Punkte drei der n Geraden gehen und auf jeder der n Geraden drei der n Punkte liegen.

Aus dieser Definition geht herver, daß mindestens sieben Punkte dazu gehören, eine solche Konfiguration zu bilden; denn durch den Punkt 1 müssen drei Kfg.-Gerade gehen und jede derselben muß noch zwei weitere Kfg.-Punkte enthalten, was zusammen schon sieben Punkte macht. Liegen nun auf der ersten durch 1 gehenden Geraden die Punkte 2 und 3, auf der zweiten die Punkte 4 und 5, auf der dritten die Punkte 6 und 7, so müssen durch 2 noch zwei weitere Kfg.-Gerade gehen, diese seien | 2 4 6 | und | 2 5 7 |, dann können durch 3 nur die beiden letzten Konfigurations-Geraden | 3 4 7 | und | 3 5 6 | gehen; dann hat aber das vollständige Viereck

2 3 4 5

die drei Diagonalpunkte

$$(23, 45) = 1 \qquad (24, 35) = 6 \qquad (25, 34) = 7$$

welche auf einer Geraden liegen müßten. Ein vollständiges Viereck, dessen drei Diagonalpunkte auf einer Geraden liegen, giebt es

aber nicht, ohne daß das Viereck ausartet, folglich ist eine Konfiguration 7_3 nicht möglich.

Gehen wir nun zu acht Punkten über, so ist die einzig mögliche schon von Hrn. Martinetti (a. a. O. S. 4) nachgewiesene Konfiguration folgende:

1	1	1	2	2	3	3	4
2	4	6	4	5	5	6	7
3	5	7	6	8	7	8	8

bei der drei unter einander stehende Punkte auf je einer Geraden liegen. Daß eine solche Konfiguration reell nicht existiren kann, hat schon Moebius nachgewiesen (Ges. Werke Bd. I, S. 445), denn es würden die beiden Vierecke

8 3 1 4
6 2 5 7

eine solche Lage haben müssen, daß gleichzeitig das erste dem zweiten und das zweite dem ersten umschrieben wäre. Daß dies für reelle Punkte nicht möglich ist, geht aus folgender Ueberlegung hervor:

Wenn wir den Schnittpunkt

$$(18, 35) = \mathfrak{d}$$

bezeichnen und von den beiden Punkten 1 und 8 aus die drei auf einer Geraden liegenden Punkte

2 6 4

auf die Gerade | 3 5 7 | projiciren, so erhalten wir einmal die Punkte 3 7 5 und das andere Mal die Punkte 5 3 7; es müßten also projectiv sein

$$(\mathfrak{d}\,5\,3\,7) \overline{\wedge} (\mathfrak{d}\,3\,7\,5)$$

d. h. die beiden incidenten Punktreihen müßten cyclisch-projectiv sein und den reellen Doppelpunkt $\mathfrak{d}$ haben, was bekanntlich unmöglich ist, da bei zwei incidenten cyclisch-projectiven Punktreihen die Doppelpunkte immer conjugirt-imaginär sind.

Demnach kann die Konfiguration 8_3 reell nicht existiren.

2. Gehen wir nun zu neun Punkten über, so treten in der That reelle Konfigurationen 9_3 in mehrfacher Weise auf. Zunächst zeigt die von Hrn. Martinetti (a. a. O. S. 11) angegebene Konfiguration

1	1	1	2	2	3	3	4	5
2	4	6	4	6	5	7	7	6
3	5	7	8	9	9	8	9	8

eine sehr bekannte Figur, nämlich die des hexagramma mysticum für einen in ein Linienpaar ausgearteten Kegelschnitt. Nehmen

wir auf einer Geraden die Punkte 1 2 3 und auf einer zweiten Geraden die Punkte 9 7 4 beliebig an, so haben wir ein Pascalsches Sechseck

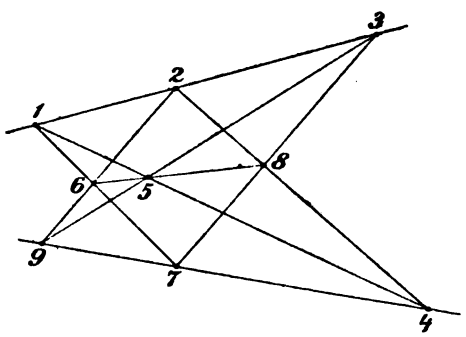
1 4 2 9 3 7

dessen drei Paar Gegenseiten sich bekanntlich in drei Punkten einer Geraden

$$(14, 39) = 5 \qquad (42, 37) = 8 \qquad (29, 71) = 6$$

schneiden, und nun haben wir in der That neun Gerade, welche die der Konfiguration vorgeschriebene Lage haben (Fig. 1.).

Fig. 1.



Beiläufig bemerken wir, daß dieselbe Figur sich auch auffassen läßt als hervorgehend aus zwei Dreiecken, die gleichzeitig auf dreifache Weise perspectiv liegen, wobei die drei Perspectivitätscentra die drei letzten Konfigurationspunkte liefern; denn nehmen wir die beiden Dreiecke

1 8 9
2 7 5

so schneiden sich |1 2| |7 8| |5 9| in 3; die beiden Dreiecke liegen also perspectiv und haben 3 als Perspectivitätscentrum; lassen wir die Ecken des zweiten Dreiecks cyclisch fortschreiten, so haben die beiden Dreiecke

1 8 9
7 5 2

zum Perspectivitätscentrum den Punkt 6 und endlich

1 8 9
5 2 7

zum Perspectivitätscentrum den Punkt 4.

Die ganze Figur bietet drei verschiedene derartige Dreiecks-paare dar, nämlich:

I.	1 8 9	1 8 9	1 8 9
	2 7 5	7 5 2	5 2 7
	3	6	4
II.	1 8 9	1 8 9	1 8 9
	3 4 6	4 6 3	6 3 4
	2	5	7
III.	2 5 7	2 5 7	2 5 7
	3 4 6	4 6 3	6 3 4
	1	8	9.

Dieselbe Konfiguration 9_3 läßt aber auch eine andere Auffassung zu, indem wir sie in drei Dreiecke zerlegen können, von denen das erste dem zweiten, das zweite dem dritten und das dritte dem ersten umschrieben ist, folglich auch das zweite dem ersten das dritte dem zweiten und das erste dem dritten einbeschrieben ist; die drei Dreiecke sind also einander cyclisch gleichzeitig ein- und umbeschrieben. In der That, nehmen wir die drei Dreiecke

1 2 4
3 8 5
7 6 9

so ist die vorhin beschriebene Lage derselben evident. Solcher Gruppen von je drei einander cyclisch ein- und umbeschriebenen Dreiecken lassen sich folgende sechs herstellen:

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
1 2 4	1 2 6	1 3 5	1 3 7	1 4 7	1 5 6
3 8 5	3 9 7	2 9 4	2 8 6	5 9 6	4 8 7
7 6 9	5 4 8	6 7 8	4 5 9	3 2 8	2 3 9.

3. Eine solche Figur von drei einander in cyclischer Weise gleichzeitig ein- und umbeschriebenen Dreiecken bietet nun auch die zweite von Hrn. Martinetti (a. a. O. S. 5) angegebene Konfiguration 9_3 dar, welche von der vorigen wesentlich verschieden ist und so lautet:

1	1	1	2	2	3	3	5	5
2	4	6	4	8	4	7	6	7
3	5	7	6	9	8	9	9	8

In der That haben die drei Dreiecke

1 7 3
6 9 2
5 8 4

die vorgeschriebene Lage, wie ersichtlich ist.

Diese Figur läßt sich auf folgende Weise reell herstellen: Wir wählen die Punkte 1 3 7 willkürlich in der Ebene, nehmen

auf | 1 3 | den Punkt 2
„ | 1 7 | „ „ 6
„ | 2 6 | „ „ 4

beliebig an und suchen dann auf | 3 7 | den Punkt 9 so zu bestimmen, daß die beiden Schnittpunkte

$$(96, 14) = 5$$
$$(92, 34) = 8$$

mit dem Punkte 7 auf einer Geraden | 5 7 8 | liegen. Wenn dies der Fall sein soll, so müssen die beiden Strahlbüschel, welche 9 und 4 zu Mittelpunkten haben und nach den Punkten 5 7 8 Strahlen senden perspectiv liegen, also

$$9(4\,5\,7\,8) \overline{\wedge} 4(9\,5\,7\,8)$$

oder was dasselbe sagt

$$9(4\,6\,7\,2) \overline{\wedge} 4(9\,1\,7\,3).$$

Da nun 9 auf | 3 7 | liegen soll und 2 4 6 auf einer Geraden liegen, so wird, wenn wir den Schnittpunkt

$$(37, 24) = \mathfrak{s}$$

bezeichnen, das erste Strahlbüschel die Gerade | 2 4 6 | in den Punkten

$$4\ 6\ \mathfrak{s}\ 2$$

treffen und wenn wir diese vier Punkte von 3 aus auf | 1 7 | projiciren erhalten wir

$$(34, 17)\ 6\ 7\ 1;$$

das zweite mit dem ersten projective Strahlbüschel schneidet aber | 3 7 | in den vier Punkten

$$(49, 37)(41, 37)\ 7\ 3;$$

diese vier Punkte liegen mit den vorigen perspectiv, weil in dem Schnittpunkte beider Träger die entsprechenden Punkte 7 zusammenfallen, folglich müssen sich, wenn wir $(14, 37) = \mathfrak{p}$ und $(17, 34) = \mathfrak{q}$ bezeichnen, weil $(49, 37) \equiv 9$ ist

$$|\,1\,3\,|\quad |\,6\,\mathfrak{p}\,|\quad |\,9\,\mathfrak{q}\,|$$

in einem Punkte schneiden, und dadurch ist der Punkt 9 bestimmt, indem wir $(13, 6\,\mathfrak{p})$ mit $\mathfrak{q}$ verbinden und den Schnittpunkt der Verbindungslinie mit | 3 7 | aufsuchen.

Wir erhalten also folgende Konstruction der Figur. Man wähle die Punkte 1 3 7 willkürlich in der Ebene, neh me

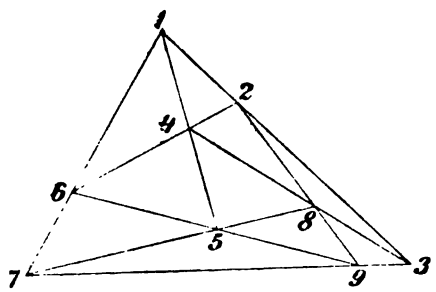
auf |13| den Punkt 2
„ |17| „ „ 6
„ |26| „ „ 4 beliebig an,

bestimme die Schnittpunkte

$$(14, 37) = \mathfrak{p} \quad (17, 34) = \mathfrak{q}$$
$$(13, 6\,\mathfrak{p}) = \mathfrak{r} \quad (\mathfrak{q}\,\mathfrak{r}, 37) = 9$$
$$(96, 14) = 5 \quad (92, 34) = 8$$

dann müssen 5 7 8 in gerader Linie liegen, wie es Fig. 2 zeigt.

Fig. 2.



Auch diese Konfiguration läßt verschiedene Auffassungen zu; wir können sie nämlich als ein sich selbst ein- und umbeschriebenes Neuneck auffassen:

1 6 5 7 9 8 3 2 4

bei dem immer die $i$te $(i+1)$te und $(i+3)$te Ecke auf je einer Geraden liegen, folglich da die Verbindungslinie der $i$ten und $(i+1)$ten Ecke die $i$te Seite des Neunecks ist, geht jede Seite desselben noch durch eine dritte Ecke, d. h. das Neuneck ist sich selbst um- und einbeschrieben.

Aus denselben neun Konfigurationspunkten läßt sich das zweite sich selbst ein- und umschriebene Neuneck herstellen

1 5 9 3 4 6 7 8 2,

bei welchem allemal die $i$te $(i+1)$te und $(i+4)$te Ecke auf je einer Geraden liegen.

Ein drittes aus denselben Konfigurationspunkten herzustellendes sich selbst ein- und umschriebenes Neuneck

1 2 8 3 9 5 7 6 4

besitzt zwar nicht die gleiche Regelmäßigkeit der beiden vorigen, aber immerhin die Eigenschaft, daß jede seiner Seiten durch je eine dritte Ecke in anderer Anordnung hindurchgeht.

4. Endlich bietet auch die dritte von Hrn. Marti-

netti (a. a. O. S. 12) angegebene Konfiguration 9_3 eine Figur dar, bei welcher drei Dreiecke einander in cyclischer Weise gleichzeitig ein- und umgeschrieben sind; sie lautet:

1	1	1	2	2	3	3	4	5
2	4	6	4	5	6	7	7	6
3	5	7	9	8	8	9	8	9.

In der That haben die Dreiecke

1 5 6
4 9 7
2 3 8

die vorgeschriebene Lage, wie ersichtlich ist.

Diese Figur läßt sich auf folgende Weise reell herstellen: Wir wählen die Punkte 1 3 6 9 willkürlich in der Ebene und erhalten den Punkt

$$(16, 39) = 7$$

dann bleibt der Punkt 4 so zu bestimmen übrig, daß die drei Schnittpunkte

$$(41, 96) = 5$$
$$(47, 63) = 8$$
$$(49, 31) = 2$$

auf einer Geraden | 2 5 8 | liegen. Wenn dies der Fall sein soll, so müssen die beiden Strahlbüschel, welche 4 und 3 zu Mittelpunkten haben und nach den Punkten 5 8 2 hingehen perspectiv liegen, also

$$4(3\,5\,8\,2) \overline{\wedge} 3(4\,5\,8\,2),$$

oder was dasselbe sagt

$$4(3\,1\,7\,9) \overline{\wedge} 3(4\,5\,6\,1).$$

Da nun 3 7 9 auf einer Geraden liegen, so wird, wenn wir den Schnittpunkt $(41, 37) = \$$ bezeichnen, das erste Strahlbüschel die Gerade | 3 7 | in den Punkten

3 $ 7 9

treffen, und wenn wir diese vier Punkte von 1 aus auf | 3 6 | projiciren, erhalten wir

3 (41, 36) 6 (19, 36);

da aber auch die Punkte 4 5 1 auf einer Geraden liegen, so trifft das zweite Strahlbüschel 3 (4 5 6 1) die Gerade | 4 5 | in den Punkten

4 5 (36,14) 1

oder nach der für die projective Zuordnung zulässigen Umstellen

1 (41, 36) 5 4.

Die beiden projectiven Punktreihen auf den Trägern | 3 6 | und | 1 4 | haben aber in dem Schnittpunkte derselben entsprechende Punkte gemein, liegen folglich perspectiv, daher müssen sich, wenn wir den Schnittpunkt (19, 36) = q bezeichnen

$$|13| \quad |56| \quad |4q|$$

in einem Punkte schneiden, und da | 5 6 | ≡ | 6 9 | ist, so ist der Punkt 4 dadurch bestimmt, indem wir (13, 69) = p mit (19, 36) = q verbinden und auf dieser Verbindungslinie den Punkt 4 willkürlich wählen; dadurch ist die Forderung der Aufgabe erfüllt, und wir erhalten folgende Konstruction der Figur:

Man wähle die Punkte 1 3 6 9 willkürlich in der Ebene, bestimme die Schnittpunkte

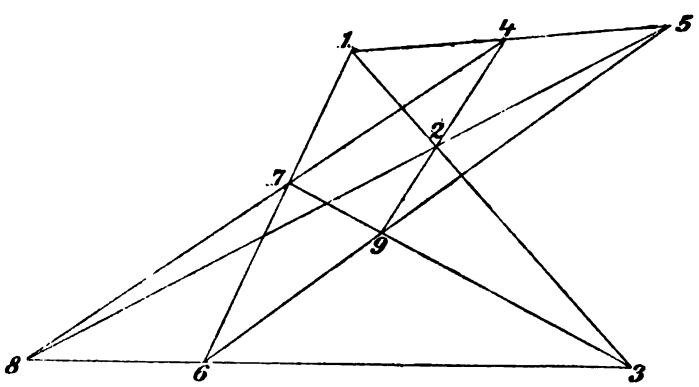
$$(16, 39) = 7$$
$$(13, 69) = p \qquad (19, 36) = q$$

und wähle auf | p q | den Punkt 4 willkürlich; dann müssen die drei Schnittpunkte

$$(41, 96) = 5$$
$$(47, 63) = 8$$
$$(49, 31) = 2$$

auf einer Geraden | 2 5 8 | liegen, wie es Fig. 3 zeigt.

Fig. 3.



Die in No. 2, 3, 4 construirten drei Konfigurationen sind diejenigen, welche Herr Martinetti als die einzigen drei Konfigurationen 9_3 nachgewiesen hat (a. a. O. S. 12); er nennt die beiden ersten irreducibel, die letzte reducibel; dieselbe scheint sich nicht als ein sich selbst ein- und umschriebenes Neuneck auffassen zu lassen.

5. Indem wir nun zu der Konfiguration 10_3 übergehen bietet sich uns zunächst diejenige dar, welche

Herr Martinetti (a. a. O. S. 17) als letzte (X) angegeben hat und welche so lautet:

1	1	1	2	2	3	3	4	5	8
2	4	6	4	6	5	7	6	7	9
3	5	7	8	10	8	10	9	9	10.

Diese ist aber nichts anderes, als die bekannte Désargues-sche Figur zweier perspectiv liegenden Dreiecke

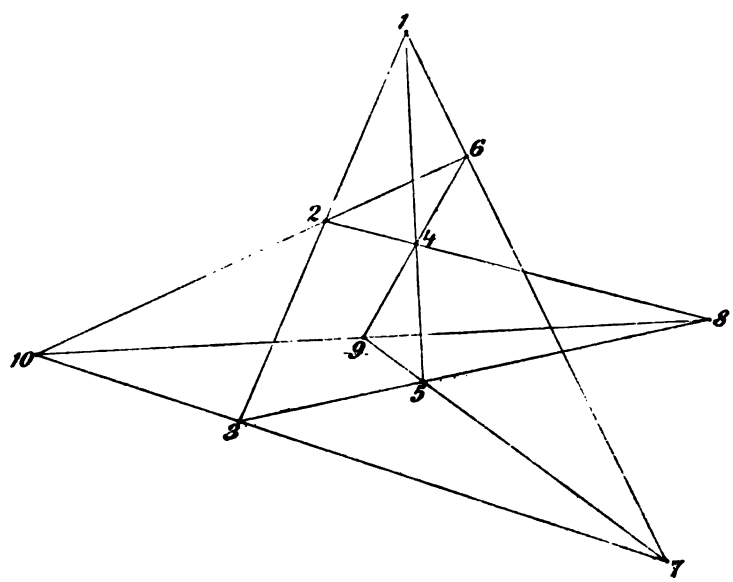
2 4 6
3 5 7,

deren Perspectivitätscentrum der Punkt 1 ist; die entsprechenden Seiten schneiden sich bekanntlich in den drei Punkten

$$(24, 35) = 8 \qquad (46, 57) = 9 \qquad (62, 73) = 10,$$

welche in einer Geraden | 8 9 10 | liegen, und hierdurch sind alle Bedingungen der Konfiguration 10_3 erfüllt, wie es Fig. 4 zeigt.

Fig. 4.



Wir können in dieser Figur jeden der zehn Konfigurationspunkte als Perspectivitätscentrum auffassen und die drei durch ihn gehenden Konfigurationsgeraden als Projectionsstrahlen, auf denselben die beiden perspectiv liegenden Dreiseite ermitteln und erhalten dann als die letzten Konfigurationspunkte die drei in gerader Linie liegenden Durchschnittspunkte entsprechender Seiten der beiden Dreiseite. Hiernach läßt sich dieselbe Konfiguration 10_3 auf zehn verschiedene Arten als Désargues'sche Figur auffassen. Dieselbe Konfiguration gestattet aber auch eine andere

Auffassung, nämlich als bestehend aus zwei Fünfecken, deren jedes dem andern gleichzeitig ein- und umbeschrieben ist. Wir haben z. B. ein solches Fünfeckspaar

1 2 10 9 5
3 7 6 4 8,

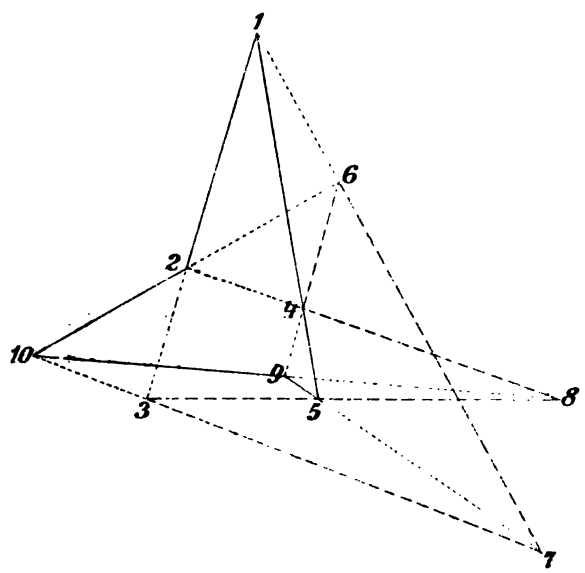
denn die Seite |1 2| geht durch 3
„ „ |2 10| „ „ 6
„ „ |10 9| „ „ 8
„ „ |9 5| „ „ 7
„ „ |5 1| „ „ 4,

während von dem zweiten Fünfeck

die Seite |3 7| durch 10 geht
„ „ |7 6| „ 1 „
„ „ |6 4| „ 9 „
„ „ |4 8| „ 2 „
„ „ |8 3| „ 5 „

Es ist also das erste Fünfeck dem zweiten und gleichzeitig das zweite dem ersten umschrieben, wie es Fig. 4a[1]) zeigt.

Fig. 4a.



1) Auf diese Figur hat schon Cayley aufmerksam gemacht in der Abhandlung: „Sur quelques théorèmes de la géométrie de position", Crelle's Journal f. Math. Bd. XXXI S. 215. Auch wird daselbst die von Hrn. Schoenflies erwähnte Konfiguration 21_3 beschrieben (S. 217).

Solcher Fünfeckspaare lassen sich folgende sechs herstellen:

I.	1	2	10	9	5	und	3	7	6	4	8
II.	1	3	10	9	4	„	2	6	7	5	8
III.	1	4	8	10	7	„	2	6	9	5	3
IV.	1	5	8	10	6	„	2	4	9	7	3
V.	1	6	9	8	3	„	2	10	7	5	4
VI.	1	7	9	8	2	„	3	10	6	4	5.

6. Wir können aber auch in anderer Weise zwei Fünfecke herstellen, von denen jedes dem andern gleichzeitig ein- und umbeschrieben ist, indem wir ein Zehneck construiren, welches sich selbst gleichzeitig ein- und umbeschrieben ist; dies geschieht, indem wir ein Zehneck

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

herzustellen suchen, bei welchem allemal die $i$te, $(i+1)$te und $(i+3)$te Ecke auf einer Geraden liegen, also die zehn Konfigurationsgeraden (abweichend von der Martinettischen Bezeichnung) werden

$$|1\,2\,4| \quad |2\,3\,5| \quad |3\,4\,6| \quad |4\,5\,7| \quad |5\,6\,8|$$
$$|6\,7\,9| \quad |7\,8\,10| \quad |8\,9\,1| \quad |9\,10\,2| \quad |10\,1\,3|.$$

Um eine solche Figur herzustellen wählen wir die Punkte 1 2 3 6 willkürlich in der Ebene, bestimmen den Schnittpunkt

$$(12, 36) = 4$$

und nehmen auf |2 3| den Punkt 5 willkürlich an, dann bleibt der Punkt 9 derartig zu bestimmen übrig, daß die Schnittpunkte

$$(91, 56) = 8$$
$$(92, 13) = 10$$
$$(96, 45) = 7$$

auf einer Geraden |7 8 10| liegen; dadurch würde allen Bedingungen der Konfiguration 10_3 genügt sein.

Dies ist aber eine besondere Aufgabe, welche auch für die Herstellung der allgemeinen Konfiguration n_3 von prinzipieller Bedeutung wird; wir lösen daher zunächst die

Hülfsaufgabe.

„Es ist ein Dreieck $\mathfrak{A}\,\mathfrak{B}\,\mathfrak{C}$ gegeben, dessen Seiten

$$|\mathfrak{B}\mathfrak{C}| = a, \quad |\mathfrak{C}\mathfrak{A}| = b, \quad |\mathfrak{A}\mathfrak{B}| = c$$

sind und ein zweites Dreieck, dessen Ecken bez. sind

$$\mathfrak{a} \quad \mathfrak{b} \quad \mathfrak{c}$$

es soll ein Punkt $\mathfrak{x}$ derartig bestimmt werden, daß die drei Schnittpunkte

$$(\mathfrak{x}a, a) = a_1, \quad (\mathfrak{x}b, b) = b_1, \quad (\mathfrak{x}c, c) = c_1$$

auf einer Geraden $x = |a_1 b_1 c_1|$ liegen“ [1]).

Wenn diese Bedingung erfüllt ist, so bilden die vier Geraden

$$a \quad b \quad c \quad x$$

ein vollständiges Vierseit, dessen drei Paar Gegenecken sind

$$\mathfrak{A} \text{ und } a_1, \quad \mathfrak{B} \text{ und } b_1, \quad \mathfrak{C} \text{ und } c_1.$$

Da nun die Strahlenpaare von einem Punkte nach den drei Paar Gegenecken eines vollständigen Vierseits allemal eine Strahleninvolution bilden, und die drei Strahlen

$$|\mathfrak{x}a a_1|, \quad |\mathfrak{x}b b_1|, \quad |\mathfrak{x}c c_1|$$

bez. durch die Punkte $a_1 b_1 c_1$ gehen, so muß der gesuchte Punkt $\mathfrak{x}$ die Eigenschaft besitzen nach den drei gegebenen Punktepaaren

$$\mathfrak{A} \text{ und } a, \quad \mathfrak{B} \text{ und } b, \quad \mathfrak{C} \text{ und } c$$

drei Strahlenpaare einer Involution zu senden, und umgekehrt wenn dies der Fall ist, so werden die drei Schnittpunkte $a_1 b_1 c_1$ auf einer Geraden liegen.

Der Ort eines solchen Punktes $\mathfrak{x}$, welcher nach drei gegebenen Punktepaaren (die nicht die 3 Paar Gegenecken eines vollständigen Vierseits sind) drei Strahlenpaare einer Involution sendet, ist aber bekanntlich eine Kurve dritter Ordnung, für welche diese Punktepaare $\mathfrak{A}$ und a, $\mathfrak{B}$ und b, $\mathfrak{C}$ und c conjugirte Punkte sind [2]), und jeder Punkt $\mathfrak{x}$ der dadurch vollständig bestimmten Kurve $C^{(3)}$ genügt der Aufgabe.

Wir können nun auf lineare Weise (d. h. durch bloßes Ziehen gerader Linien und Aufsuchen ihrer Schnittpunkte) aus den gegebenen drei Paaren conjugirter Punkte unendlich viele neue Paare conjugirter Punkte der Kurve ableiten, also überhaupt in unzähliger Menge Punkte der $C^{(3)}$ finden, welche der Aufgabe genügen; aus den beiden Paaren $\mathfrak{A}$ und a, $\mathfrak{B}$ und b finden wir ein drittes

$$(\mathfrak{A}\mathfrak{B}, ab) = \mathfrak{D}$$
$$(\mathfrak{A}b, a\mathfrak{B}) = \mathfrak{b},$$

also aus den drei von einander unabhängig gegebenen Paaren drei neue, aus diesen wiederum drei neue, welche unter sich oder mit den früheren verbunden immer neue Punktepaare der $C^{(3)}$ liefern u. s. f.

Benutzen wir nun diese Hülfsaufgabe, um zur Konstruction

---

1) Dies ist nichts anderes, als die Graßmannsche Definition der Kurve dritter Ordnung, (Crelle's Journal f. r. u. a. Math. Bd. XXXVI, S. 177).

2) H. Schroeter, Die Theorie der ebenen Kurven dritter Ordnung (Leipzig 1888) S. 4.

der $C^{(3)}$ zu gelangen, so haben wir nach dem Obigen das Dreiseit

$$|\,1\,3\,| = a, \quad |\,4\,5\,| = b, \quad |\,5\,6\,| = c$$

und das Dreieck

$$2 = \mathfrak{a}, \qquad 6 = \mathfrak{b}, \qquad 1 = \mathfrak{c}$$

und $\quad 5 = \mathfrak{A}, \quad (13, 56) = \mathfrak{B}, \quad (13, 45) = \mathfrak{C}.$

Aus den beiden Paaren $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{C}$ und $\mathfrak{c}$ finden wir das neue

$$(12, 45) = \mathfrak{b}, \quad (15, 2\mathfrak{C}) = \mathfrak{D}$$

und aus den beiden Paaren $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{D}$ und $\mathfrak{b}$ den Punkt

$$\mathfrak{x} = (\mathfrak{B}\mathfrak{b}, \mathfrak{D}\mathfrak{b}) = (\mathfrak{B}4, \mathfrak{D}6) = 9,$$

wodurch der gesuchte Punkt 9 gefunden ist, aus welchem dann die drei letzten Konfigurationspunkte in der angegeben Weise folgen.

Wir haben also folgende fertige Konstruction für 10_3:

Man wähle die Punkte 1 2 3 6 willkürlich in der Ebene, bestimme den Schnittpunkt

$$(12, 36) = 4$$

und nehme auf $|\,2\,3\,|$ den Punkt 5 willkürlich an; dann suche man die Durchschnittspunkte auf

$$(13, 45) = \mathfrak{p}, \quad (13, 56) = \mathfrak{q}, \quad (15, 2\mathfrak{p}) = \mathfrak{r}$$

und erhält den Punkt

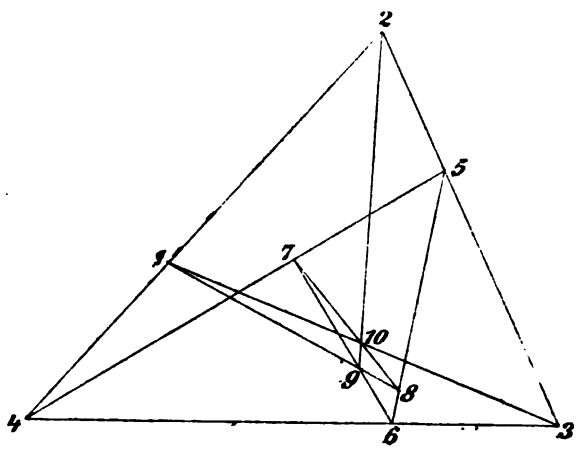
$$(4\mathfrak{q}, 6\mathfrak{r}) = 9$$

aus dem die drei letzten Konfigurationspunkte folgen

$$(91, 56) = 8$$
$$(92, 13) = 10$$
$$(96, 45) = 7$$

welche auf einer Geraden $|\,7\,8\,10\,|$ liegen müssen, wie es Fig. 5 zeigt.

Fig. 5.



Die zehn Konfigurations-Geraden

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	1
4	5	6	7	8	9	10	1	2	3

bilden also ein sich selbst ein- und umbeschriebenes Zehneck, wie ersichtlich ist.

Dasselbe läßt sich auch, wie Herr A. Schoenflies a. a. O. § 3, 3 allgemein bemerkt hat in anderer Aufeinanderfolge der Seiten anordnen

1	4	7	10	3	6	9	2	5	8
4	7	10	3	6	9	2	5	8	1
2	5	8	1	4	7	10	3	6	9.

Während bei dem ersten Zehneck

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

immer die $i$te $(i+1)$te und $(i+3)$te Ecke auf einer Geraden (Zehnecksseite) liegen, finden sich bei dem zweiten Zehneck

1 8 5 2 9 6 3 10 7 4

immer die $i$te, $(i+1)$te und $(i+4)$te Ecke auf einer Geraden, bei dem letzteren in umgekehrter Richtung durchlaufenen Zehneck

1 4 7 10 3 6 9 2 5 8

dagegen die $i$te $(i+1)$te und $(i+7)$te und endlich bei dem Zehneck

1 10 9 8 7 6 5 4 3 2

die $i$te $(i+1)$te und $(i+8)$te Ecke auf je einer Geraden. Die Konfiguration 10_3 bietet, wie ersichtlich ist, das Fünfeckspaar

1 3 5 7 9
2 4 6 8 10

dar, von welchen jedes dem andern gleichzeitig ein- und umbeschrieben ist, denn es gehen:

1 3	durch	10	
3 5	„	2	
5 7	„	4	
7 9	„	6	
9 1	„	8	

2 4	durch	1	
4 6	„	3	
6 8	„	5	
8 10	„	7	
10 2	„	9,	

wie Fig. 5 es erkennen läßt.

7. Dasselbe Princip, welches wir zur Herstellung der Konfiguration 10_3 angewendet haben führt uns nun auch zur Konstruction der allgemeinen

$$n_3 \quad (n > 9),$$

bei welcher die n Konfigurationspunkte so angeordnet liegen, daß immer der $i$te, $(i+1)$te und $(i+3)$te auf einer Konfigurationsgeraden sich befinden, oder was dasselbe sagt zur Konstruction eines sich selbst ein- und umbeschriebenen n-Ecks, wobei $n > 9$ ist.

In der That können wir so construiren:

Wir nehmen die Punkte 1 2 3 willkürlich in der Ebene an, nehmen

$$\begin{array}{lllll} \text{auf} & |\,1\,2\,| & \text{den} & \text{Punkt} & 4 \\ \text{„} & |\,2\,3\,| & \text{„} & \text{„} & 5 \\ \text{„} & |\,3\,4\,| & \text{„} & \text{„} & 6 \\ & \cdots\cdots\cdots & & & \\ \text{auf} & |\,n-7\;n-6\,| & \text{den} & \text{Punkt} & n-4 \end{array}$$

beliebig an und ermitteln dann die letzten vier Konfigurationspunkte, indem wir den Punkt $(n-1)$ so zu bestimmen suchen, daß die drei Schnittpunkte

$$\begin{array}{llllll} (n-1 & 1 & , & n-5 & n-4) & = n-2 \\ (n-1 & 2 & , & 1 & 3\;) & = n \\ (n-1 & n-4, & & n-6 & n-5) & = n-3 \end{array}$$

auf einer Geraden $|\,n-3,\ n-2,\ n\,|$ liegen. Es würden dann sämmtliche Bedingungen der Konfiguration erfüllt sein, und wir hätten das verlangte n-Eck hergestellt.

Die letzte Forderung wird aber durch unsere Hülfsaufgabe (No. 6) geleistet, denn wir brauchen nur die drei Punktepaare

$$\begin{array}{rcl} 1 & \text{und} & (1\;3,\ n-6\ n-5) \\ 2 & \text{„} & n-5 \\ n-4 & \text{„} & (1\;3,\ n-5\ n-4) \end{array}$$

als Paare conjugirter Punkte für eine $C^{(3)}$ aufzufassen, dann wird jeder Punkt derselben der Forderung genügen und für $n-1$ gewählt werden dürfen; wir erhalten aus den beiden ersten Punktepaaren zunächst das neue

$$(1\;2,\ n-5\ n-6) \quad \text{und} \quad (1\ n-5,\ 2\,\mathfrak{p})$$

wo zur Abkürzung $\mathfrak{p} = (1\;3,\ n-6\ n-5$ gesetzt ist; bezeichnen wir noch $\mathfrak{q} = (1\;3,\ n-5\ n-4)$

$\mathfrak{r} = (1\;2,\ n-6\ n-5)$ $\mathfrak{s} = (1\ n-5,\ 2\,\mathfrak{p})$,

so kann der Schnittpunkt

$$(\mathfrak{q}\,\mathfrak{r},\ \mathfrak{s}\ n-4) = n-1$$

als der gesuchte gewählt werden und wir erhalten folgende Konstruction der vier letzten Konfigurationspunkte:

Nachdem die ersten $(n-4)$ Konfigurationspunkte in der oben

angegebenen Weise angenommen sind, bestimme man die Hülfspunkte

$$\begin{aligned} \mathfrak{p} &= (1\ 3,\ n-6\ n-5) \\ \mathfrak{q} &= (1\ 3,\ n-5\ n-4) \\ \mathfrak{r} &= (1\ 2,\ n-6\ n-5) \\ \mathfrak{s} &= (1\ n-5,\ \mathfrak{p}\ 2) \end{aligned}$$

und findet

$$(\mathfrak{q}\,\mathfrak{r},\ \mathfrak{s}\ n-4) = n-1,$$

dann folgen

$$\begin{aligned} (n-1 \quad 1 \ ,\ n-5\ n-4) &= n-2 \\ (n-1 \quad 2 \ ,\ \ 1 \quad\ 3\ ) &= n \\ (n-1\ n-4,\ n-6\ n-5) &= n-3 \end{aligned}$$

und die drei letzten Punkte müssen auf einer Geraden $|n-3, n-2, n|$ liegen.

Auf diese Weise gelangt man zur reellen linearen Konstruction sämmtlicher höheren Konfiguration n_3, sobald $n > 9$ ist und behält dabei noch eine gewisse Willkürlichkeit, indem man von der Kurve $C^{(3)}$ jeden Punkt als vorletzten Konfigurationspunkt wählen kann.

So liefert die Konstruction von 12_3 die hübsche Figur, welche Herr Schoenflies auf S. 48 seiner Abhandlung gegeben hat und die eine mehrfache Auffassung und Zerlegung zuläßt, auf deren nähere Betrachtung ich aber hier verzichte.

Breslau, den 1. Juni 1888.

Ueber neuere Aufschlüsse im Diluvium bei Göttingen.

Von

A. von Koenen.

Vor etwa zwei Jahren hatte ich auf die große Analogie hingewiesen, welche gewisse Thalformen in der hiesigen Gegend mit solchen der norddeutschen Ebene aufweisen, deren Entstehung von vielen Geologen einer direkten oder indirekten Wirkung von nordischen Gletschern zugeschrieben wird, während bei uns an eine Gletscherwirkung nicht wohl gedacht werden kann, weil die südlichsten Reste nordischer Gerölle erst bedeutend weiter nördlich, in der Gegend von Salzderhelden zu finden sind. Das Leinethal und dessen Fortsetzungen sind vielmehr Spaltenthäler, deren Sohle mehr oder minder stark durch Flußgerölle und Lehm aufgehöht

worden ist. Ich möchte aber auch hervorheben, daß die Seitenthäler und Schluchten, welche in die bis über 8 Kilom. breite Leinethalspalte münden, wie der Steinsgraben, die lange Nacht, der Molkengrund und das Lutterthal bei Göttingen, in mancher Beziehung an kleine Fjorde erinnern, welche ja von manchen Autoren ebenfalls mit Gletschern in Verbindung gebracht werden, während die erwähnten Nebenthäler nachweislich durch Dislokationen entstanden sind.

Nach dem eben Gesagten war nun von doppelten Interesse ein Aufschluß, welchen ich in einer Ausschachtung für einen Hausbau des Bauinspektor Parisius an der Herzberger Chaussee, zwischen Göttingen und dem Hainberge, im Mai dieses Jahres beobachtete und welchen Hr. Henle freundlichst photographisch aufnahm. Unter ca 0,5 m Dammerde und Lehm, welcher nach unten immer thoniger wurde, folgte, etwa ein Meter mächtig, ein Gemenge von Muschelkalkbrocken, von Schollen von grünlichgelbem zähem Lias-Thon und von Streifen und Nestern braunen Diluvialsandes, und ebensolcher Sand lag stellenweise noch in der Sohle der Baugrube in einer dünnen Schicht über dem anstehenden Lias-Thon. In die Schollen von Lias-Thon waren die Muschelkalkgerölle zum Theil förmlich eingeknetet, so daß dieses Gemenge mit manchen Geschiebethonen des norddeutschen glacialen Diluvium's eine gewisse Aehnlichkeit zeigte. Die Thonschollen waren mitunter mit einander gleichsam verklebt, gewöhnlich aber durch bis zu 0,3 m dicke Sandlagen von einander getrennt. Besonders auffallend war aber, daß einzelne, 0,5 m und mehr dicke, in solcher Weise begrenzte Schollen mehr oder minder steil aufgerichtet und oben flacher gebogen waren, und zwar durchweg in der Richtung von Süden nach Norden, so daß das Profil dieser Baugrube ein ganz ähnliches Bild giebt wie die, welche von Berendt und Anderen veröffentlicht worden sind um die Einwirkung von Gletschereis auf Kreide- und Tertiär-Bildungen anschaulich zu machen, auf welchen in gleicher Weise Tertiärgebirge und Kreide in einzelnen Schollen aufgerichtet und „geschleppt“ zwischen Diluvialbildungen liegt. In unserem Profil ist aber die Richtung der „Pressung oder Schleppung“ nicht nordsüdlich, sondern umgekehrt südnördlich, und der Diluvialsand ist nicht nordischen Ursprungs, wie überhaupt nordische Geschiebe, Feuersteine etc. bei Göttingen nicht vorkommen, sondern es ist ein Quarzsand, welcher schon durch seine Färbung sich als Buntsandsteinsand erkennen läßt und ohne Zweifel aus dem Buntsandsteingebiet östlich Reinhausen durch die Wende, Garte etc. dem Leinethal zugeführt worden ist, soweit er nicht

etwa von der Leine selbst aus ihrem oberen Laufe mitgebracht worden ist.

Jene eigenthümliche Lagerung des Sandes und der Liasschollen ist somit sicherlich nicht durch nordisches Gletschereis hervorgebracht worden und auch wohl überhaupt nicht durch Gletscher, falls man nicht eine lokale Vergletscherung des Leinethales annehmen will, für welche sonst keinerlei Andeutungen vorhanden sind; ganz lokal müßte jener Gletscher aber gewesen sein, da unter den Geröllen der Baugrube und in der weiteren Umgebung Basaltgerölle fehlen, die sonst doch sicher von den höchsten Bergen unserer Gegend, vom Meißner, dem Hohehagen etc., herabgeführt worden wären, und an diesen würde doch zunächst das ehemalige Vorhandensein von Gletschern erwartet werden können.

Es dürfte daher jenes Profil etwa in der Weise zu erklären sein, daß durch größere Wasserfluthen bei stärkerer Strömung Schollen und Klumpen von Lias-Thon losgerissen, wurden, — ganz wie Thon-(Schlick)-Klumpen in den Watten der Nordsee-Inseln gar häufig fortgewälzt werden, — daß hierbei die Muschelkalkgerölle in den Thon hineingedrückt wurden, daß Beides an geeigneten Stellen zusammen mit Sand liegen blieb, und daß etwa durch Einwirkung der darüber fortgehenden Strömung und auch wohl der durch diese transportirten Gesteins- oder Geröllmassen die Umbiegung oder „Schleppung" der Thonschollen auf ihrer oberen Seite bewirkt wurde.

Der braune Sand ist übrigens ganz ähnlich und vielleicht gleichaltrig den mehr oder minder feinen Sanden, welche im oberen Theile der Stadt Göttingen in letzter Zeit durch die Kanalisationsarbeiten und einen Brunnen im Hofe des Physiologischen Instituts zwischen den gröbereren Schotterlagen aufgeschlossen wurden. In dem Brunnen betrug die Mächtigkeit dieser Bildungen über 10 Meter, ohne daß das Liegende (Gypskeuper) erreicht wurde; sie enthielten aber außer Buntsandstein-Sand und Geröllen hauptsächlich Muschelkalkgerölle und vereinzelte kleine Brocken von Keupermergel und vielleicht auch aus dem Lias herrührenden eisenschüssigen Gesteinen.

Wenig über 200 m weiter westlich resp. nach der Leine zu wurde am Rathhause bei Anlage des Blitzableiters unter dem Schotter der Gypskeuper schon bei 5 m Tiefe erbohrt, und über dem Schotter liegt dort ca. 1 m alter Schutt und ca. 0,5 m grauer bis grünlicher Schluffsand, altes Leine-Thal-Alluvium, welches durch die Kanalisationsarbeiten in nach Westen steigender Mächtigkeit überall über dem Schotter nachgewiesen wurde und west-

lich vom Leinekanal meist zahlreiche noch lebende Süßwasserformen, wie Bithynia tentaculata, Valvata piscinalis und Anodonta cygnea enthielt.

An einzelnen Stellen, z. B. in der Kupferstraße schien dieser Schluff aber nach oben in Löß-Lehm überzugehen und wurde an anderen Stellen von solchem überlagert, wie am Maschmühlenwege. Dort, sowie in der Nähe des Naturhistorischen Museums wurden in dem darunter folgenden Kies aber Zähne von Mammuth und Knochen vom Rhinoceros etc. gefunden, so daß dieser Kies mindestens theilweise der Glacialzeit angehören dürfte, und voraussichtlich ist dies auch mit dem mächtigen Schotter unter dem oberen Theile der eigentlichen Stadt Göttingen der Fall.

Durch die im letzten halben Jahre ausgeführten Arbeiten zur besseren Fassung des Reinsbrunnen's wurden nun in der Reinsrinne über dem Liasthon Muschelkalkgerölle zum Theil von bedeutenden Dimensionen gefunden, theils durch Thon verbunden, theils aber auch ganz lose oder auch durch Kalksinter fest verkittet, und in solchem Gestein fanden sich die stärksten Quellen, welche natürlich mit der nahen Bruchlinie am Fuße des Hainberges zusammenhängen. Darüber lag nach Norden Kalktuff, nach Süden grauer Schluff und dann bis zu 2 Meter Lehm. Die neue Leitung von hier nach dem Hochreservoir ergab aber westlich von der Baumschule über dem Kalktuff und unter dem Lehm einen grauen, schwach kalkhaltigen Schluff und Sand, z. Th. mit über 0,5 mm großen Quarzkörnern, welche vermuthlich aus Buntsandstein ausgewaschen waren. Aus solchem Sand erhielt ich durch Schlämmen folgende Mollusken-Arten; zu denselben machte O. Boettger, welcher diese Formen ja besonders gut kennt, eine Reihe von Bemerkungen, die im Folgenden benutzt sind:

1. Agriolimax agrestis L. (junge Schalen).
2. Conulus fulvus Drap. (Hyalinia autt.)
3. Hyalinia (Polita) Hammonis Ström. (= radiatula autt.).
4. Punctum pygmaeum Drap. (= Patula autt.),
5. Helix (Vallonia) pulchella Müll. var. mit stärkerer Streifung als gewöhnlich.
6. Helix (Trichia) hispida Müll.
7. H. (Campylaea) arbustorum Müll. (Fragm.).
8. Cionella (Zua) lubrica Müll.
9. Pupa (Pupilla) muscorum Müll.
10. P. (Sphyradium) columella Benz (= der lebenden P. edentula Drap. var. Gredleri Cless.).

11. P. (Vertigo) parcedentata A. Braun (= der lebenden tyroler P. Genesii Gredl.).

12. Succinea oblonga Drap. var. elongata A. Braun.

13. S. Schumacheri Andr. (zunächst verwandt der auf dem Mt. Cenis lebenden S. Pfeifferi Rosm. var. Mortilleti Stab.).

14. Limnaeus truncatulus Müll.

Außerdem kleine Körner krystallinischen Kalkes, welche, wie O. Böttger mir ebenfalls mittheilte, neuerdings der Gattung Arion zugeschrieben werden.

Dies ist nun aber eine Fauna, wie sie sich sonst wohl im Löß findet, und die Sande, welche diese Fauna enthalten, sind somit als Aequivalente mancher Lößbildungen anzusehen; es sind aber vermuthlich dieselben Sande, welche Bornemann (Liasform. in d. Umgeg. v. Göttingen. Diss. 1854 S. 14) mit allem Vorbehalt als tertiäre deutete, wenigstens ist mir sonst nichts bekannt geworden, was Bornemann gemeint haben könnte. Der Lehm über diesem Sande resp. über dem Kalktuff hat die Schädel, Urnen, Bronce- und Stein- etc. Geräthe geliefert, welche ich bei einer früheren Gelegenheit erwähnt habe.

Als jüngste Bildung sah ich darüber an einer Stelle einen z. Th. sinterartigen Kalktuff, welcher unter Anderen auch Ziegelstein-Stückchen enthielt.

Bei der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

Fortsetzung.

Februar 1888.

Annalen des physikalischen Central-Observatoriums von H. Wild. Jahrg. 1886. Theil II. St. Petersburg 1887.
a. Rocznik Akademie umiejetności w Krakowiè 1886.
b. Pamiętnik. Wydziatu. T. VI.
c. Rozprawy. Wydziatu Histor.-Filozof. t. XIX, XX.
d. Rozprawy. Wydziatu Filologisznego. t. XII.
e. Monumenta medii aevi histor. res gestas Poloniae illustrantia. Tom. X.
f. Scriptores rerum polonicarum. t. XI.
g. Acta historica res gestas Poloniae illustrantis. Tom. IX, X, XI.
h. Kruczkiewicz. Carmina Pauli Crosnensis Rutheni atque Joannis Visliciensis.
i. Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce. T. III. Zeszyt. 4. Krakowie 1888.
Revue Médico-Pharmaceutique. Prem. année. 31. Janv. 1888. Constantinople.

Proceedings of the American Pharmaceutical association. 1887. Vol. 35. Philadelphia.
Bulletin of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. XIII. N. 6. Cambridge 1887.
Boletin de la Academia Nacional de ciencias en Cordoba (Repùblica Argentina) Junio S. 1887. Tomo. X. Entrega 1a. Buenos-Aires.

Nachtrag.

Annuario della R. Accademia dei Lincei 1888. Roma.
Berichte über die Verhandlungen d. Königl. Sächs. Ges. d. W. zu Leipzig. Philol.-histor. Classe 1887. IV. V. Leipzig 1888.
Bulletin de l'Academie R. des sciences etc. de Belgique. 56. année. 3. série. Tome 14. N. 12. Bruxelles 1887.

März und April 1888.

Sitzungsberichte d. K. Akademie d. Wissenschaften zu Berlin 1888. IX—XX, u. Register zu 1887.
Sitzungsberichte der physikalisch-medicinischen Gesellschaft in Würzburg. Jahrg. 1887.
Aus den Sitzungsberichten d. Würzb. phys.-med. Gesellsch. 1888. Ueber die Entwickelung der Nägel v. A. v. Kölliker.
a. Jahrbuch des Kgl. sächs. meteorologischen Institutes 1886. Vierter Jahrg. 1. Lieferung, Abtheilungen 1 u. 2.
b. Bericht über die Thätigkeit im meteorologischen Institut für das Jahr 1886. III. Abth. des Jahrg. IV. 1886. Chemnitz.
Berichte über die Verhandlungen der K. sächs. Ges. d. Wissensch. zu Leipzig.
a. Mathematisch-physische Classe 1887. I. II (2. Exempl.).
b. Beiträge zur chinesischen Grammatik v. G. v. d. Gabelenz. (Des X. Bandes der Abhandl. der philol.-histor. Classe N. VIII.)
Sitzungsberichte d. K. b. Akademie d. Wissensch. zu München:
a. d. mathematisch-physikalischen Classe 1887. Heft III.
b. d. philosophisch-philologischen u. histor. Classe 1887. B. II. H. III. München 1888.
Zeitschrift der Deutschen Morgenländischen Gesellschaft. Bd. 41. Heft IV. Leipzig 1887.
Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Bd. XVII, Jahrg. 1885, Heft 2. Berlin 1888.
26. 27. u. 28. Bericht über die Thätigkeit des Offenbacher Vereins für Naturkunde in den Vereinsjahren vom 7. Mai 1884 bis 11. Mai 1887. Offenbach 1888.
Acta Mathematica 11:2.
Vorträge u. Mittheilungen v. G. v. Rath. Bonn 1888. (Aus Verh. d. naturhist. Vereins d. preuß. Rheinl. 44. Corr.-Bl. No. 2.)
Deutsche Chemiker-Zeitung. Jahrg. III. No. 12, 14. Berlin 1888.
Societatum Litterae. Zweiter Jahrg. No. 4. Frankfurt a. d. Oder 1888.
Monatliche Mittheilungen aus dem Gesammtgebiete der Naturwissenschaften. Hrsg. v. Huth. V. Jahrg. Nr. 10–12.
Jahresbericht des Vereins für Erdkunde zu Stettin 1887. Stettin 1888.

(Fortsetzung folgt.)

Inhalt von No. 9.

A. Schoenflies, über reguläre Gebietstheilungen des Raumes. — *H. Schroeter*, über lineare Konstructionen zur Herstellung der Konfigurationen n_3. — *A. von Koenen*, über neuere Aufschlüsse im Diluvium bei Göttingen. — Eingegangene Druckschriften.

Für die Redaction verantwortlich: *E. Struppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

1. August. **№ 10.** 1888.

Universität.

Verzeichniß der Vorlesungen auf der Georg-Augusts-Universität zu Göttingen während des Winterhalbjahrs $18^{88}/_{89}$.

Die Vorlesungen beginnen den 15. Oktober und enden den 15. März.

Theologie.

Einleitung in das Alte Testament: Prof. *Duhm* vierstündig um 4 Uhr.

Erklärung der Genesis: Prof. *Schultz* fünfstündig um 11 Uhr.

Erklärung des Buches Jesajas: Prof. *Duhm* fünfstündig um 10 Uhr.

Einleitung ins Neue Testament: Lic. *Weiss* fünfstündig um 4 Uhr.

Geschichte des Kanons: *Derselbe* Montag von 5—6 Uhr gratis.

Erklärung der synoptischen Evangelien: Prof. *Wiesinger* fünfmal um 9 Uhr.

Erklärung des Evangeliums und der Briefe des Ap. Johannes: Prof. *Lünemann* fünfstündig um 9 Uhr.

Erklärung des Briefes Pauli an die Römer: Prof. *Ritschl* fünfmal um 11 Uhr.

Geschichte des apostolischen Zeitalters: Prof. *Knoke* dreimal um 9 Uhr, Montag, Dienstag u. Donnerstag.

Kirchengeschichte der ersten sechs Jahrhunderte: Prof. *Wagenmann* fünfmal um 8 Uhr.

Kirchengeschichte des Mittelalters: Prof. *Reuter* fünfmal um 8, Sonnabends um 9 Uhr.

Christliche Dogmengeschichte bis zum XII. Jahrhundert: *Derselbe* fünfmal um 11, Sonnabends um 8 Uhr.

Dogmengeschichte des Mittelalters und der Neuzeit: Prof. *Wagenmann* viermal um 4 Uhr.

Geschichte der Reformation: Lic. *Mirbt* dreistündig, am Montag, Dienstag, Mittwoch um 8 Uhr.

Dogmatik Theil I: Prof. *Ritschl* fünfstündig um 12 Uhr.

Theologische Ethik: Prof. *Schultz* fünfstündig um 10 Uhr.

Praktische Theologie: Prof. *Knoke* fünfstündig um 5 Uhr.

Kirchenrecht siehe unter *Rechtswissenschaft* S. 260.

Die alttestamentlichen Uebungen der wissenschaftlichen Abtheilung des theologischen Seminars leitet Prof. *Schultz* Donnerstag um 6 Uhr; die neutestamentlichen Prof. *Wiesinger* Montags um 6 Uhr; die kirchen- und dogmenhistorischen Prof. *Wagenmann* Dienstags um 6 Uhr; die dogmatischen Prof. *Ritschl* Freitags um 6 Uhr.

Kirchenhistorische Uebungen hält privatissime Lic. *Mirbt* Mittwoch um 6 Uhr.

Die Uebungen des königl. homiletischen Seminars leiten Prof. *Schultz* und Prof. *Knoke* Sonnabends von 9—11 Uhr öffentlich; die Uebungen des liturgischen Seminars leitet Prof. *Knoke* Sonnabends um 9 und um 11 Uhr; die Uebungen des katechetischen Seminars Prof. *Wiesinger* Mittwochs von 2—3 Uhr, Prof. *Knoke* Sonnabends von 2—3 Uhr öffentlich.

Rechtswissenschaft.

Institutionen des römischen Privatrechts: Montag, Dienstag, Mittwoch, Donnerstag, Freitag von 9—10 Uhr Prof. *Merkel.*

Römische Rechtsgeschichte: Montag, Dienstag und Donnerstag von 3—4 Uhr Prof. *Regelsberger.*

Lektüre des Gaius: Mittwoch von 10—11 Uhr Prof. *Merkel* unentgeltlich.

Römischer Civilproceß: Mittwoch und Sonnabend von 12—1 Uhr Dr. *Goldschmidt.*

Pandekten, I. Theil (allgemeine Lehren, Obligationenrecht, Pfandrecht): Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag von 8—10 Uhr Prof. *Regelsberger.*

Pandekten, II. Theil (Römisches Sachenrecht): Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag von 12—1 Uhr Prof. *v. Jhering.*

Pandekten, III. Theil (Erbrecht und Familienrecht): Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag von 10—11 Uhr Prof. *Merkel.*

Römisches Erbrecht: wöchentlich fünfmal von 3—4 Uhr Prof *Wolff.*

Exegetische Uebungen in den Digesten: Montag von 5—7 Uhr Prof. *Merkel.*

Conversatorium über Pandekten: Dienstag, Mittwoch, Donnerstag und Freitag von 6—7 Uhr Dr. *Goldschmidt.*

Deutsche Rechtsgeschichte: viermal wöchentlich von 11—12 Uhr Prof. *Frensdorff.*

Deutsches Privatrecht mit Lehnrecht: fünfmal wöchentlich von 4—5 Uhr Prof. *Ehrenberg.*

Handelsrecht mit Wechsel- und Seerecht: fünfmal wöchentlich von 3—4 Uhr Prof. *Ehrenberg.*

Preußisches Privatrecht: fünfmal wöchentlich von 11—12 Uhr Prof. *Ziebarth.*

Landwirthschaftsrecht: Mittwoch von 4—6 Uhr Prof. *Ziebarth.*

Die Grundzüge des Entwurfs eines bürgerlichen Gesetzbuches für das deutsche Reich: Sonnabend von 10—12 Uhr öffentlich Dr. *Goldschmidt.*

Strafrecht: fünfmal wöchentlich von 10—11 Uhr Prof. *John.*

Deutsches Reichs- und Landesstaatsrecht: fünfmal wöchentlich von 9—10 Uhr Prof. *Dove.*

Deutsches Verwaltungsrecht: Dienstag, Donnerstag, Freitag von 12—1 Uhr Prof. *Frensdorff.*

Völkerrecht: Mittwoch und Sonnabend von 12—1 Uhr Prof. *v. Bar.*

Kirchenrecht einschließlich des Eherechts: täglich von 8—9 Uhr Prof. *Dove.*

Civilproceß: fünfmal wöchentlich von 11—12 Uhr Prof. *v. Bar.*

Strafproceß: fünfmal wöchentlich von 10—11 Uhr Prof. *Ziebarth.*

Civilproceßprakticum: Dienstag von 5—7 Uhr Prof. *John.*

Staatswissenschaft: s. S. 269.

Medicin.

Zoologie, vergleichende Anatomie, Botanik, Chemie, siehe unter *Naturwissenschaften.*

Knochen- u. Bänderlehre lehrt Dr. *Barfurth* Montag, Mittwoch und Sonnabend von 11—12 Uhr.

Systematische Anatomie, I. Theil, trägt vor Prof. *Fr. Merkel* tägl. von 12—1 Uhr.

Anatomie des Gehirns lehrt Dr. *Barfurth* Montag von 2—3 Uhr öffentlich.

Topographische Anatomie lehrt Prof. *Fr. Merkel* Dienstag, Donnerstag, Freitag von 2—3 Uhr.

Praeparirübungen leitet Prof. *Fr. Merkel* täglich von 9—4 Uhr.

Mikroskopische Uebungen für Geübtere hält Dr. *Barfurth* Dienstag und Freitag von 5—7 Uhr.

Mikroskopische Curse in der speciellen Histologie hält Prof. *Krause* viermal wöchentlich um 2 Uhr oder zu anderen passenden Stunden.

Physiologie mit Erläuterungen durch Experimente u. mikroskopische Demonstrationen lehrt Prof. *Herbst* in 6 Stunden wöchentlich um 10 Uhr.

Experimentalphysiologie, II. Theil (Physiologie des Nervensystems u. der Sinnesorgane) lehrt Prof. *Meissner* täglich von 10—11 Uhr.

Arbeiten im physiologischen Institut leitet Prof. *Meissner* täglich in passenden Stunden.

Knochen- u. Muskelkrankheiten trägt öffentlich vor Prof. *Orth* Mittwoch von 12—1 Uhr.

Specielle pathologische Anatomie lehrt Prof. *Orth* Montag, Dienstag, Donnerstag und Freitag von 12—1 Uhr.

Pathologisch-anatomische Demonstrationen hält Prof. *Orth* privatissime Mittwoch und Sonnabend von 2—4 Uhr.

Practische Uebungen in der pathologischen Histologie leitet Prof. *Orth* Dienstag u. Freitag von 6—8 Uhr.

Physikalische Diagnostik verbunden mit Uebungen lehrt Prof. *Damsch* Montag, Mittwoch, Donnerstag von 5—6 Uhr.

Laryngoskopische Uebungen hält Prof. *Damsch* Sonnabend von 12—1 Uhr.

Arzneimittellehre u. Receptirkunde verbunden mit Experimenten u. practischen Uebungen im Receptiren u. Dispensiren lehrt Prof. *Marmé* Montag, Dienstag u. Donnerstag von 6—7 Uhr.

Die gesammte Arzneimittellehre trägt Prof. *Husemann* fünfstündlich von 3—4 Uhr vor.

Specielle Toxikologie, II. Theil, verbunden mit Experimenten trägt Prof. *Marmé* für ältere Mediciner vor Montag u. Donnerstag von 3—4 Uhr.

Arzneiverordnungslehre trägt Prof. *Husemann* Montag von 2—3 Uhr öffentlich vor.

Arbeiten im pharmacologischen Institut leitet Prof. *Marmé* täglich in passenden Stunden.

Pharmacognosie lehrt Prof. *Marmé* dreimal wöchentlich Dienstag bis Donnerstag von 8—9 Uhr.

Pharmacognostisch-mikroskopische Uebungen hält Prof. *Marmé* Mittwoch von 10—12 Uhr.

Specielle Pathologie u. Therapie, II. Hälfte, trägt vor Prof. *Ebstein* Montag, Dienstag, Donnerstag u. Freitag von 4—5 Uhr.

Medicinische Klinik u. Poliklinik leitet Prof. *Ebstein* fünfmal wöchentlich von $10^1/_2$—12 Uhr, Sonnabend von $9^1/_4$—$10^3/_4$ Uhr.

Kinderheilkunde, I. u. II. Theil, lehrt Montag u. Donnerstag von 6—7 Uhr und Dienstag von 5—6 Uhr Prof. *Damsch.*

Poliklinische Referatstunde hält Prof. *Damsch* einmal wöchentlich.

Die Untersuchung des Harns u. Sputums mit practischen Uebungen leitet Prof. *Ebstein* mit Dr. *Nicolaier* einmal wöchentlich in zu verabredender Stunde.

Specielle Chirurgie, I. Theil, lehrt Prof. *König* viermal wöchentlich um 4 Uhr.

Dasselbe lehrt Prof. *Lohmeyer* fünfmal wöchentlich von 8—9 Uhr.

Einen chirurgisch-diagnostischen Cursus hält Prof. *Rosenbach* Dienstag u. Freitag von 4—5 Uhr.

Die Lehre von den chirurgischen Operationen trägt Prof. *Rosenbach* dreimal wöchentlich von 4—5 Uhr vor.

Chirurgische Klinik leitet Prof. *Koenig* von $9^1/_2$—$10^3/_4$ Uhr täglich außer Sonnabend.

Chirurgische Poliklinik wird öffentlich Sonnabend von $10^3/_4$—12 Uhr von Prof. *Koenig* u. Prof. *Rosenbach* gemeinschaftlich gehalten.

Einen Verbandcursus leitet Dr. *Hildebrand* zweimal wöchentlich in passenden Stunden.

Instrumentenlehre ertheilt einmal wöchentlich Dr. *Hildebrand* öffentlich.

Klinik der Augenkrankheiten hält Prof. *Leber* Montag, Dienstag, Donnerstag u. Freitag von 12—1 Uhr.

Ueber die Anomalien der Refraction u. Accommodation des Auges trägt Prof. *Leber* Sonnabend von 8—9 Uhr vor.

Augenspiegelcursus hält Dr. *Wagenmann* Mittwoch u. Sonnabend von 12—1 Uhr.

Ueber die practisch wichtigen Abschnitte der Ohrenheilkunde mit Uebungen im Ohrenspiegeln spricht Prof. *Bürkner* Dienstag und Freitag von 2—3 Uhr oder zu besser passender Zeit.

Poliklinik für Ohrenkranke hält Prof. *Bürkner* (für Geübtere) Mittwoch u. Sonnabend von 12—1 Uhr.

Geburtshülflich-gynaekologische Klinik und Poliklinik leitet Prof. *Runge* Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag von 8—9 Uhr.

Geburtshülflichen Operationscursus mit Uebungen am Phantom hält Prof. *Runge* Dienstag, Mittwoch, Freitag von 4—5 Uhr.

Gynaecologie lehrt Montag u. Donnerstag von 4—5 Uhr Prof. *Runge.*

Krankheiten des Wochenbetts bespricht einmal wöchentlich, öffentlich Prof. *Runge.*

Untersuchungscursus an Schwangeren hält in passenden Stunden Dr. *Droysen.*

Ueber Geburtshülfe liest Dr. *Droysen* in zu verabredenden Stunden.

Psychiatrische Klinik in Verbindung mit systematischen Vorträgen über Geisteshrankheiten hält Prof. *L. Meyer* Montag u. Donnerstag von 4—6 Uhr.

Forensische Psychiatrie mit casuistischen Demonstrationen lehrt (für Juristen) Prof. *L. Meyer* wöchentlich in zu verabredenden Stunden.

Hygiene, I. Theil, lehrt Prof. *Wolffhügel* Montag, Mittwoch und Freitag von 6—7 Uhr.

Practische Uebungen im Anschluß an die Vorlesung über Hygiene hält Prof. *Wolffhügel* unentgeltlich Dienstag u. Freitag oder Mittwoch u. Sonnabend von 8—9 Uhr.

Medicinisch-chemisches Practicum leitet Prof. *Wolffhügel* gemeinschaftlich mit dem Assistenten Dr. *Kraaz* Montag u. Donnerstag von 9—11 Uhr.

Bacteriologische Curse giebt Prof. *Wolffhügel.*

Arbeiten im Institut für medicinische Chemie u. Hygiene leitet täglich in passenden Stunden Prof. *Wolffhügel.*

Anatomie u. Physiologie der Hausthiere sowie die Lehre von den innerlichen Krankheiten derselben trägt Prof. *Esser* fünfmal wöchentlich von 9—10 Uhr vor.

Klinische Demonstrationen im Thierhospitale hält Prof. *Esser* in zu verabredenden Stunden.

Philosophie.

Geschichte der neueren Philosophie mit Ueberblick über Patristik und Scholastik: Prof. *Baumann*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 5 Uhr.

Kurze Uebersicht über die deutsche Philosophie nach Kant: Prof. *Rehnisch*, öffentlich.

Logik: Prof. *Baumann*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 9 Uhr.

Logik: Prof. *Rehnisch*, 4 St. 12 Uhr.

Metaphysik: Prof. *Peipers*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 8 Uhr.

Psychologie: Prof. *G. E. Müller*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 4 Uhr.

Darstellung und Kritik der hauptsächlichsten Theorien über das Wesen des Willens: Prof. *Peipers*, Mittwoch 3 Uhr, öffentlich.

In einer philosophischen Gesellschaft wird Prof. *G. E. Müller* Mittw. 10 Uhr Hume's Untersuchung in Betreff des menschlichen Verstandes erklären.

Die Uebungen des K. pädagogischen Seminars leitet Prof. *Sauppe*, Dienstag und Freitag 11 Uhr, öffentlich.

Mathematik und Astronomie.

Projective Geometrie: Dr. *Hölder*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 12 Uhr.

Determinantentheorie: Dr. *Hölder*, Mont., Dienst. 9 Uhr.

Integralrechnung: Dr. *Schönflies*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 10 Uhr.

Uebungen in d. Integralrechnung: Dr. *Schönflies*, Mittw. 10 Uhr, unentgeltlich.

Ueber krumme Flächen und Curven doppelter Krümmung: Prof. *Schwarz*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 11 Uhr.

Theorie der elliptischen Functionen: Prof. *Schwarz*, Mont.—Freit. 9 Uhr.

Abelsche Functionen: Prof. *Klein*, Mittw. 11—1 Uhr.

Historische Einleitung in die mathematische Physik: Dr. *Hugo Meyer*, Mittw., Donn., Freit. 9 Uhr.

Analytische Mechanik, I. Theil: Prof. *Schering*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 4 Uhr.

Partielle Differentialgleichungen der Physik: Prof. *Klein*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 12 Uhr.

Theorie der galvanischen Ströme: Prof. *Voigt*, Mont., Dienst., Mittw., Donnerst., Freit. 10 Uhr.

Sphaerische Astronomie, I. Theil: Prof. *Schur*, Mont., Dienst., Donnerst., Freit. 10 Uhr.

Ueber Fixstern-Cataloge (Fortsetzung): Prof. *Schur*, Sonnabend 10 Uhr, öffentlich.

Mathematische Colloquien wird Prof. *Schwarz* privatissime, unentgeltlich, wie bisher zweistündig wöchentlich veranstalten.

Praktische Uebungen an den Instrumenten der Kön. Sternwarte: Prof. *Schur*, täglich.

Erdmagnetische Beobachtungen im Gauß-Observatorium leitet Prof. *Schering* mit dem Assistenten Dr. *Holborn* privatissime, unentgeltlich.

Im Kön. mathem. physikalischen Seminar leitet *Schering* Mathematische Uebungen, Mittw. 4 Uhr; *Schwarz* Mathematische Uebungen, Sonnabend 9 Uhr; behandelt *Klein* ausgewählte Kapitel aus der Theorie der Abelschen Functionen, Sonnabend 11—1 Uhr; leitet *Schur* Astronomische Uebungen, Freitag 8—9 Uhr Abends. Vgl. *Naturwissenschaften* S. 266.

Naturwissenschaften.

Specielle Zoologie, 2. Theil: Prof. *Ehlers*, Mont.—Freitag, 9 Uhr.

Anthropologie: Prof. *Ehlers*, Mont., Dienst., Mittw. 6 Uhr.

Vergleichende Osteologie: Dr. *Henking*, 2 Stunden, 4 Uhr.

Die Parasiten des Menschen mit Demonstrationen am Skioptikon: Dr. *Hamann*, Donnerstag und Freitag 6 Uhr.

Vergleichende Entwicklungsgeschichte der Wirbellosen: Dr. *Hamann*, Donnerst., Freit. 5 Uhr.

Descendenztheorie und Darwinismus: Dr. *Brock*, Donnerstag 6 Uhr, unentgeltlich.

Zootomischer Kurs: Prof. *Ehlers*, Dienst. u. Mittw. 10—12 Uhr.

Zoologische Uebungen wird Prof. *Ehlers* täglich mit Ausnahme des Sonnabend von 10—1 Uhr anstellen.

Zoologische Societät f. Vorgeschrittenere: Prof. *Ehlers*, unentgeltlich.

Grundzüge d. gesammten Botanik: Prof. *Peter*, Mont.—Freit. 3 Uhr.

Anatomie und Entwicklungsgeschichte der Pflanzen: Prof. *Berthold*, Dienst., Donnerst., Freit. 12 Uhr.

Morphologie u. Systematik der Kryptogamen: Prof. *Peter*, Dienst., Mittw., Freit. 6 Uhr.

Ueber Bakterien mit besonderer Berücksichtigung der Gährungsorganismen: Dr. *Koch*, 1 St. unentgeltlich.

Mikroskopisch-botanischer Kursus: Prof. *Berthold*, Sonnabend von 9—1 Uhr.

Demonstrationen an lebenden Pflanzen und am Mikroskop: Prof. *Peter*, öffentlich, Mittw. 10—12 Uhr.

Tägliche Arbeiten im pflanzenphysiologischen Institut: Prof. *Berthold*.

Botanische Societät: Prof. *Berthold*, in zu bestimmenden Stunden, öffentlich.

Mineralogie: Prof. *Liebisch*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 12 Uhr.

Grundzüge der physikalischen Krystallographie: Prof. *Liebisch*, Mittw. und Sonnabend 12 Uhr.

Geologie: Prof. *von Koenen*, Montag bis Freitag, 8 Uhr.

Ueber einzelne Klassen von Versteinerungen: Prof. *von Koenen*, Sonnabend 8 Uhr, öffentlich.

Palaeontologische und geologische Uebungen: Prof. *von Koenen*, täglich, privatissime, aber unentgeltlich.

Uebungen im Bestimmen: Prof. *von Koenen*, zwei Stunden, öffentlich.

Mineralogische und petrographische Uebungen: Prof. *Liebisch*, Sonnabend 11 Uhr, öffentlich.

Tägliche Arbeiten im mineralogisch-petrographischen Institute: Prof. *Liebisch*.

Experimentalphysik, zweiter Theil: Magnetismus, Elektricität und Wärme: Prof. *Riecke*, Mont., Dienst., Donnerst., Freit., 5 Uhr.

Die Uebungen im physikalischen Institute leiten die Prof. *Riecke* und *Voigt*, in Gemeinschaft mit den Assistenten Dr. *Hugo Meyer*, Dr. *Drude* und Dr. *Meissner*. Für Mathematiker: Dienstag, Freitag 2—4 Uhr; für Chemiker: Sonnabend 9—1 Uhr.

Im mathematisch-physikalischen Seminar behandelt Prof. *Riecke* ausgewählte Theile der mathematischen und Experimental-Physik, Donnerstag 2 Uhr, und Prof. *Voigt* ausgewählte Kapitel der Wärmetheorie, Sonnabend 10 Uhr. Vgl. *Mathematik* u. *Astronomie* S. 266.

Allgemeine Chemie, unorganischer Theil (unorganische Experimentalchemie): Prof. *V. Meyer*, sechs Stunden, 9—10 Uhr.

Chemie der Benzolderivate, I. Theil: Dr. *Leuckart*, Dienstag, Mittwoch und Donnerstag, 8 Uhr.

Organische Chemie für Mediciner: Prof. *von Uslar*, 4 St., 9 Uhr.

Die Constitution der anorganischen Verbindungen: Dr. *Jacobson*, Mittw. 5 Uhr.

Colloquium über wichtige Kapitel aus allen Theilen der Chemie: Dr. *Gattermann*, in zwei zu verabredenden Stunden.

Physikalische Chemie: Dr. *Buchka*, Mittw. u. Donnerst. 12 Uhr.

Experimentelle Maaßanalyse: Prof. *Jannasch*, Montag und Donnerstag 11 Uhr.

Pharmaceutische Chemie (organischer Theil): Prof. *Polstorff*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 4 Uhr.

Ueber die Verunreinigungen und Verfälschungen der Nahrungs-

und Genußmittel und deren Erkennung: Prof. *Polstorff*, Freitag und Sonnabend 8 Uhr.

Pharmacie: Prof. *von Uslar*, viermal, 3 Uhr.

Technische Chemie für Landwirthe (Zuckerfabrikation, Gährungsindustrien, Molkerei etc.): Prof. *Tollens*, Mont., Dienst., Mittw., 10 Uhr.

Grundzüge der Chemie, II. Theil: Dr. *Pfeiffer*, Donnerstag und Freitag, 10 Uhr.

Agriculturchemische Untersuchungsmethoden: Dr. *Pfeiffer*, 1 St.

Chemische Rechnungen (Stöchiometrie): Prof. *Tollens*, Donnerst. 5—6 Uhr, öffentlich.

Die chemischen Uebungen und wissenschaftlichen Arbeiten im akadem. Laboratorium leitet Prof. *V. Meyer* in Gemeinschaft mit Prof. *Polstorff* und den Assistenten Prof. *Jannasch*, Dr. *Buchka*, Dr. *Leuckart*, Dr. *Gattermann*, Dr. *Demuth* und Dr. *Auwers*; und zwar: 1) Vollpracticum, Mont. bis Freit., von 8 bis 12 und von 3 bis 6 Uhr; 2) Halbpracticum, je Vor- oder Nachmittags, täglich außer Sonnabends; 3) Chemisches Anfängerpracticum für Mediciner, täglich, mit Ausschluß des Sonnabends.

Prof. *Tollens* leitet die praktisch-chemischen Uebungen im agriculturchemischen Laboratorium in Gemeinschaft mit Dr. *F. Mayer*, Montag bis Freitag 8—12 und 2—4 Uhr.

Historische Wissenschaften.

Lateinische Palaeographie: Prof. *Steindorff*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 10 Uhr.

Diplomatische Uebungen: Prof. *Steindorff*, Mittwoch 11—1 Uhr, privatissime, unentgeltlich.

Griechische Geschichte bis zur Zeit des Perikles: Prof. *Volquardsen*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 9 Uhr.

Geschichte der germanischen Staatengründungen: Dr. *v. Kap-herr*, Mittw. 9—11, Sonnabend 9—10 Uhr.

Allgemeine Verfassungsgeschichte der Germanischen und Romanischen Völker in der Neuzeit: Prof. *Weiland*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 9 Uhr.

Geschichte des Zeitalters der Renaissance und der Reformation: Prof. *Kluckhohn*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 4 Uhr.

Geschichte Italiens im Mittelalter: Prof. Dr. *Theod. Wüstenfeld*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, 10 Uhr, öffentlich in seiner Wohnung.

Historische Uebungen leitet Prof. *Volquardsen*, Dienstag, 6 Uhr, öffentlich.

Historische Uebungen: Prof. *Weiland*, Freit., 6 Uhr, privatissime, aber unentgeltlich.

Historische Uebungen: Prof. *Kluckhohn*, Montag, 6 Uhr, privatissime, aber unentgeltlich.

Historische Uebungen: Dr. *von Kap-herr*, Donnerst., 6 Uhr, privatissime, aber unentgeltlich.

Kirchengeschichte: s. unter *Theologie* S. 259.

Erd- und Völkerkunde.

Morphologie der Erdoberfläche, Oceanographie, Klimatologie und Verbreitung der Organismen: Prof. *Herm. Wagner*, Mont., Dienst., Mittw., Donnerst., Freit. 11 Uhr.

Kartographische Uebungen für Anfänger: Prof. *Wagner*, Mittwoch oder Sonnabend 10—1 Uhr, privatissime.

Staatswissenschaft.

Nationalökonomie, grundlegender Theil, als Einleitung in das Studium der Staatswissenschaften: Prof. *Cohn*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 4 Uhr.

Praktische Nationalökonomie und Volkswirthschaftspolitik: Prof. *Lexis*, Dienstag, Mittwoch, Donnerstag, Freitag 3 Uhr.

Finanzwissenschaft, mit besonderer Rücksicht auf die deutsche und preußische Gesetzgebung: Prof. *Cohn*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 5 Uhr.

Ueber Bankwesen und Bankpolitik: Prof. *Lexis*, Mittw. 4 Uhr, öffentlich.

Ueber Moralstatistik: Prof. *Lexis*, 1 St., öffentlich.

Volkswirthschaftliche Zeitfragen: Prof. *Mithoff*, Mittw. 5 Uhr, öffentlich.

Staatswissenschaftliches Seminar: Prof. *Cohn*, Mittw. 5—7 Uhr, privatissime, unentgeltlich.

Landwirthschaft.

Einleitung in das landwirthschaftliche Studium: Prof. *Drechsler*, in noch zu bestimmenden Stunden.

Die Ackerbausysteme (Felderwirthschaft, Feldgraswirthschaft, Fruchtwechselwirthschaft u. s. w.): Prof. *Griepenkerl*, Donnerst. und Freitag 11 Uhr.

Die allgemeine und specielle landwirthschaftliche Thierproductionslehre (Lehre von den Nutzungen, der Züchtung, Ernährung und

Pflege des Pferdes, Rindes, Schafes, Schweines u. s. w.): Prof. *Griepenkerl*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 5 Uhr.

Die landwirthschaftliche Rassenkunde: Prof. *Griepenkerl*, Mittwoch 5—7 Uhr, unentgeltlich.

Im Anschluß an diese Vorlesungen werden Excursionen nach benachbarten Landgütern und Fabriken veranstaltet werden.

Landwirthschaftl. Betriebslehre: Prof. *Drechsler*, sechs St., 12 Uhr.

Die Lehre von der Futterverwerthung (II. Theil der landwirthschaftlichen Fütterungslehre): Prof. *Henneberg*, Mont. u. Dienst. 11 Uhr.

Uebungen in Futterberechnungen: Prof. *Henneberg*, Mittwoch 11 Uhr, öffentlich.

Culturtechnik und landwirthschaftliches Maschinenwesen: Culturingenieur *Luedecke* in später zu bestimmenden Stunden.

Landwirthschaftliches Praktikum: Prof. *Drechsler* und Dr. *Edler* (Uebungen im landw. Laboratorium, Freit. und Sonnab. 9—1 Uhr. Uebungen in landw. Berechnungen, 2 Stunden, Montag 6 Uhr); Excursionen und Demonstrationen, Mittw. Nachmittag.

Landwirthschaftsrecht: vgl. *Rechtswissenschaft*.

Chemie und praktisch-chemische Uebungen für Landwirthe: vgl. *Naturwissenschaften* S. 266.

Anatomie, Physiologie und Pathologie der Hausthiere: vgl. *Medicin* S. 264 f.

Literär- und Kunstgeschichte.

Geschichte der Buchdruckerkunst im 15. Jahrh.: Prof. *Dziatzko*, Dienstag, Freitag 5 Uhr.

Geschichte der römischen Elegie: vgl. *Griech. u. Lat. Sprache* S. 271.

Geschichte der römischen Prosaliteratur: Prof. *Wilh. Meyer*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 5 Uhr.

Geschichte der deutschen Literatur von den ersten Anfängen bis zur Reformation: Prof. *Roethe*, Mont., Dienst., Donn., Freit. 3 Uhr.

Geschichte des deutschen Dramas und der deutschen Schauspielkunst von den ältesten Zeiten bis zum 18. Jahrh.: Prof. *Heyne*, 3 Stunden, 5 Uhr.

Geschichte der englischen Literatur von Chaucer bis Spenser (als Fortsetzung zu ten Brinks Literaturgeschichte): Prof. *Brandl*, zwei Stunden (nach Uebereinkommen).

Geschichte der altfranzösischen Literatur, I: Prof. *Vollmöller*, Mont., Dienst., Mittw., Donnerst. 12 Uhr.

Geschichte der französ. Fabeldichtung: vgl. *Neuere Sprachen*, S. 272.

Geschichte der altenglischen Literatur: Dr. *Holthausen*, 2 St.

Allgemeine europäische Kunstgeschichte vom 16. Jahrh. bis zur Gegenwart: Prof. *Lange*, vier Stunden, Mont. u. Donnerst. 6—8 Uhr.

Albrecht Dürer und die deutsche Kunst: Prof. *Lange*, Freitag 6 Uhr, öffentlich.

Alterthumskunde.

Die Religions- und Kunstsymbolik der Griechen: Prof. *Wieseler*, drei- oder vierstündig, 12 Uhr.

Im K. archäologischen Seminar wird Prof. *Wieseler* ausgewählte Kunstwerke zur Erklärung vorlegen, Sonnabend 12 Uhr, öffentlich.

Die schriftlichen Arbeiten der Mitglieder des K. archäologischen Seminars wird er privatissime beurtheilen.

Archäologische Uebungen: Prof. *Dilthey*, Sonnabend 10—12 Uhr.

Conversatorium über antike Kunstwerke: Prof. *Dilthey*.

Vergleichende Sprachlehre.

Einleitung in das Studium der vergleichenden Sprachwissenschaft: Prof. *Bechtel*, Mittwoch und Freitag, 6 Uhr, öffentlich.

Vergleichende Formenlehre des Sanskrit, Griechischen und Germanischen: Prof. *Bechtel*, Dienst., Donnerst., Freit. 9 Uhr.

Orientalische Sprachen.

Die Vorlesungen über das A. Testament s. unter *Theologie* S. 259.

Arabische Grammatik: Prof. *Wüstenfeld*, privatissime.

Die Anfangsgründe der arabischen Sprache lehrt Prof. *de Lagarde* viermal, 11 Uhr.

Mit Anfängern liest Prof. *de Lagarde* in noch zu bestimmenden Stunden öffentlich leichte arabische Texte.

Fortsetzung der Sanskrit-Grammatik und Erklärung des Panchatantra: Prof. *Kielhorn*, Mittwoch und Sonnabend 8 Uhr.

Erklärung von Kâlidâsa's Çakuntalâ, mit Grammatik der wichtigeren Prâkṛit Dialekte: Prof. *Kielhorn*, Mittwoch, Sonnabend 9 Uhr.

Ausgewählte Hymnen des Ṛigvêda mit Sâyaṇa's Commentar: Prof. *Kielhorn*, zweimal, öffentlich.

Uebungen in der Erklärung Indischer Inschriften: Prof. *Kielhorn*, einmal wöchentlich, öffentlich.

Griechische und lateinische Sprache.

Hermeneutik und Kritik: Prof. *Sauppe*, Mont., Dienst., Donnerst., Freit. 9 Uhr.

Erklärung ausgewählter Bruchstücke der griechischen Lyriker: Prof. *von Wilamowitz-Moellendorff*, 4 Stunden, 10 Uhr.

Plutarchs Gastmal der sieben Weisen: Prof. *von Wilamowitz-Moellendorff*, 4 Stunden, 4 Uhr.

Geschichte der römischen Elegie und Erklärung des Properz: Prof. *Dilthey*, Dienstag, Donnerstag, Freitag 10 Uhr.

Im K. philologischen Seminar leiten die schriftlichen Arbeiten und Disputationen Prof. *Sauppe* und Prof. *Wilh. Meyer*, Mittwoch 11 Uhr; läßt Aristoteles Rhetorik B. I erklären Prof. *Sauppe*, Mont. und Donn., 11 Uhr; läßt Plautus Bacchides erklären Prof. *W. Meyer*, Dienst. und Freit., 11 Uhr, alles öffentlich.

Im K. philologischen Proseminar wird Prof. *von Wilamowitz-Moellendorff* Ovids Tristia interpretiren lassen, sowie die Disputationen über die Arbeiten der Mitglieder leiten, Mittw. 9—11 Uhr, öffentlich.

Deutsche Sprache.

Deutsche Wortbildungslehre: Prof. *Heyne*, dreimal wöchentl., 12 Uhr.

Erklärung der Dichtungen Wolframs von Eschenbach: Prof. *Roethe*, Dienstag, Donnerstag, Freitag 8 Uhr.

Altdeutsche Uebungen: Prof. *Heyne*, 1 St., privatissime.

Mittelniederdeutsche Uebungen für Anfänger (Reinke de Vos nach Priens Ausgabe): Prof. *Roethe*, Mittwoch 3 Uhr, öffentlich.

Neuhochdeutsche Uebungen: Prof. *Roethe*, Mittw., Sonnabend, 8 Uhr, öffentlich.

Geschichte der deutschen Literatur: s. *Literärgeschichte* S. 270.

Neuere Sprachen.

Geschichte der französischen Fabeldichtung nebst Erklärung des Lyoner Yzopet: Dr. *Andresen*, Mont. und Dienst, 10 Uhr.

Uebungen in der französischen Sprache: Prof. *Vollmöller* mit Dr. *Cloetta*, Montag und Mittwoch 11 Uhr.

I. I. Rousseau's Leben und Werke (in französ. Sprache): Lektor *Ebray*, 2 Stunden.

Historische Grammatik der englischen Sprache, Lautlehre: Prof. *Brandl*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag 11 Uhr.

Erklärung ausgewählter mittelenglischer Sprachdenkmäler nach Zupitza's Uebungsbuch: Dr. *Holthausen*, 4 Stunden.

Grammatische und orthoepische Uebungen im Neuenglischen nach Sweet's Elementarbuch: Dr. *Holthausen*, 2 Stunden.

Im romanischen Seminar giebt Prof. *Vollmöller*, Mittw. 9 Uhr,

eine Einführung in das Studium der spanischen Sprache und Erklärung des Laborinto amoroso nach seiner Ausgabe (Erlangen 1889); und erklärt er Ariosts rasenden Roland mit Dr. *Cloetta* in zwei zu bestimmenden Stunden; provenzalische Uebungen leitet Dr. *Andresen*, Montag 6 Uhr.

Im englischen Seminar giebt Prof. *Brandl* eine vergleichende Interpretation der altenglischen, mittelenglischen und frühneuenglischen Bibelversionen Dienstag 6—8 Uhr Abends.

Neufranzösische Uebungen: Lektor *Ebray*, drei Stunden (1 Uebersetzung eines deutschen Schriftstellers ins Franz., 1 eines französischen ins Deutsche u. 1 Conversation).

Neuenglische Uebungen werden später bekannt gemacht.

Schöne Künste. — Fertigkeiten.

Harmonielehre: Prof. *Freiberg*, wöch. 2 Stunden, öffentlich. — Auch hält er Uebungen im Ensemblespiel.

Harmonie- und Kompositionslehre, verbunden mit praktischen Uebungen: Prof. *Hille*, in passenden Stunden.

Zur Theilnahme an den Uebungen der Singakademie und des Orchesterspielvereins ladet Prof. *Hille* ein.

Unterricht im Zeichnen ertheilt Zeichenlehrer *Peters*, Sonnabend 2—4 Uhr, unentgeltlich.

Unterricht im Malen *Derselbe* in zu verabredenden Stunden.

Reitunterricht ertheilt in der K. Universitäts-Reitbahn der Univ. Stallmeister, Rittmeister a. D. *Schweppe*, Montag, Dienstag, Donnerstag, Freitag, Sonnabend, Vormittags v. 8—12 u. Nach. (außer Sonnab.) v. 3—4 Uhr.

Fechtkunst lehrt der Universitätsfechtmeister *Grüneklee*, Tanzkunst der Universitätstanzmeister *Höltzke*, Montag und Donnerstag 8—10 Uhr Abends.

Oeffentliche Sammlungen.

In der *Universitätsbibliothek* ist das Ausleihezimmer an den Wochentagen von 12—1 und von 2—3 Uhr, der Lesesaal von 10—4 Uhr geöffnet. Verliehen werden Bücher nach Abgabe einer Semesterkarte mit der Bürgschaft eines Professors.

Die *Gemäldesammlung* (Aula, 1 Treppe hoch links) ist Sonntags von 11—1 Uhr geöffnet.

Der *botanische Garten* ist, die Sonn- und Festtage ausgenommen, täglich von 7—12 und von 2—6 Uhr geöffnet.

Die *mineralogische* und die *geologisch-paläontologische Schausammlung* sind im Winterhalbjahr bis zum 1. December Sonnabends von 1 bis 3 Uhr dem Publikum geöffnet.

Die Sammlungen des *landwirthschaftlichen Instituts* sind dem Publicum Mittwoch Nachmittag von 2—4 Uhr zugänglich. Anmeldung im Institutsgebäude.

Besuchszeit des *agriculturchemischen Laboratoriums* Donnerst. v. 10—12 Uhr.

Ueber den Besuch und die Benutzung der *theologischen Seminarbibliothek*, des *Theatrum anatomicum*, des *physiologischen Instituts*, der *pathologischen Sammlung*, der *Sammlung mathematischer Instrumente und Modelle*, des *zoologischen* und *ethnographischen Museums*, des *botanischen Gartens* und des *pflanzenphysiologischen Instituts*, der *Sternwarte*, des *physikalischen Kabinets* und *Laboratoriums*, der *mineralogischen* und der *geognostisch-paläontologischen Sammlung*, der *chemischen Laboratorien*, des *archäologischen Museums*, der *Gemäldesammlung*, der *Bibliothek des K. philologischen Seminars*, der *Bibliothek* und des *Lesezimmers des K. mathematisch-physikalischen Seminars*, des *diplomatischen Apparats*, der *Sammlungen des landwirthschaftlichen Instituts* bestimmen besondere Reglements das Nähere.

Bei dem Logiscommissar, Pedell *Mankel* (Friedländerw. 15A), können die, welche Wohnungen suchen, sowohl über die Preise, als andere Umstände Auskunft erhalten und auch im voraus Bestellungen machen.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretair d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung.*
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (Fr. W Kaestner)

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

8. August. **№ 11.** 1888.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 14. Juli.

Herr Voigt legt zum Abdruck in den Nachrichten drei Abhandlungen vor:

1) eine eigene: Bestimmung der Elasticitäts-Constanten von Flußspat und Pyrit;
2) von Herrn P. Drude: Ueber Oberflächenschichten;
3) von Herrn O. Venske: Zur Theorie des Hallschen Phaenomens.

Ueber Oberflächenschichten.

Von

P. Drude.

Die Jamin'sche Entdeckung, daß durchsichtige Medien in der Nähe des Polarisationswinkels linear polarisirtes Licht elliptisch polarisirt reflectiren, steht in Widerspruch mit den Lichttheorieen von Fresnel, Neumann und Voigt. Während in neuerer Zeit Hr. Wernicke[1]) diesen Umstand als einen Beweis gegen die Gültigkeit jener Theorieen angesehen hat, hat Hr. Voigt[2]) die Erklärung der elliptischen Polarisation in der Wirkung von Oberflächenschichten gesehen, sowohl von natürlichen, wie bei Flüssig-

1) W. Wernicke, Wied. Ann. 25, p. 203, 1885; 30, p. 452, 1887.
2) W. Voigt, Wied. Ann. 31, p. 326, 1887.

keiten, als von natürlichen und künstlichen, welche letztere bei festen Körpern durch das Poliren hervorgerufen werden.

Ich theile im Folgenden auf Veranlassung des Hrn. Prof. Voigt angestellte Beobachtungen mit, welche, wie ich glaube, zur Bestärkung der Voigt'schen Erklärung dienen und die Existenz und mögliche Beseitigung von Oberflächenschichten betreffen.

Die Beobachtungen sind an durchsichtigen und an absorbirenden Medien angestellt, und zwar dienten natürliche Spaltungsflächen in frischem Zustande und nach verschiedener Behandlung als reflectirende Spiegel.

I. Durchsichtige Media.

Die Beobachtungsmethode war im Wesentlichen dieselbe, wie ich sie beim Antimonglanz angewandt und bei Mittheilung [1]) jener Beobachtungen beschrieben habe. Ich unterlasse daher hier näher darauf einzugehen. Aenderungen sind nur im Folgenden eingetreten:

Die Stellungen des Compensators, welche der relativen Verzögerung $0, \pm 2\pi$ entsprechen, haben sich gegen die früheren [2]) Werthe um 0,06; 0,07; 0,09 Schraubenumgänge verschoben, sodaß die jetzigen Werthe betragen:

$$18{,}16;\quad 36{,}06;\quad 53{,}84.$$

Die mittelste Zahl entspricht der Verzögerung Null. Der Verschiedenheit der Ganghöhe der Meßschraube des Compensators [3]) ist durch die Annahme Rechnung getragen, daß sich die Ganghöhe von 18,16 bis 53,84 linear ändern solle. In der Nähe des Nullpunktes wird so die Verzögerung in Bogenmaß gegeben durch

$$\Delta = \frac{2\pi}{17{,}84}(C - 36{,}06),$$

wenn C die vom Compensator gezeigte Zahl ist.

Die Lage der Nullpunkte der Nicols war dieselbe wie früher [4]).

Da in der Nähe des Polarisationswinkels beobachtet wurde, wo nur sehr wenig Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisirt reflectirt wird, so wurde nicht der Polarisator auf das Azimuth 45° gegen die Einfallsebene gestellt, und danach Compensator und

---

1) P. Drude, Wied. Ann. 34, p. 489 1888.
2) l. c. p. 494.
3) l. c. p. 495.
4) l. c. p. 491.

Analysator auf größte Dunkelheit eingestellt, sondern es wurde der Analysator auf 45° gegen die Einfallsebene eingestellt und mit Compensator und Polarisator gemessen. Denn die Messungen mit dem Compensator fallen am genauesten aus, wenn gleichviel Licht parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisirt ihn durchsetzt, da diese Richtungen seinen Hauptschwingungsrichtungen parallel sind. Das Azimuth des Polarisators gegen die Einfallsebene ist in diesem Falle das Complement des Azimuths ψ der wiederhergestellten Polarisation des reflectirten Lichtes von unter 45° polarisirtem einfallenden Lichte. — Der Vortheil dieser Anordnung ist ein bedeutender gegenüber der früheren, wenigstens bei durchsichtigen Medien.

Da die Verzögerungen stets sehr klein waren und es sich um die größte Helligkeit des einfallenden Lichtes handelte, weil es davon abhing, wie nahe am Polarisationswinkel man beobachten konnte, so ist mit Sonnenlicht beleuchtet. Es erschien in dem reflectirten Oeffnungsbilde des Collimators ein völlig schwarzer Streifen, der auf der einen Seite roth, auf der anderen blau gesäumt war. Durch Einstellung dieses schwarzen Streifens auf das Fadenkreuz im Fernrohr waren sehr genaue Messungen möglich. — Ich habe zwar auch einige Beobachtungen bei Natronlicht im Knallgasgebläse gemacht, die geringere Helligkeit erlaubte aber nur bei Einfallswinkeln, die sich auf 2° dem Polarisationswinkel näherten, zu beobachten. Die so erhaltenen Werthe dienten nur um die Identität der Resultate, die sich bei homogenem und weißem Lichte ergaben, festzustellen.

Es seien R_s und R_p die Componenten des reflectirten Lichtes, welches senkrecht resp. parallel zur Einfallsebene polarisirt ist, Δ die relative Verzögerung, n der Brechungsindex, φ der Einfallswinkel. Die genannten Lichttheorieen verlangen nun, daß Δ stets Null sei, daß R_s für einen gewissen Einfallswinkel φ verschwinde, und daß sei $\operatorname{tg}\varphi = n$. In allen 3 Beziehungen sind Abweichungen beobachtet, die Wernicke'sche Beobachtungsmethode gestattet den ersten und letzten Punkt zu prüfen, die hier angewandte auch den zweiten, da das Verhältniß $\frac{R_s}{R_p} = \operatorname{tg}\psi$ direkt gemessen wird. Dies hat deshalb Interesse, weil, wenn ψ nie verschwindet, mit Nothwendigkeit elliptische Polarisation eintreten muß. Denn da ψ das Zeichen wechselt, was auch als ein Sprung der Verzögerung Δ um π gedeutet werden kann, so müssen, wenn ψ nie verschwindet, wegen der Stetigkeit thatsächlich Werthe von Δ zwischen 0 und π vorkommen. Ein Verschwinden von ψ ist allerdings noch kein

Beweis für fehlende elliptische Reflexion, daher ist also auf den Compensator die Hauptaufmerksamkeit gerichtet.

Es wurde nicht in allen 8 möglichen Stellungen der Nicols [1]) beobachtet, sondern nur in zwei zu der Einfallsebene symmetrischen. Infolge des ausgezeichneten Planparallelismus der Nicols genügte dies, um richtige Werthe für ψ und Δ zu erhalten, wie ich an den Beobachtungen am Antimonglanz gezeigt habe (l. c. p. 501). Bei zwei zur Einfallsebene symmetrischen Stellungen zu beobachten war nöthig, um einen eventuellen Fehler, der durch falsche Orientirung des Compensators hervorgebracht sein könnte und der bei durchsichtigen Medien einen bedeutenden Einfluß hat, zu eliminiren. Die richtige Orientirung des Compensators geschah nach der früher beschriebenen [2]) Methode; die Stellung wurde durch feine mit dem Diamant in die Messingfassungen des Compensators und Fernrohrs eingekratzte Striche markirt, sodaß auch nach Abnahme des Compensators derselbe stets so gut wieder orientirt werden konnte, daß die beiden in symmetrischen Lagen zur Einfallsebene erhaltenen Werthe von ψ und Δ kaum differirten. Die in den Tabellen angegebenen Zahlen sind die Mittelwerthe aus mehreren Einstellungen in beiden Lagen.

Zunächst wurde an Spaltflächen beobachtet, welche aus einem klaren Steinsalzwürfel von circa 3 cm Seitenlänge hergestellt waren. Der Brechungsexponent fand sich mit Hülfe des Totalreflektometers zu

$$n = 1{,}5437$$

und daraus der Polarisationswinkel $\overline{\varphi}$ zu:

$$\overline{\varphi} = 57°3'52''.$$

Die folgende Tabelle giebt die an zwei Flächen I und II erhaltenen Resultate. Die Justirung auf dem Spektrometer geschah dadurch möglichst schnell, daß die Flächen gegen einen auf dem Tischchen des Spektrometers befestigten Rahmen angedrückt wurden, der mit Hülfe einer Glasplatte orientirt war. Δ ist in Wellenlängen angegeben.

---

1) P. Drude l. c. p. 493.
2) l. c. p. 492.

Tabelle I.

Platte	φ	Δ	ψ	Zeit n. d. Spaltung
I	$\bar{\varphi} - \frac{1}{2}^\circ$	0,5 — 0,0112	44′	½ Minute
		0,5 — 0,0286	—	½ Stunde
	$\bar{\varphi} + \frac{1}{2}^\circ$	0,0145	42′	2 Minuten
II	$\bar{\varphi} \pm \frac{1}{2}^\circ$	0,0095	47′	½ Minute
	$\bar{\varphi}$	—	2′	2 Minuten

Aus der Tabelle folgt, daß die Verzögerung bei der Reflexion von Steinsalz außerordentlich klein ist, daß ψ den Werth 0 erreicht (2′ überschreitet nicht den Beobachtungsfehler) und zwar für einen Einfallswinkel, der durch die Beziehung $\operatorname{tg}\varphi = n$ gegeben wird. Daß letzteres der Fall ist, folgt abgesehen von dem Minimum von ψ für $\varphi = \bar{\varphi}$ auch schon daraus, daß Δ für $\bar{\varphi} - \frac{1}{2}^\circ$ größer als $\frac{1}{4}\lambda$ für $\bar{\varphi} + \frac{1}{2}^\circ$ kleiner als $\frac{1}{4}\lambda$ ist; für $\bar{\varphi} - \frac{1}{2}^\circ$ zeigte nämlich der Compensator eine Zahl, die etwas höher, für $\bar{\varphi} + \frac{1}{2}^\circ$ eine Zahl, die etwas niedriger als der Nullpunkt 36,06 war. Der wahrscheinliche Fehler ist für Δ höchstens 2 Trommeltheile der Compensatorschraube, d. h. 0,001 λ, für ψ ist er verhältnißmäßig groß, da auf ψ nicht so oft eingestellt wurde, er mag etwa 5′ betragen. — Daß nicht etwa irgend eine Täuschung bei den Beobachtungen vorliegen konnte, ist dadurch ausgeschlossen, daß bei dem Ersetzen der Steinsalzplatte durch eine Glasfläche der Compensator von seiner Stellung (z. B. 36,26) um 3 Schraubenumdrehungen (auf 39,3) gedreht werden mußte, um den schwarzen Streifen im Gesichtsfelde wieder zu erzeugen. — Die Steinsalzplatten waren so dick, daß das eventuell von der Rückfläche reflektirte Bild abgeblendet wurde, da sonst keine völlige Dunkelheit eintrat.

Näher als auf $\frac{1}{2}^\circ$ konnte ich nicht den Einfallswinkel sich dem Polarisationswinkel nähern lassen, da sonst der Compensator zu ungenau einzustellen war. Für Einfallswinkel, die sich um mehr als 2° vom Polarisationswinkel entfernten, stand bei frischen Flächen der Compensator stets um höchstens 4 Trommeltheile vom Nullpunkt entfernt und zwar ohne ausgesprochenen Sinn, sodaß überhaupt keine Verzögerung constatirt werden konnte.

Stellt man die Verzögerung nach der Wernicke'schen Formel [1])

$$\operatorname{tg}\Delta = \varkappa \operatorname{tg}(\varphi + \varphi')$$

1) W. Wernicke, Wied. Ann. 30 p. 457. 1887.

dar, wo φ den Einfalls-, φ' den Brechungswinkel bedeutet, $\varkappa$ den Bereich der elliptischen Reflexion mißt, und legt man die $^1/_2$ Minute nach der Spaltung gewonnenen Zahlen für Steinsalz zu Grunde, so wird

$$\text{für I } \varkappa = 0{,}000874$$
$$\text{„ II } \varkappa = 0{,}000742,$$

d. h. etwa $^1/_{20}$ des für Glas erhaltenen Werthes. Berücksichtigt man das schnelle Wachsthum von Δ, das schon nach 2 Minuten wesentlich größer ist und nach $^1/_2$ Stunde sich verdoppelt hat, so kann man wohl annehmen, daß ganz frische Spaltungsflächen überhaupt keine Verzögerung zeigen würden.

Auch der Werth von ψ bietet Anlaß zur Vergleichung mit der Theorie, obwohl stets auch bei anderen durchsichtigen Medien weniger Abweichung bei ψ beobachtet ist, als bei Δ. Setzt man

$$\varphi = \bar{\varphi} + \varepsilon,$$

wo ε eine kleine Größe sein soll, deren Quadrat zu vernachlässigen ist, so folgt aus den Reflexionsformeln der Lichttheorieen nach einiger Rechnung:

$$\psi = \varepsilon \frac{1+n^2}{2n^2}.$$

Für Steinsalz wird der Factor von ε zu 1,55. Für $\varepsilon = \frac{1}{2}°$ ist ψ beobachtet zu 44′, damit stimmt der nach obiger Formel berechnete Werth $\psi = 47'$ völlig überein.

Nach Allem kann man daher wohl mit Recht behaupten, daß frische Spaltungsflächen von Steinsalz rücksichtlich der Reflexion des Lichtes sich den genannten Theorieen gemäß verhält.

Da sich ergab, daß die Verzögerung mit der Zeit wächst, so habe ich auch einige mehrere Tage alte Spaltungsflächen untersucht. Dieselben wurden in einem durch Schwefelsäure getrockneten Raume aufbewahrt, und nur zu den Beobachtungen daraus entfernt, da sonst infolge der hygroskopischen Eigenschaft des Minerals die Flächen bald schlecht reflectiren. Folgende Tabelle enthält die Resultate, welche an zwei Platten (III und IV) gewonnen sind. III ist 1 Tag, IV 3 Tage nach der Spaltung untersucht.

Tabelle II.

Platte	φ	Δ	ψ (beob.)	ψ (berechn.)
III	$\bar{\varphi}-2°$	0,5 — 0,005	—	3°6′
	$\bar{\varphi}-1°$	0,5 — 0,009	1°33′	1°33′
	$\bar{\varphi}-\frac{1}{2}°$	0,5 — 0,020	50′	46′
	$\bar{\varphi}$	—	4′	0′
	$\bar{\varphi}+\frac{1}{2}°$	0,022	47′	46′
	$\bar{\varphi}+1°$	0,010	1°35′	1°33′
IV	$\bar{\varphi}-3°$	0,5 — 0,001	4°40′	4°39′
	$\bar{\varphi}-2°$	0,5 — 0,002	3°10′	3°6′
	$\bar{\varphi}-1°$	0,5 — 0,008	1°34′	1°33′
	$\bar{\varphi}$	—	5′	0′
	$\bar{\varphi}+1°$	0,004	1°36′	1°33′
	$\bar{\varphi}+2°$	0,001	3°6′	3°6′

Die Tabelle zeigt, daß selbst für alte Spaltflächen die Verzögerung stets sehr klein ist, zufällig ist sie sogar an der älteren Fläche IV kleiner als bei III, was damit zusammenhängen kann, daß IV weniger lange in nicht getrockneter Luft bei der Beobachtung gestanden hat. Es liegt ja nahe anzunehmen, daß die Verzögerung hier durch eine Wasserschicht entsteht. Die Uebereinstimmung von ψ mit den berechneten Werthen ist sehr genau, was auch, wenn man die Vorstellung einer gebildeten Wasserschicht festhält, erklärlich ist, da der Brechungsexponent von Wasser nicht wesentlich von dem des Steinsalzes abweicht.

Um die Richtigkeit der Erklärung der elliptischen Polarisation durch die Wirkung einer Oberflächenschicht noch direkt zu beweisen, wurden die Steinsalzplatten untersucht, nachdem sie auf neuem Putzleder oder Leinen einige Minuten unter etwas Druck mit der Hand gerieben waren. Folgendes sind die Resultate:

	Δ	
$\varphi = \bar{\varphi}+\frac{1}{2}°$	Ursprünglicher Werth:	0,022 λ
	Auf Leder gerieben:	0,053
	Dann auf Leinen gerieben:	0,067
	„ „ Leder gerieben:	0,058
$\varphi = \bar{\varphi}-1°$	Ursprünglicher Werth:	(0,5 — 0,013) λ
	Auf Leinen gerieben:	(0,5 — 0,083)
	Dann auf Leder gerieben:	(0,5 — 0,034)
	Ursprünglicher Werth:	(0,5 — 0,012) λ
	Auf Leder gerieben:	(0,5 — 0,021)
	Dann auf Leinen gerieben:	(0,5 — 0,073)

ψ zeigte sich durch das Poliren gar nicht beeinflußt, so ergab sich für $\varphi = \bar{\varphi}$:

Ursprünglicher Werth: $\psi =$	6′
Mit Leinen gerieben:	5′
Mit Leder gerieben:	0′.

Dies steht mit der Thatsache in Einklang, daß für Einfallswinkel, die kleiner als $\bar{\varphi}$ sind, die Verzögerung durch das Poliren verkleinert wird, dagegen für größere Einfallswinkel als $\bar{\varphi}$ vergrößert. Der Einfluß des Polirens auf Δ ist unverkennbar; über die sich bildende Oberflächenschicht kann man sich zur Erklärung der elliptischen Polarisation zwei Vorstellungen bilden:

1) Es wird die Oberfläche des Steinsalzes mit einer dem Putzmittel eigenthümlichen undurchsichtigen Schicht überzogen;

2) das Mineral wird mit einer dem Putzmittel eigenthümlichen durchsichtigen Schicht überzogen, die elliptische Polarisation kommt zu Stande durch Reflexion an der Vorder- und Rückfläche derselben.

Man kann zwischen beiden Vorstellungen nicht entscheiden wenn sowohl ψ als Δ geändert wird; denn auch eine durchsichtige Schicht kann ϕ verändern und das Nullwerden für irgend einen Einfallswinkel verhindern, wenn ihr Brechungsexponent von dem des Minerals abweicht. Wenn aber ψ unverändert bleibt und Null wird, wie es hier der Fall ist, so kann nur das Letztere stattfinden; dabei muß zugleich der Brechungsexponent der durchsichtigen Oberflächenschicht nahezu derselbe sein, wie der des Minerals.

Aus den mitgetheilten Beobachtungen geht hervor, daß die Veränderung, die das Reiben auf Leinen hervorbringt, stärker ist als die durch Reiben auf Leder hervorgerufene. Man hätte eher das umgekehrte erwarten sollen, da man frisch gewaschenes Leinen für reiner halten sollte als Leder. Die hier gemachte Beobachtung steht aber völlig im Einklang mit der am Bleiglanz gemachten und unten mitgetheilten. Sieht man die Unveränderlichkeit von ϕ als genügend constatirt an, um einen Unterschied in den Brechungsindices der beiden verschiedenen Oberflächenschichten auszuschließen, so kann die Verschiedenheit des Einflusses auf die relative Verzögerung Δ nur durch eine verschiedene Dicke der Oberflächenschichten erklärt werden, sodaß die vom Steinsalz gebundene Oberflächenschicht, welche beim Reiben mit Leinen entsteht, dicker ist, als die beim Reiben mit Leder entstandene.

Jedenfalls ist durch die Versuche gezeigt, wie enorm empfindlich frische Spaltflächen der Berührung mit anderen Körpern gegenüber sind, sodaß schon die sogenannte Reinigung mit Leder oder Leinen die Flächen so verunreinigt, daß sie auf keine Weise in den natürlichen Zustand zurückzubringen sind. Daß daher richtig polirte Körper eine merkliche elliptische Polarisation zeigen, ist durchaus erklärlich.

Außer Steinsalz sind noch andere durchsichtige Medien mit guten Spaltungsflächen untersucht. An Flußspath und Glimmer wurden keine sicheren Resultate erhalten, weil theils die Flächen zu schlecht waren, theils die an der Hinterfläche reflectirten Bilder störten. Jedenfalls zeigte sich aber auch bei ihnen eine bedeutend kleinere elliptische Polarisation als an Glas. Beim Kalkspath[1]) war die am meisten vom Nullpunkt abweichende Stellung des Compensators 36,36, was einer Verzögerung von 0,0168 λ entspricht, beim Gyps vom Montmartre war sie noch weit kleiner.

Wenn es erlaubt ist, die an den angeführten Körpern erhaltenen Resultate auf alle durchsichtigen zu verallgemeinern, so folgt, daß durchsichtige Medien an natürlichen Spaltungsflächen annähernd keine elliptische Polarisation bei Reflexion von linearpolarisirtem einfallenden Lichte zeigen und sich auch sonst der Theorie gemäß verhalten. Poliren mit einer fremden Substanz erzeugt eine Oberflächenschicht, welche elliptische Polarisation hervorruft.

II. Absorbirende Media.

Es sollte untersucht werden, welchen Einfluß die Politur auf absorbirende Medien hat und ob die durch dieselbe entstandene Oberflächenschicht durch irgend welche Mittel entfernt werden kann. Fs wurde dazu der Bleiglanz benutzt, da er eine hinreichend gute Spaltbarkeit besitzt, um den natürlichen Zustand an den Spaltflächen beobachten zu können, und da er auch auf ihnen polirfähig ist. Um eine Vorstellung von der Wirkung der Politur zu bekommen, genügt es nicht, die Veränderung von ψ und Δ zu constatiren, sondern es müssen auch die optischen Constanten berechnet werden, die ja das Hauptinteresse bieten. Da alle Be-

1) Die Beobachtungen sind früher angestellt, als mir die eben erscheinende Abhandlung des Hrn. P. Volkmann, Wied. Ann. XXXV, p. 719 bekannt war, welcher den Kalkspath zu diesen Beobachtungen empfiehlt. Ich würde sonst mehr Daten angeben.

obachtungen über Metallreflexion an polirten Spiegeln gemacht sind, so wird man hierdurch wenigstens eine rohe Vorstellung über die Fehler der Constanten gewinnen, die bis jetzt für Metalle mitgetheilt sind.

Die neuesten Formeln[1]) zur Berechnung der Constanten nach der Voigt'schen Theorie sind zwar ziemlich einfach, indeß erfordern sie, wenn man für mehrere Einfallswinkel beobachtet, was für die Genauigkeit sehr wünschenswerth ist, doch zeitraubende Rechnung. Ich habe daher die Formeln noch zu vereinfachen gesucht durch eine gewisse Vernachlässigung, die aber fast bei allen bis jetzt beobachteten absorbirenden Medien zulässig ist.

Vereinfachte Formeln für Metallreflexion.

In einer früheren Arbeit[2]) habe ich ψ und Δ als abhängig von φ und zwei Constanten a und a' dargestellt, welche direkt in den Differentialgleichungen der Lichtbewegung[3]) als Coefficienten vorkommen. Diese Constanten sind nun fast stets sehr klein, sodaß man ihr Quadrat unbedenklich und sie selbst mit einer gewissen Näherung gegen 1 vernachlässigen kann[4]). Von dieser Voraussetzung soll Gebrauch gemacht werden.

Für

$$a + ia' = \alpha$$
$$i = \sqrt{-1}$$

wird[5])

$$\frac{\cos 2\psi}{1 - \sin 2\psi \cos \Delta} + i \frac{\sin 2\psi \sin \Delta}{1 - \sin 2\psi \cos \Delta} = \operatorname{tg} \varphi \sin \varphi \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{1 - \alpha \sin^2 \varphi}}. \quad (1)$$

Man erhält einen Grenzwerth für ψ und Δ, gültig für kleine Winkel φ, wenn man $\alpha \sin^2 \varphi$ gegen 1 vernachlässigt[6]). Setzt man nun

$$\begin{aligned} \sin \Delta \operatorname{tg} 2\psi &= \operatorname{tg} Q \\ \cos \Delta \sin 2\psi &= \cos P \\ \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} P \sin \varphi \operatorname{tg} \varphi &= S, \end{aligned} \quad (2)$$

---

1) W. Voigt, Wied. Ann. 31 p. 242. 1887. P. Drude, Wied. Ann. 32 p. 613. 1887.

2) P. Drude, Wied. Ann. 32 p. 613. 1887.

3) l. c. p. 586.

4) Ich habe bei Berechnung der Beobachtungen für Antimonglanz (Wied. Ann. 34. 1888) schon davon Gebrauch gemacht.

5) l. c. p. 615.

6) Wenn eine complexe Größe gegen eine reelle zu vernachlässigen ist, so soll dies heißen, daß dies für den Modul der complexen Größe zulässig sei.

so folgt nach einigen elementaren Rechnungen:

$$a = \frac{\cos 2Q}{S^2}, \qquad a' = \frac{\sin 2Q}{S^2}. \tag{3}$$

Führt man den Brechungsexponenten n und den Absorbtionscoefficienten $\varkappa$ ein, die mit a und a' nach den Gleichungen [1]) zusammenhängen

$$\varkappa = \frac{-a+\sqrt{a^2+a'^2}}{a'}, \qquad \frac{1}{n^2} = 2\varkappa \cdot \frac{a^2+a'^2}{a'}$$
$$a = \frac{1-\varkappa^2}{1+\varkappa^2} \cdot \frac{1}{n^2(1+\varkappa^2)}, \qquad a' = \frac{2\varkappa}{1+\varkappa^2} \cdot \frac{1}{n^2(1+\varkappa^2)}, \tag{4}$$

so wird

$$\varkappa = \operatorname{tg} Q, \qquad n = S\cos Q, \qquad n\varkappa = S\sin Q. \tag{5}$$

Diese Formeln sind sehr bequem für die Anwendung. Da $Q = \operatorname{arctg}\varkappa$ und S Constanten sein müssen, so wird man für jeden Einfallswinkel $\operatorname{tg} Q$ und S nach (2) aus den direkt beobachteten Größen ψ und Δ berechnen, aus allen erhaltenen Werthen das arithmetische Mittel nehmen und aus dem Mittelwerthe nach (3) und (5) die optischen Constanten berechnen. Dies Verfahren ist viel einfacher, als wenn a und a' für jeden Einfallswinkel berechnet werden, und dann das Mittel genommen wird, oder als wenn $\varkappa n^2$ und $(1-\varkappa^2)n^2$ nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet werden [2]).

Die Vernachlässigung von $a\sin^2\varphi$ gegen 1 bedingt eine gewisse Ungenauigkeit. Um über die Größe derselben Gewißheit zu haben, ist noch ein anderer Grenzwerth, gültig bei großen Einfallswinkeln, für ψ und Δ zu bilden, der dadurch erhalten wird, daß $\sin^2\varphi = 1$ gesetzt wird, d. h. es ist dann:

$$\frac{\cos 2\psi}{1-\sin 2\psi\cos\Delta} + i\frac{\sin 2\psi\sin\Delta}{1-\sin 2\psi\cos\Delta} = \operatorname{tg}\varphi\sin\varphi\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{1-a}}. \tag{1a}$$

Hierin ist im Zähler für a unbedenklich der bis jetzt erhaltene Näherungswerth einzusetzen.

Man erhält so mit Vernachlässigung von a^2 nach einiger Rechnung:

$$\varkappa = \operatorname{tg} Q\left(1-\frac{1}{S^2}\right), \qquad n = S\cos Q\left(1+\frac{1}{2S^2}\right),$$
$$n\varkappa = S\sin Q\left(1-\frac{1}{2S^2}\right). \tag{5a}$$

---

1) l. c. p. 616.

2) W. Voigt, Wied. Ann. 31 p. 242. 1887.

Die beiden durch die Formeln 5 und 5a gegebenen Grenzwerthe mögen durch Indices 1 und 2 bezeichnet werden. Mit Hülfe der Grenzwerthe kann man einen genaueren Werth für $\varkappa$ und n leicht berechnen (er möge ohne Index bezeichnet werden). $\varkappa$ und n wird sich nämlich um so eher an $\varkappa_1$ und n_1 anschließen, je kleiner die Einfallswinkel sind, bei denen ψ und Δ beobachtet sind, dagegen an $\varkappa_2$ und n_2 bei großen Einfallswinkeln, da es sich darum handelt, ob die in Formel (1) unter dem Wurzelzeichen stehende Größe $\sin^2\varphi$ mehr sich der 0 oder 1 nähert. Man findet daher einen genaueren Werth nach der Formel:

$$\begin{aligned} \varkappa &= \varkappa_1 + (\varkappa_2 - \varkappa_1)\frac{\Sigma \sin^2\varphi}{N}, \\ n &= n_1 + (n_2 - n_1)\frac{\Sigma \sin^2\varphi}{N}, \end{aligned} \tag{5b}$$

wo N die Anzahl der Einfallswinkel bedeutet, bei denen beobachtet ist, und die Summe über alle die betreffenden Einfallswinkel zu erstrecken ist. Ich werde unten an einem numerischen Beispiele die Brauchbarkeit der Methode darthun.

Um die Beobachtungen mit den nach der Theorie gelieferten Werthen zu vergleichen, bedarf man der Berechnung von ψ und Δ aus n und $\varkappa$. Hierzu dienen die leichtableitbaren Formeln: Setzt man

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} Q_1 &= \varkappa \\ \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} P &= \frac{n\sqrt{1+\varkappa^2}}{\sin\varphi \operatorname{tg}\varphi} = \frac{n}{\sin\varphi \operatorname{tg}\varphi \cos Q} \end{aligned} \tag{6}$$

so wird

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\Delta_1 &= \operatorname{tg} P_1 \sin Q_1, \\ \cos 2\psi_1 &= \sin P_1 \cos Q_1. \end{aligned} \tag{7}$$

Ferner für

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} Q_2 &= \varkappa\left(1 + \frac{1}{n^2(1+\varkappa^2)}\right), \\ \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} P_2 &= \frac{n\sqrt{1+\varkappa^2}}{\sin\varphi \operatorname{tg}\varphi}\left(1 - \frac{1-\varkappa^2}{(1+\varkappa^2)^2}\cdot\frac{1}{2n^2}\right), \end{aligned} \tag{6a}$$

wird

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\Delta_2 &= \operatorname{tg} P_2 \sin Q_2, \\ \cos 2\psi_2 &= \sin P_2 \cos Q_2. \end{aligned} \tag{7a}$$

Hier bezeichnen wieder Δ_1, Δ_2, ψ_1, ψ_2 Grenzwerthe, zwischen denen die wahren Werthe Δ, ψ liegen müssen, und die sich berechnen aus:

$$\begin{aligned} \Delta &= \Delta_1 + (\Delta_2 - \Delta_1)\sin^2\varphi, \\ \psi &= \psi_1 + (\psi_2 - \psi_1)\sin^2\varphi. \end{aligned} \tag{7b}$$

Aus dem Haupteinfallswinkel $\bar{\varphi}$ und dem Hauptazimuth $\bar{\psi}$ finden sich die Constanten aus:

$$x_1 = \operatorname{tg} 2\bar{\psi},\quad n_1 = \sin\bar{\varphi}\operatorname{tg}\bar{\varphi}\cos 2\bar{\psi}\ ^1),\quad n_1 x_1 = \sin\bar{\varphi}\operatorname{tg}\bar{\varphi}\sin 2\bar{\psi} \tag{8}$$

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= x_1\left(1-\frac{\operatorname{cotg}^2\bar{\varphi}}{\sin^2\bar{\varphi}}\right)\\ n_2 &= n_1\left(1+\tfrac{1}{2}\frac{\operatorname{cotg}^2\bar{\varphi}}{\sin^2\bar{\varphi}}\right)\\ n_2 x_2 &= n_1 x_1\left(1-\tfrac{1}{2}\frac{\operatorname{cotg}^2\bar{\varphi}}{\sin^2\bar{\varphi}}\right)\end{aligned}\right\}\ (8a)$$

$$x = x_1(1-\operatorname{cotg}^2\bar{\varphi})\ ^2),\quad n = n_1(1+\tfrac{1}{2}\operatorname{cotg}^2\bar{\varphi}),\quad n x = n_1 x_1(1-\tfrac{1}{2}\operatorname{cotg}^2\bar{\varphi}). \tag{8b}$$

Umgekehrt berechnet sich Haupteinfallswinkel und Hauptazimuth aus den Constanten nach:

$$\cos\bar{\varphi}_1 = \frac{1}{n\sqrt{1+x^2}},\quad \operatorname{tg} 2\bar{\psi}_1 = x \tag{9}$$

$$\cos\bar{\varphi}_2 = \cos\bar{\varphi}_1\left(1-\frac{1+3x^2}{(1+x^2)^2}\cdot\frac{1}{2n^2}\right),\quad \operatorname{tg}2\bar{\psi}_2 = x\left(1+\frac{1}{n^2(1+x^2)}\right). \tag{9a}$$

$\bar{\varphi}$ und $\bar{\psi}$ analog wie in (7b) ψ und Δ aus ψ_1, ψ_2, Δ_1, Δ_2.

Beobachtet man die Reflexion statt an der Grenze Metall-Luft an der Grenze Metall-Flüssigkeit vom Brechungsindex n_0, so ist, um die dann gültigen Werthe für ψ und Δ — sie mögen mit ψ_0 und Δ_0 bezeichnet werden — $\frac{n}{n_0}$ an Stelle von n zu setzen. Q bleibt also ungeändert, dagegen ändert sich P. Es muß demnach sein:

$$\begin{aligned}\sin\Delta\operatorname{tg}2\psi &= \sin\Delta_0\operatorname{tg}2\psi_0\\ \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}P &= n_0\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}P_0,\end{aligned} \tag{10}$$

wo $\cos\Delta\operatorname{tg}2\psi = \cos P,\ \cos\Delta_0\operatorname{tg}2\psi_0 = \cos P_0$ ist.

Will man zu ψ und Δ die zugehörigen ψ_0, Δ_0 berechnen, so dienen dazu die Formeln:

Für:
$$\begin{aligned}\sin\Delta\operatorname{tg}2\psi &= \operatorname{tg}Q,\\ \cos\Delta\sin 2\psi &= \cos P,\\ \frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}P}{n_0} &= \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}P_0,\end{aligned} \tag{11}$$

1) Die Formel zeigt, wie das für durchsichtige Medien $n = \operatorname{tg}\bar{\varphi}$ gültige Gesetz durch die Absorption modificirt wird.

2) Diese Formel steht im Einklang mit der Bemerkung des Herrn Voigt hinsichtlich der Durchsichtigkeit der Metalle, s. Wied. Ann. 26, p. 141. 1884.

wird:
$$\cos 2\psi_0 = \sin P_0 \cos Q,$$
$$\operatorname{tg}\Delta_0 = \operatorname{tg} P_0 \sin Q.$$

Hier braucht man keinen zweiten Grenzwerth zu berechnen, denn es ist $^1/_2 \alpha \sin^2\varphi (1 - n_0)$ gegen 1 vernachlässigt, und dies bedingt einen Fehler, der kleiner ist als 1 %.

Ich will die Brauchbarkeit der Formeln an einem numerischen Beispiele zeigen, daß für Bleiglanz gilt.

Aus den Beobachtungen für
$$\varphi = 60°, 70°, 72°, 74°, 76°, 77°, 78°$$
folgt, berechnet nach (5) und (5a):
$$\varkappa_1 = 0{,}4219, \quad n_1 = 4{,}209, \quad n_1\varkappa_1 = 1{,}757$$
$$\varkappa_2 = 0{,}3973, \quad n_2 = 4{,}310, \quad n_2\varkappa_2 = 1{,}715.$$

Da $\frac{\Sigma \sin^2\varphi}{N} = 0{,}84$ ist, so folgt nach (5b):
$$\varkappa = 0{,}400, \quad n = 4{,}300, \quad n\varkappa = 1{,}719.$$

Dieselben Constanten sind nach den ursprünglichen[1]) Formeln berechnet, ohne irgend welche Vernachlässigung, zu:
$$\varkappa = 0{,}400, \quad n = 4{,}300, \quad n\varkappa = 1{,}719,$$
d. h. völlig übereinstimmend mit den Näherungswerthen.

Die Anwendbarkeit der Formeln ist dadurch bedingt, daß
$$S^2 = n^2(1+\varkappa^2) = \frac{1}{\sqrt{a^2+a'^2}}$$
groß ist. Für Bleiglanz ist $S^2 = 21{,}5$, dies ist also schon als genügend groß anzusehen. Es ist eigenthümlich, daß bei fast allen absorbirenden Medien S^2 sich diesem Werthe nähert, so daß die Formeln fast stets anzuwenden sind. Die Medien mit kleinen Brechungsexponenten, wie z. B. Silber, haben nämlich starke Absorption $\varkappa$ und umgekehrt. Ich lasse hier die Werthe von S^2 folgen für die Metalle, denen Constanten Herr Voigt[2]) zusammengestellt hat.

	n	$\varkappa$	S^2
Spiegelmetall	1,47	2,5	15,7
Silber (gewalzt)	0,37	7,7	8,6
„ (gegossen)	0,39	11,3	19,6
„ (gewalzt)	0,40	11,3	20,6
Gold	0,40	8,7	12,3
Quecksilber	1,65	3,5	35,6
Platin	1,3	3,0	16,9

1) P. Drude, l. c. p. 615.
2) W. Voigt, Wied. Ann. 23, p. 142. 1884.

	n	$\varkappa$	S^2	
Palladium	1,54	2,7	19,8	
Kupfer	0,42	6,5	7,6	
Zink	1,35	3,0	18,2	
Blei	2,2	0,7	7,2	
Wismuth	1,17	2,5	9,95	
Zinn	1,15	2,9	12,9	
Eisen	2,25	1,4	15,3	
Stahl	2,35	1,5	17,9	
Aluminium	1,85	2,1	18,9	
Bleiglanz	4,30	0,4	21,5	
Rothgiltigerz	3,12	0,55	12,8	resp. 9,5
Antimonglanz	5,17	0,14	27,1	
resp.	4,49	0,18	20,7.	

Die Constanten für Bleiglanz sind den im Folgenden mitgetheilten Beobachtungen entnommen, die für Rothgiltigerz habe ich aus Beobachtungen von Herrn Schenk[1]) berechnet, beim Antimonglanz habe ich sie früher[2]) bestimmt.

Die Zusammenstellung zeigt, daß, abgesehen von Kupfer, Blei und Wismuth, die Formeln für die Metalle anzuwenden sind, da S^2 mindestens die Hälfte von dem Werth, welcher für Bleiglanz gültig ist, beträgt. Die Constanten werden höchstens auf 1—2% falsch bestimmt werden, was völlig ausreichend genau ist bei der Unsicherheit der Beobachtungen, welche durch Politur etc. beeinflußt werden.

Beobachtungen am Bleiglanz.

Die Beobachtungsmethode ist die alte. Da aber ψ für keinen Einfallswinkel sehr klein wird, ist das einfallende Licht unter 45° gegen die Einfallsebene polarisirt und der Analysator wurde auf Dunkelheit gestellt. Die Beleuchtung geschah mit einer Sodaperle im Knallgasgebläse, da diese Helligkeit völlig genügte.

Die folgende Tabelle enthält das Resultat der Beobachtungen an zwei frischen Spaltflächen, welche aus einem Bleiglanzwürfel von etwa 2 cm Seitenlänge abgespalten waren und ungefähr $0{,}5 \times 0{,}5$ cm gross waren. Durch besondere Versuche wurde constatirt, daß sich ψ und Δ mit der Zeit nicht ändert, die Flächen zeigten, wenn sie unberührt geblieben waren, noch nach Tagen dieselben Werthe. Q und S bedeuten die im frühereren gebrauchten Bezeichnungen.

1) E. Schenk, Wied. Ann. 15, p. 177. 1882.
2) P. Drude, Wied. Ann. 34, p. 489. 1888.

Tabelle III. Spaltflächen.

1. Fläche.

φ	28° 56′	60° 8′	70° 8′	72° 8′	74° 8′	76° 8′	77° 8′	78° 8′	80° 8′
Δ	π−2° 50′	π−14° 42′	π−33° 12′	π−41° 36′	π−51° 42′	π−68° 12′	π−79° 48′	86° 0′	33° 18′
2ψ	83° 42′	56° 8′	37° 32′	32° 44′	27° 44′	24° 40′	23° 28′	23° 26′	38° 0′
log tg Q	9,6510	9,5776	9,6239	9,6302	9,6155	9,6298	9,6307	9,6358	9,6324
log S	0,6513	0,6598	0,6598	0,6564	0,6583	0,6626	0,6610	0,6560	0,5050

Mittelwerth: log tg $Q = 6{,}6252$, log $S = 0{,}6591$, $n = 4{,}300$, $\varkappa = 0{,}400$, $n\varkappa = 1{,}719$.

2. Fläche.

Δ			π−31° 48′	π−41°	π−53°	π−73° 15′	π−83° 48′	76° 36′	50° 36′
2ψ			36° 30′	32° 10′	27° 52′	23° 55′	22° 35′	22° 17′	26° 35′
log tg Q			9,5910	9,6155	9,6255	9,6281	9,6165	9,6006	9,5873
log S			0,6573	0,6552	0,6549	0,6457	0,6482	0,6299	0,6263

Mittelwerth: log tg $Q = 9{,}6092$, log $S = 0{,}6454$, $n = 4{,}183$, $\varkappa = 0{,}389$, $n\varkappa = 1{,}629$.

Die beiden Flächen geben etwas abweichende Resultate. Das aus der ersten Fläche gewonnene ist das wahrscheinlichere, denn abgesehen davon, daß dort bei mehr Einfallswinkeln beobachtet ist, spiegelte auch die Fläche besser als die zweite, sodaß der wahrscheinliche Beobachtungsfehler geringer ist. Außerdem scheint die zweite Fläche vielleicht doch nicht ganz rein gewesen zu sein, weil sich eine systematische Veränderung von Q und S zeigt, indem z. B. Q mit wachsendem Einfallswinkel erst wächst und dann abnimmt. Selbst wenn man den sehr geringen Einfluß des Einfallswinkels berücksichtigen wollte, so mußte Q stetig wachsen. Dagegen zeigt die erste Fläche eine gute Constanz von Q und namentlich von S, sodaß man ohne ψ und Δ rückwärts zu berechnen, die Formeln durch die Beobachtung sehr gut bestätigt sieht.

Der große Werth des Brechungsindex ist bemerkenswerth. Er ist von derselben Ordnung, wie die des Antimonglanzes.

Die für $\varphi = 70°$ erhaltenen Werthe von ψ und Δ sind bei sehr vielen Spaltflächen untersucht, weil für diesen Einfallswinkel später hauptsächlich die Aenderungen, welche die verschiedene Behandlung der Flächen hervorriefen, constatirt werden sollten. Es ergaben sich Stellungen des Compensators, welche zwischen 37,63 und 37,71 schwankten, d. h. eine Variation von Δ von $\pi - 31° 42'$ bis zu $\pi - 33° 21'$ ergaben. Man ist somit berechtigt, die berechneten Werthe für n und $\varkappa$ als dem natürlichen Zustande entsprechend anzunehmen.

Sodann wurde eine Fläche untersucht, welche mit Pariser Roth und Wiener Kalk polirt war. Es war nicht eine der vorhin untersuchten Flächen selbst, da sie beim Beginn des Polirens entzwei brachen. Da aber alle aus dem Würfel gewonnenen Spaltstücke nahezu dieselben Werthe für ψ und Δ ergaben, so gilt auch für

die polirte Fläche als natürlichen Zustand der in Tabelle III mitgetheilte. Tabelle IV enthält die Resultate:

Tabelle IV. Polirte Fläche.

φ	60°	65°	70°	72°	74°	76°	77°	78°	80°
Δ	π−31° 6′	π−42° 36′	π−62° 48′	π−74° 22′	π−87° 24′	76° 42′	69° 6′	61° 46′	47° 52′
2ψ	52° 15′	44° 20′	36° 59′	34° 47′	33° 58′	35° 29′	36° 2′	38° 10′	42° 37′
$\log \mathrm{tg}\, Q$	9,8242	9,8404	9,8260	9,8253	9,8280	9,8412	9,8322	9,8404	9,8340
$\log S$	0,5369	0,5388	0,5381	0,5274	0,5381	0,5365	0,5379	0,5373	0,5404

Mittelwerth: $\log \mathrm{tg}\, Q = 9{,}8324$, $\log S = 0{,}5368$, $n = 2{,}96$, $\varkappa = 0{,}629$, $n\varkappa = 1{,}86$.

Die Aenderung, welche die Politur auf die Constanten, namentlich auf n, hervorbringt, ist eine ganz bedeutende. Daß n wesentlich kleiner ausfällt, war von vornherein zu erwarten, da das Polirmittel sicher einen weit kleineren Brechungsexponenten besitzt, als der Bleiglanz. Auch die Vergrößerung von $\varkappa$ erklärt sich aus der Annahme, daß durch die Politur das Mineral mit einer Schicht überzogen ist, an deren Vorder- und Rückfläche das Licht reflectirt wird. Da dies schon an und für sich eine Verzögerung ergiebt und zwar in dem von Jamin positiv genannten Sinne, der auch an der frischen Spaltfläche beobachtet wird, so addirt sie sich zu der am Mineral selbst hervorgerufenen Verzögerung hinzu und bringt so eine Vergrößerung von $\varkappa$ hervor. — Durch eine beobachtete Abhängigkeit der Q und S vom Einfallswinkel wird diese Auffassung nicht unterstützt, denn Tabelle IV giebt für beide Größen ziemlich constante Werthe an.

Die eben untersuchte Fläche wurde nun nach dem Wernickeschen [1]) Verfahren mit Gelatine gereinigt, d. h. auf die mit Alkohol und Leinen geputzte Fläche wurde eine ziemlich concentrirte Gelatinelösung aufgegossen und die Platte erhitzt bis nahe zum Kochen der Lösung, um eventuell adhärirende Gase zu entfernen. Dann wurde nach dem Eintrocknen der Gelatine dieselbe abgerissen und die Platte, ohne sie weiter zu berühren, untersucht. Die Gelatine hatte Bleiglanzstückchen der Platte mit abgerissen, was als ein Beweis des guten Haftens angesehen werden kann. Tabelle V giebt die Resultate:

Tabelle V. Fläche, mit Gelatine gereinigt.

φ	60°	65°	70°	72°	74°	76°	77°	78°	80°
Δ	π−26° 1′	π−35° 40′	π−54° 1′	π−65° 12′	π−80° 0′	82° 30′	73°	63° 30′	48° 27′
2ψ	51° 48′	43° 1′	34° 16′	31° 12′	29° 51′	29° 29′	30° 29′	31° 46′	37° 24′
$\log \mathrm{tg}\, Q$	9,7462	9,7356	9,7413	9,7402	9,7540	9,7486	9,7505	9,7436	9,7575
$\log S$	0,5611	0,5630	0,5646	0,5562	0,5671	0,5668	0,5654	0,5640	0,5676

Mittelwerth: $\log \mathrm{tg}\, Q = 9{,}7464$, $\log S = 0{,}5640$, $n = 3{,}313$, $\varkappa = 0{,}520$, $n\varkappa = 1{,}724$.

1) W. Wernicke, Wied. Ann. 30, p. 452. 1887.

Durch die Reinigung nähern sich zwar n und $\varkappa$ den eigentlichen Werthen, aber sie erreichen sie noch lange nicht[1]). Q und S sind auch hier constant. Zur Uebersicht stelle ich die erhaltenen Resultate zusammen.

	n	$\varkappa$	$n\varkappa$
Natürlicher Zustand	4,300	0,400	1,719
Polirter „	2,96	0,629	1,86
Mit Gelatine gereinigt	3,313	0,520	1,724.

Die Fläche zeigte, als sie mit Alkohol abgewaschen und mit Leinen getrocknet wurde, eine Abnahme von Δ, was wieder eine Entfernung vom natürlichen Zustand bedeutet. Dies ist wichtig wie sich späterhin zeigen wird.

Das Reinigungsverfahren mit Gelatine wurde dann wiederholt, es wurde auch Collodium über die Fläche gegossen und die getrocknete Haut abgezogen. Es ist meist nur für $\varphi = 70°$ beobachtet, im Folgenden stehen die an dieser Platte für jenen Einfallswinkel beobachteten Resultate.

	$\pi - \Delta$	2ψ
Natürlicher Zustand	33° 12′	37° 32′
Polirter „	62° 48′	36° 59′
Mit Alkohol gewaschen und Leinen gerieben	68° 48′	35° 24′
Weiter gerieben	62° 42′	34° 8′
Weiter gerieben	55° 39′	32° 16′
Weiter gerieben	58° 54′	33° 28′
Mit Gelatine gereinigt	54° 1′	34° 16′
Mit Alkohol und Leinen behandelt	58° 20′	35° 40′
Wieder mit Gelatine gereinigt	52° 28′	34° 40′
Mit Leinen abgerieben	56° 42′	35° 42′
Noch einmal mit Gelatine gereinigt	56° 15′	36° 2′
Mit Alkohol abgerieben	62° 18′	37° 34′
Mit Collodium gereinigt	48° 12′	34° 25′
Mit verdünnter Schwefelsäure behandelt	56° 0′	30° 42′

Die Zahlen zeigen, daß die Reinigung mit Collodium hier die dem ursprünglichen Zustand am nächsten liegenden Werthe giebt. Wiederholtes Reinigen mit Gelatine ergiebt schließlich keine Abnahme von $\pi - \Delta$. ψ wird weniger beeinflußt, für $\varphi = 70°$ nimmt ψ durch die angewandten Behandlungen ab, für größere Winkel wächst es, entsprechend der Vergrößerung von $\varkappa$[2]). Die Fläche

1) Die Verminderung von S^2 durch die Politur von 22 auf 12 deutet darauf hin, daß vielleicht bei den p. 273 erwähnten Metallen S^2 im Allgemeinen größer ist, so daß die Näherungsformeln noch strenger gültig werden.

2) Vergl. Tabelle III und IV.

wurde in verdünnte Schwefelsäure gelegt, um den Wiener Kalk und das Pariser Roth, mit denen polirt war, aufzulösen. Die Schwefelsäure hatte aber den Bleiglanz selbst angegriffen, indem er farbig angelaufen war, so daß die zuletzt angegebenen Zahlen mit den früheren nicht vergleichbar sind.

Aus dem großen Bleiglanzwürfel wurde ein kleinerer abgespalten und drei zu einander senkrechte Flächen polirt. Es geschah dies deshalb, um eventuell eine optische Anomalie durch Reflexionsbeobachtungen zu entdecken. Es zeigte sich nun in der That eine Fläche (I) von den zwei anderen II und III wesentlich verschieden, während II und III übereinstimmten. Da aber die erhaltenen Werthe von ψ und Δ mit dem Azimuth der Einfallsebene nicht variirten, so war dies ein Anzeichen dafür, daß nicht der Bleiglanz durch innere Spannungen irregulär geworden, sondern daß die Oberflächenbeschaffenheit der drei Flächen eine verschiedene war. In der That ergaben sie auch nach gründlicher Behandlung mit Alkohol und Leinen annähernd gleiche Resultate.

Die ursprünglichen, nach der Politur erhaltenen Werthe von ψ und Δ waren folgende:

Tabelle I. Polirt.

φ	50°	70°	72°	74°	76°	78°
Δ	$\pi - 15°14'$	$\pi - 53°$	$\pi - 64°10'$	$\pi - 81°$	82°0′	63°30′
2ψ	65°18′	34°17′	31°0′	28°33′	28°50′	30°53′
$\log \mathrm{tg} Q$	9,7568	9,7359	9,7331	9,7303	9,7366	9,7286
$\log S$	0,5515	0,5695	0,5593	0,5628	0,5627	0,5669

Mittelwerth: $\log \mathrm{tg} Q = 9{,}7369$, $\log S = 0{,}5638$, $n = 3{,}32$, $\varkappa = 0{,}510$, $n\varkappa = 1{,}69$.

II, III. Polirt.

Δ	$\pi - 14°55'$	$\pi - 58°30'$	$\pi - 64°54'$	$\pi - 85°36'$	76°0′	59°42′
2ψ	66°24′	33°40′	30°41′	30°9′	30°45′	34°14′
$\log \mathrm{tg} Q$	9,7702	9,7543	9,7460	9,7628	9,7614	9,7690
$\log S$	0,5690	0,5450	0,5372	0,5461	0,5408	0,5413

Mittelwerth: $\log \mathrm{tg} Q = 9{,}7606$, $\log S = 0{,}5466$, $n = 3{,}16$, $\varkappa = 0{,}536$, $n\varkappa = 1{,}69$.

Die Werthe für n und $\varkappa$ liegen zwischen den auf p. 276 angegebenen. Für I ist Q und S constant, für II und III nehmen Q und S parallel miteinander erst ab, dann zu, so daß für diese Flächen eventuell eine Reflexion des Lichtes an der Vorder- und Rückfläche der Oberflächenschicht in dem Gange von ψ und Δ merkbar wird.

Auch hier wurden die Flächen mit Gelatine gereinigt; die Lösung wurde bis zum Kochen erhitzt. Es zeigte sich für $\varphi = 70°$:

I: $\pi - \Delta = 56°\ 6'$, $2\psi = 36°34'$
II: $\pi - \Delta = 59°15'$, $2\psi = 36°52'$
III: $\pi - \Delta = 55°47'$, $2\psi = 35°18'$.

Mit Alkohol und Leinen behandelt ergab sich

$$\pi - \Delta = 52°15', \quad 2\psi = 34°40',$$

d. h. es war $\pi - \Delta$ verkleinert, im Gegensatz zu dem bei der früher erwähnten (p. 276) Fläche erhaltenen Resultate. Es hängt dies damit zusammen, daß die Gelatinelösung hier auf den Flächen gekocht hatte, wodurch wahrscheinlich dieselben etwas verändert waren, wie spätere Versuche zeigten (s. p. 281). Kollodiumreinigung ergab auch hier die kleineren Werthe von $\pi - \Delta$ als Gelatinereinigung, nämlich:

$$\pi - \Delta = 54°10', \quad 2\psi = 34°45'.$$

Darauf folgende Behandlung mit Leinen vergrößerte wieder $\pi - \Delta$.

Es verdient hervorgehoben zu werden, daß die Politur der Flächen durch die verschiedenen Behandlungen durchaus nicht litt.

Man könnte ja nun einwenden, daß die Gelatine deshalb den Bleiglanz nicht vollständig reinigt, weil durch das Wasser derselbe oxydirt oder irgendwie verändert wird, und daß deshalb das Kollodiumverfahren hier gründlicher reinigt. Wenn dies nun auch im letzten Falle eingetreten sein mag, da durch besondere Versuche constatirt wurde, daß kochendes destillirtes Wasser in der That auf Bleiglanz wirkt, so trifft dies in dem früher (p. 275) angegebenen Falle, wo die Gelatine-Lösung nicht kochte, nicht zu, oder wenigstens ist die gebildete Oxydschicht mit der Gelatine abgerissen, da hier durch Putzen mit Leinen $\pi - \Delta$ vergrößert wurde. Denn es zeigte sich (cf. p. 281), daß, wenn sich wirklich eine Oxydschicht gebildet hatte, diese auf Leinen abgerieben werden konnte und daß dann eine Verminderung von $\pi - \Delta$ entstand.

Was man nun aber auch für andere Reinigungsverfahren vorschlagen mag, nie wird man auf den ursprünglichen Zustand zurückkommen, da schon ein loses Reiben mit trockenem Leinen oder Leder, was doch sonst stets beim Vor- oder Nachputzen angewandt wird, auf eine frische Spaltfläche außerordentliche Wirkung übt. Ebenso empfindlich zeigte dieselbe sich gegenüber einer Berührung mit den Fingern und gegen den Hauch. Es ist sehr auffallend, daß für eine frische Fläche, die sich an der Luft tagelang unverändert erhält, bei losem Reiben mit Leinen bei 70° Einfallswinkel $\pi - \Delta$ von 33°12′ auf 42°12′, beim Reiben mit Putzleder auf 40°20′ wächst. Auch ψ wird verändert in dem Sinne, wie es die Politur ändert (cf. Tabelle IV). Der ursprüngliche Zustand war auf keine Weise wieder zu gewinnen. Selbst auf Spaltflächen, die nicht mehr intact waren, zeigte sich der Einfluß des Reibemittels bedeutend. Von den vielen beobachteten einzelnen Fällen

greife ich nur eine Reihe heraus, die mit einer Spaltfläche von Bleiglanz und Antimonglanz angestellt waren. Es ist nur Δ beobachtet, da dies schon zur Constatirung der Veränderung genügte. Dieselbe Fläche wurde mit den verschiedenen Substanzen nacheinander in Berührung gebracht.

$\varphi = 70°$.

	Bleiglanz, $\pi - \Delta$.	Antimonglanz, $\pi - \Delta$.
Gerieben auf Leder	46°0′	36°33′
dann „ Leinen	53°54′	41°42′
„ „ Leder	40°24′	34°30′
„ „ Leinen	51°0′	40°45′
Mit Flamme des Bunsenbrenners bestrichen	68°30′	44°24′
Leinen	55°30′	
Wolle	50°36′	51°13′
Papier	50°36′	51°10′
Leder	41°0′	36°15′
Papier	41°0′	36°13′
Flamme	73°50′	42°36′
Leder		34°30′
Seide		39°10′

Papier zeigt keinen Einfluß, die Bunsenflamme den größten.

Die größere Einwirkung reinen Leinens als die von Putzleder ist sehr auffallend; sie ist an sehr vielen Beispielen, die ich nicht weiter anführe, constatirt. Steinsalz verhielt sich ganz ebenso (cf. p. 265). Die Parallelität [1]) des Ganges der Verzögerung beim Blei- und Antimonglanz spricht dafür, daß die Natur der Oberflächenschicht wesentlich vom Reibemittel abhängt.

Ebenso empfindlich zeigten sich frische Spaltflächen der Berührung mit destillirtem Wasser gegenüber. War eine frische Fläche einmal in Wasser getaucht, so war nach dem Trocknen desselben, was in Luft oder mit Fließpapier [2]) geschah, $\pi - \Delta$ von 33°12′ auf 49°20′ gestiegen, was wahrscheinlich die Wirkung einer festgehaltenen Wasseroberflächenschicht ist.

Es wurden auch einige Beobachtungen bei $\varphi = 70°$ in Wasser angestellt. Die in Wasser gespaltenen Stücke ergaben nahezu denselben Werth, als die in Luft gespaltenen und dann eingetauchten.

1) Nur bei Wolle findet sich eine Abweichung.

2) Durch einen besonderen Versuch wurde constatirt, daß trockenes Fließpapier auf Bleiglanz nicht wirkt.

Auch wiederholtes Herausnehmen und Wiedereintauchen ergab keine wesentlichen Aenderungen für ψ und Δ. Da dies, wie wir oben sahen, wesentliche Aenderungen für die Beobachtungen in Luft giebt, so ist es interessant, zu prüfen, für welchen Zustand die Beobachtungen in Luft mit denen in Wasser am besten stimmen. Es ist dies der frische, für den $2\psi = 37°32'$, $\Delta = \pi - 33°12'$ beobachtet ist; es ist ja auch begreiflich, daß die Wirkung einer Wasseroberflächenschicht im Wasser selbst verschwindet. Nach den Formeln folgt

$$2\psi_0 = 27°23',\ \Delta_0 = \pi - 54°19'.$$

Beobachtet ist $2\psi_0 = 24°25',\ \Delta_0 = \pi - 59°24'.$

Die Abweichung kann aus einer Verdichtung des Wassers am Bleiglanz, d. h. aus einer Vergrößerung von n_0 erklärt werden. Nach Formel (10) muß $Q = Q_0$, $\operatorname{tg}\frac{1}{2}P = n_0 \operatorname{tg}\frac{1}{2}P_0$ sein. Es ist nun

$$Q = 22°49',\ Q_0 = 21°21'$$

also die erste Bedingung nahezu erfüllt. Aus der zweiten folgt

$$n_0 = 1{,}417.$$

Wurden Spaltflächen in Wasser beobachtet, welche durch Politur oder Reiben ihre natürlichen Werthe eingebüßt hatten, so ergaben sie auch im Wasser andere Werthe für $\pi - \Delta$ und 2ψ, denn die Wirkung einer durch Leder z. B. aufgeriebenen Oberflächenschicht kann im Wasser nicht verschwinden.

So erhielt ich z. B. für $\varphi = 70°$:

$$\Delta = \pi - 52°15',\quad 2\psi = 33°37',$$
$$\Delta_0 = \pi - 81°,\quad 2\psi_0 = 29°0',$$

daraus

$$\log \operatorname{tg} Q = 9{,}7207,\quad \log \operatorname{tg} Q_0 = 9{,}7384$$
$$\tfrac{1}{2}P = \tfrac{1}{2}\pi - 35°6',\quad \tfrac{1}{2}P_0 = \pi - 42°49'$$
$$n_0 = 1{,}535.$$

Ein anderes Beispiel ist:

$$\Delta = \pi - 43°12',\quad 2\psi = 36°10'$$
$$\Delta_0 = \pi - 67°48',\quad 2\psi_0 = 28°22'$$
$$\log \operatorname{tg} Q = 9{,}8636,\quad \log \operatorname{tg} Q_0 = 9{,}8625$$
$$\tfrac{1}{2}P = \tfrac{1}{2}\pi - 32°16',\quad \tfrac{1}{2}P_0 = \tfrac{1}{2}\pi - 39°57'$$
$$n_0 = 1{,}327.$$

Es ist übrigens zu bemerken, daß die (p. 271) entwickelten Formeln hier nicht streng gültig sind, da der Vorgang der Reflexion

bei einer Oberflächenschicht wesentlich complicirter ist. Deshalb haben die beiden zuletzt bezeichneten Werthe für n_0 auch keine Bedeutung. Dagegen ist der erste Werth für n_0 zuverlässiger, da durch Spaltung in Wasser und in Luft die Wirkung einer fremden Oberflächenschicht ausgeschlossen ist.

Wurden die Flächen in destillirtem Wasser ausgekocht und nach dem Erkalten darin beobachtet, so war in den eben angeführten Fällen Δ_0 und $2\psi_0$ geworden zu

$$\pi - 97°15', \quad 39°38'$$

resp. $\pi - 100°24', \quad 39°14'.$

Darauf in Luft gebracht ergab sich

	Δ	2ψ
	$\pi - 73°$,	$38°6'$
resp.	$\pi - 87°50'$,	$42°0'$.

Diese wesentlichen Veränderungen waren dadurch hervorgerufen, daß das kochende Wasser den Bleiglanz mit einer bräunlichen Schicht überzogen hatte, die aber nur bei genauer Betrachtung zu bemerken war. Auf Leinen konnte sie abgerieben werden, es zeigte sich dann eine bedeutende Abnahme von $\pi - \Delta$, nämlich

Δ	2ψ
$\pi - 40°45'$,	$33°58'$.

Dies dient dem p. 278 Gesagtem zur Stütze.

Die außerordentliche Empfindlichkeit solcher Spaltflächen gegenüber der geringsten Politur oder der Berührung mit Flüssigkeiten ist wohl so zu erklären, daß, da durch die Spaltung der Oberfläche eine früher ihr anhaftende Schicht genommen ist, dieselbe in gleichsam ungesättigtem Zustand ist und jeden ihr gebotenen Körper anzieht und festhält. Es muß sich dies auch in einer starken Condensation von Gasen bemerkbar machen, worüber ich in nächster Zeit Versuche anzustellen gedenke. — Nach dieser Vorstellung ist natürlich, daß die einmal erzeugte Oberflächenschicht auf keine Weise ganz wieder zu entfernen ist, es wäre dann, daß durch Reiben auf dem eigenen Pulver, wie Seebeck gethan hat, die fremde Oberflächenschicht durch eine natürliche verdrängt werden könnte.

Im Folgenden fasse ich die erhaltenen Resultate kurz zusammen. Sie sind zwar nur an den angegebenen Körpern beobachtet, es ist aber wahrscheinlich, daß sie zu verallgemeinern sind.

1) Feste, sowohl durchsichtige, wie absorbirende Körper reflectiren auf natürlichen Spaltungsflächen

das Licht nach den Gesetzen der Fresnel-Neumann-schen resp. der Voigt'schen Theorie.

2) Durch Poliren oder Berühren mit Flüssigkeiten entstehen Oberflächenschichten, welche bei durchsichtigen Medien die elliptische Polarisation, bei undurchsichtigen wesentliche Aenderungen der aus den Reflexionsbeobachtungen berechneten optischen Constanten hervorrufen.

3) Diese Oberflächenschichten sind auf keine Weise zu entfernen.

4) Bleiglanz hat für Natriumlicht den Brechungsexponenten $n = 4{,}30$, den Absorptionskoefficienten $nx = 1{,}72$.

5) Die angegebenen Näherungsformeln für die Metallreflexion sind bei fast allen bis jetzt beobachteten absorbirenden Medien anzuwenden.

Nachtrag.

Nach Abschluß der soeben mitgetheilten Beobachtungen wird mir eine Arbeit des Herrn Spurge[1]) über die Reflexion des Lichtes an natürlichen Spaltflächen von isländischem Doppelspath bekannt. Dieselbe hat aber nicht so sehr den Zweck, den Kalkspath in frischem Zustande auf die elliptische Polarisation hin, als vielmehr die Veränderung, welche die Politur hervorbringt, zu untersuchen. Herr Spurge beschränkt sich darauf, dies für einen einzigen Einfallswinkel zu thun, und ich glaube daher, daß die von mir mitgetheilten Beobachtungen in dieser Beziehung eine Vervollständigung bieten, da mindestens für zwei auf verschiedenen Seiten des Haupteinfallswinkels liegende Einfallswinkel zu beobachten ist, wenn man den Einfluß der Politur klar erkennen will.

Ueber die Größe des Einfallswinkels, bei den Herr Spurge beobachtet hat, kann ich keine direkte Angabe finden, muß jedoch aus dem Werthe des Azimuths J der großen Axe der Ellipse, in welcher die Aethertheilchen in der reflectirten Bewegung schwingen, das sich zu 72° ergab, schließen, daß sich der Einfallswinkel ziemlich weit vom Haupteinfallswinkel entfernte. Wenn man aber den Beweis fehlender elliptischer Polarisation erbringen will, so kommt es auf möglichste Annäherung an den Haupteinfallswinkel an.

Außer dem Azimuth J hat Herr Spurge das Axenverhältniß

1) C. Spurge, Proc. Roy. Soc. 42, p. 242, 1887.

$\mathrm{tg}\,\omega$ der Ellipse gemessen. Für kleine Verzögerung Δ besteht die Relation:

$$\mathrm{tg}\,\omega = \tfrac{1}{2}\sin 2J \cdot \Delta.$$

Die Methode empfiehlt sich daher nicht zur genauen Bestimmung von Δ, da in der Nähe des Haupteinfallswinkels, wo J sehr klein wird, Δ als Quotient zweier sehr kleinen Größen auftritt.

Herr Spurge hat constatirt, daß die polirte Fläche sich nicht mit der Zeit änderte. Die frische Fläche ist hierauf nicht geprüft. Es läßt mich dies schließen, daß die Beobachtungen an ihr nicht mit der größten Schnelligkeit nach vorgenommener Spaltung angestellt sind, worauf es sehr oft ankommt. Dies wird dadurch bestätigt, daß, wie ich nach den von Herrn Spurge mitgetheilten Zahlenwerthen nach obiger Formel berechnet habe, infolge der Politur Δ von 0,0180 λ auf 0,0138 λ abnimmt, was nach den vorstehenden Beobachtungen aufs Deutlichste gegen den frischen Zustand der Spaltfläche spricht.

Phys. Inst. zu Göttingen, Juni 1888.

Bestimmung der Elasticitätsconstanten für Flußspath und Pyrit.

Von

W. Voigt.

Formeln für das reguläre System.

Die Elasticitätsconstanten c_{kl} für das reguläre System definiren wir durch folgende Gleichungen, die sich auf die Hauptaxen der Krystallform beziehen:

$$\begin{aligned} -X_x &= c_{11}x_x + c_{12}y_y + c_{12}z_z, \\ -Y_y &= c_{12}x_x + c_{11}y_y + c_{12}z_z, \\ -Z_z &= c_{12}x_x + c_{12}y_y + c_{11}z_z, \\ -Y_z &= c_{44}y_z, \quad -Z_x = c_{44}z_x, \quad -X_y = c_{44}x_y. \end{aligned} \tag{1}$$

Bezeichnet man mit S die Determinante dieser Gleichungen, d. h. setzt

$$2)\quad S = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{vmatrix} = c_{44}^3 \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} \end{vmatrix} = c_{44}^3 \mathfrak{S},$$

worin $\mathfrak{S} = c_{11}^3 + 2c_{12}^3 - 3c_{11}c_{12}^2 = (c_{11} - c_{12})^2 (c_{11} + 2c_{12})$ und nennt weiter S_{hk} den Coefficienten des $h$ten Elementes der $k$ten Reihe in S, so drücken sich die Biegungen und Drillungen von Stäben aus durch die Verhältnisse

$$S_{hk}/S = s_{hk},$$

von denen nur folgende neun von Null verschieden sind.

Es ist:

$$3)\quad \begin{aligned} s_{11} &= s_{22} = s_{33} = (c_{11}^2 - c_{12}^2)/\mathfrak{S} = (c_{11} + c_{12})/(c_{11} - c_{12})(c_{11} + 2c_{12}) \\ s_{23} &= s_{31} = s_{12} = -c_{12}(c_{11} - c_{12})/\mathfrak{S} = -c_{12}/(c_{11} - c_{12})(c_{11} + 2c_{12}) \\ s_{44} &= s_{55} = s_{66} = 1/c_{44}, \end{aligned}$$

und hieraus umgekehrt:

$$4)\quad c_{11} = \frac{s_{11} + s_{12}}{(s_{11} - s_{12})(s_{11} + 2s_{12})}, \quad c_{12} = \frac{-s_{12}}{(s_{11} - s_{12})(s_{11} + 2s_{12})}, \quad c_{44} = 1/s_{44}.$$

Die Biegung eines prismatischen Stabes ist in den früher benutzten Bezeichnungen gegeben durch

$$5)\quad \eta = \frac{E\,PL}{4\,BD^3},$$

worin E der Biegungs- oder Dehnungscoefficient (das Reciproke des sonst mit dem Namen des Elasticitätscoefficienten bezeichneten Biegungs- oder Dehnungs-Widerstandes) gegeben ist durch

$$6)\quad \begin{aligned} E &= s_{11}(\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4) + (s_{44} + 2s_{12})(\beta^2\gamma^2 + \gamma^2\alpha^2 + \alpha^2\beta^2) \\ &= \tfrac{1}{2}(s_{44} + 2s_{12}) + (s_{11} - s_{12} - \tfrac{1}{2}s_{44})(\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4); \end{aligned}$$

hierin bezeichnen α, β, γ die Richtungscosinus der Längsrichtung des Prismas gegen die Krystallaxen.

Specieller ist für die Richtung der Würfelnormale ($\alpha = 1$, $\beta = \gamma = 0$)

$$7)\quad E_w = s_{11},$$

für die Granatoëdernormale ($\alpha = \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\gamma = 0$)

$$7')\quad E_g = \tfrac{1}{4}(2s_{11} + s_{44} + 2s_{12}),$$

für die Octaëdernormale $\left(\alpha = \beta = \gamma = \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

$$E_0 = \tfrac{1}{3}(s_{11} + s_{44} + 2s_{12}), \qquad 7'')$$

woraus folgt:

$$E_w + 3E_0 - 4E_g = 0. \qquad 8)$$

Der Drillungscoefficient T (das Reciproke des Drillungswiderstandes T) für ein Prisma aus einem regulären Krystalle ist gegeben durch

$$\begin{aligned} T &= 4s_{11}(\alpha^2\alpha_1^2 + \beta^2\beta_1^2 + \gamma^2\gamma_1^2) + 2(s_{44} + 4s_{12})(\beta\beta_1\gamma\gamma_1 + \gamma\gamma_1\alpha\alpha_1 + \alpha\alpha_1\beta\beta_1) \\ &\quad + s_{44}(\beta^2\gamma_1^2 + \gamma^2\beta_1^2 + \gamma^2\alpha_1^2 + \alpha^2\gamma_1^2 + \alpha^2\beta_1^2 + \beta^2\alpha_1^2) \qquad 9) \\ &= s_{44} + 2(2s_{11} - s_{12} - s_{44})(\alpha^2\alpha_1^2 + \beta^2\beta_1^2 + \gamma^2\gamma_1^2); \end{aligned}$$

darin bezeichnen $\alpha\ \beta\ \gamma$ die Richtungscosinus der Längsrichtung, $\alpha_1\ \beta_1\ \gamma_1$ diejenigen der größeren Querdimension.

Fallen alle drei Kanten des Prismas in eine Symmetrieaxe des Krystalles, so giebt sich der Drillungswinkel τ durch die Formel:

$$\tau = \frac{3TLN}{BD^3\left(1 - \frac{3}{16}\lambda\frac{D}{B}\sqrt{\frac{T'}{T}}\right)}, \qquad 10)$$

in welcher $L\,B\,D$ die Dimensionen des Prismas, N das Moment um die Längsaxe und λ eine Function von B/D bezeichnet, die für Werthe größer als 3 merklich constant = 3,361 ist; T′ bezeichnet den Werth von T, wenn darin $\alpha_1\,\beta_1\,\gamma_1$ mit $\alpha_2\,\beta_2\,\gamma_2$, d. h. den Richtungscosinus der kleineren Querdimension vertauscht wird.

Fällt die Längsrichtung in die Würfelnormale, so ist

$$T_w = s_{44}, \qquad T'_w = s_{44}, \qquad 11')$$

fällt sie in die Granatoëdernormale, die längere Seitenkante in die Würfelnormale, so ist

$$T_g = s_{44}, \qquad T'_g = 2(s_{11} - s_{12}). \qquad 11'')$$

Die Drillung eines Kreiscylinders aus der Substanz eines regulären Krystalles ist gegeben durch

$$\tau = \frac{T^0 LN}{\pi R^4}, \qquad 12)$$

worin:

$$T^0 = 2s_{44} + 4(2(s_{11} - s_{12}) - s_{44})(\beta^2\gamma^2 + \gamma^2\alpha^2 + \alpha^2\beta^2).$$

Der Factor des trigonometrischen Gliedes ist identisch mit dem im Werthe von E auftretenden.

Durch die s_{hk} bestimmen sich auch die ganzen Deformationen, die bei allseitigem Druck in einem beliebigen Stück eines regulären Krystalles, bei einseitigem Druck in einem cylindrischen Stück auftreten.

Im ersteren Falle ist der Coefficient der lineären Dilatation

$$A = s_{11} + 2s_{12},$$

derjenige der cubischen Dilatation

$$M = 3s_{11} + 6s_{12}; \qquad 13)$$

eine Winkeländerung findet bei allseitig gleichem Drucke nicht statt, das gleiche gilt bei einer gleichförmigen Erwärmung eines regulären Krystalles.

Ist der Coefficient der thermischen lineären Dilatation gleich a, so bestimmt sich aus ihm und A das Maaß der thermischen Abstoßung q nach der Formel

$$\begin{aligned} a &= qA = q(s_{11} + 2s_{12}) \\ \text{oder nach (4)} \quad q &= a(c_{11} + 2c_{12}). \end{aligned} \qquad 14)$$

Die im Folgenden mitgetheilten Beobachtungen sind nach denselben Principien und mit denselben Apparaten und Vorsichtsmaßregeln angestellt wie die früher veröffentlichten[1]); auch die Form der Tabellen und die in ihnen benutzte Bezeichnung ist dieselbe geblieben, sie werden daher nicht von Neuem zu erklären sein. Auch diesmal bin ich Herrn Dr. Drude und Pockels für die Hülfe, die sie mir bei den Biegungs- und besonders bei den Dimensionsbeobachtungen geleistet haben, zu großem Danke verpflichtet.

Flussspath.

Beobachtungen über die Elasticitätsconstanten des Flußspathes habe ich vor mehreren Jahren angestellt und mitgetheilt[2]), indessen schon seit einiger Zeit mich um passendes Material zur Wiederholung der Untersuchung bemüht. Das damals benutzte war nicht vollständig sprungfrei, sondern, wie bei dieser Substanz häufig, von sehr geringen Störungen durchsetzt, denen ich zunächst nur geringen Einfluß auf die numerischen Resultate zuschrieb, wenn ich sie auch als Ursache des außerordentlich großen Verlustes durch Bruch ansah. Bei den über andere Substanzen, Beryll, Topas, Baryt, angestellten Untersuchungen gab sich nun die Gelegen-

1) W. Voigt, Gött. Nachr. No. 19, p. 561, 1887.
2) W. Voigt, Berl. Ber. XLII, p. 989, 1884.

heit, den außerordentlichen Einfluß selbst kleiner Störungen und Sprünge zu untersuchen. Beim Beryll habe ich bemerkt, wie ein kurzer Sprung, der von der Seite in das Stäbchen hineinging, den Elasticitätscoefficienten E um ca. 5 % verkleinerte, sodaß dies Stäbchen den Werth 21,800000 gab, während das Mittel der übrigen, unter einander nur um ca. 1 % abweichenden 23,100000 betrug. Eben so zeigten diejenigen Stäbchen, welche bei der Torsion ungewöhnlich früh zerbrachen, einen um den gleichen Betrag abweichenden Coefficienten nämlich 8400000 und 8280000 statt 8830000. Aehnliches zeigten die Beobachtungen am Topas und Baryt.

Ich mußte also je mehr und mehr zu der Ueberzeugung gelangen, daß die früher von mir erhaltenen Coefficienten für Flußspath in Folge des nicht ganz vollkommenen Materiales wohl um ähnliche Beträge falsch sein möchten und demgemäß die Wiederholung mit möglichst unzweifelhaften Material ins Auge fassen. Dergleichen erhielt ich vor Kurzem durch die Güte meines verehrten Collegen V. Meyer und theile nunmehr die hiermit erhaltenen Werthe mit. Die Abweichungen der neuen Constanten von den alten betragen im Mittel etwa 5 %, sind also ganz von der Ordnung der an verschiedenen Stücken desselben Materials erhaltenen; sie liefern einen neuen Beweis dafür, daß bei einigermaßen gestörtem Material die Arbeit zur Constantenbestimmung fast völlig verloren ist.

Das zu den Beobachtungen benutzte Spaltungsstück Flußspath vom Brienzer See war vollkommen weiß, während das frühere in dicken Schichten grünlich erschien, und anscheinend von tadelloser Reinheit; es gestattete Stäbchen parallel der Würfel- und Granatoëdernormale bis zur Länge von nahe 60 mm herzustellen, demgemäß konnte ihre Dicke auf ca. 1 mm festgesetzt werden, um die Unsicherheiten der Dimensionenbestimmung möglichst zu vermindern. Die Anfertigung ist von Dr. Steeg und Reuter in Homburg v. d. H. in vorzüglicher Weise durchgeführt, die Politur ist tadellos und ich glaube, daß die mit diesem Material erhaltenen Werthe als sehr nahezu richtig angesehen werden dürfen.

Dimensionen.

W. No. 1. $D = 900 + \delta$

$\delta =$	47,8	53,7	57,2	60,5	62,3	60,6	57,7
	45,6	51,8	55,7	58,6	59,4	58,0	55,0
	45,6	51,2	55,5	58,8	59,6	57,9	54,4
	43,0	48,9	52,8	55,7	56,6	55,5	52,6
Mittel	45,5	51,4	55,3	58,4	59,5	58,0	54,9
ber.	45,1	51,4	55,8	58,4	59,2	58,2	56,3

$\delta_0 = 58{,}4, \quad \delta_1 = 1{,}7, \quad \delta_2 = -0{,}91.$

$B = 5900 + \beta$

$\beta =$	75	110	102	87	48
	77	101	104	89	47
Mittel	76	105	103	88	48

W. No. 2. $D = 900 + \delta$ $B = 5900 + \beta$

$\delta =$	56,8	60,4	62,4	63,7	63,7	63,2	59,8
	54,8	58,2	60,0	61,2	61,6	60,1	58,1
	55,9	58,9	60,0	61,0	61,5	59,7	55,6
	53,5	56,1	58,4	59,7	59,8	58,7	54,6
Mittel	55,2	58,4	60,2	61,4	61,6	60,4	57,0
ber.	55,1	58,3	60,5	61,5	61,3	60,1	57,7

$\beta =$	59	89	99	94	63
	57	99	99	94	59
Mittel	58	94	99	94	61

$\delta_0 = 61{,}5,\ \delta_1 = 0{,}43,\ \delta_2 = -0{,}57.$

W. No. 3. $D = 900 + \delta$ $B = 5900 + \beta$

$\delta =$	51,6	55,7	58,3	60,1	61,2	59,6	55,5
	50,9	54,5	58,0	59,4	59,8	59,2	54,3
	51,5	55,1	58,1	59,8	60,2	59,0	56,0
	49,7	54,0	57.4	59,2	59,4	58,6	55,4
Mittel	50,9	54.8	58,0	59,6	60,1	59,1	55,3
ber.	50,6	55,1	58,1	59,7	59,9	58,7	56,0

$\beta =$	71	103	105	89	55
	74	99	102	89	53
	72	101	103	89	54

$\delta_0 = 59{,}7,\ \delta_1 = 0{,}90,\ \delta_2 = -0{,}71.$

W. No. 4. $D = 900 + \delta$ $B = 5900 + \beta$

$\delta =$	45,7	48,2	52,1	54,6	55,7	54,2	50,3
	49,6	54,2	57,2	59,3	60,4	60,2	55,0
	50,3	54,2	57,3	59,9	61,0	60,2	56,3
	55,3	59,4	62,8	65,2	66,0	65,0	61,0
Mittel	50,2	54,0	57,3	59,8	60,8	59,9	55,7
ber.	49,7	54,3	57,8	59,8	60,2	59,3	56,7

$\beta =$	59	93	99	85	68
	61	92	97	88	62
Mittel	60	92	98	86	65

$\delta_0 = 59{,}8,\ \delta_1 = 1{,}24,\ \delta_2 = -0{,}75.$

W. No. 5. $D = 900 + \delta$ $B = 5900 + \beta$

$\delta =$	54,2	59,4	60,6	62,0	62,4	62,5	61,9
	52,6	56,6	58,1	59,1	59,3	59,0	58,8
	51,9	55,5	57,7	58,7	59,1	59,9	58,4
	49,3	52,9	54,6	55,4	55.8	55,5	55,5
Mittel	51,9	56,1	57,8	58,8	59,2	59,2	58,7
ber.	52,8	55,5	57,6	58,9	59,4	59,3	58,4

$\beta =$	66	83	87	80	61
	64	81	88	90	67
Mittel	65	82	87	85	64

$\delta_0 = 58{,}9,\ \delta_1 = 0{,}94,\ \delta_2 = -0{,}37.$

W. No. 6. $D = 900 + \delta$ $B = 5900 + \beta$

$\delta =$	61,5	63,0	64,7	65,9	66,2	64,8	61,6
	59,8	61,4	63,2	64,2	64,5	62,7	59,7
	60,5	62,0	63,4	64,7	64,8	63,3	60,2
	59,1	60,1	61,3	62,8	62,7	61,4	58,7
Mittel	60,2	61,6	63,2	64,4	64,5	63,0	60,1
ber.	59,5	62,2	63,9	64,4	64,3	63,0	60,9

$\beta =$	55	75	78	72	54
	57	73	79	73	54
Mittel	56	74	78	73	54

$\delta_0 = 64{,}4,\ \delta_1 = 0{,}22,\ \delta_2 = -0{,}49.$

G. No. 1. $D = 900 + \delta$ $B = 5900 + \beta$

$\delta =$	45,0	49,6	53,4	55,9	57,2	56,1	54,0
	48,0	52,3	56,3	58,5	59,5	58,7	55,6
	48,0	52,8	57,0	58,9	59,7	59,2	55,6
	50,6	55,3	59,0	61,5	62,2	61,4	58,7
Mittel	47,9	52,5	56,4	58,7	59,4	58,8	56,0
ber.	47,5	52,8	56,4	58,7	59,4	58,6	56,3

$\beta =$	64	92	92	76	28
	62	92	94	74	33
Mittel	63	92	93	75	31

$\delta_0 = 58{,}7,\ \delta_1 = 1{,}45,\ \delta_2 = -0{,}75.$

G. No. 2. $D = 900 + \delta$ $B = 5900 + \beta$

$\delta =$	45,3	51,3	54,7	56,6	57,6	57,5	56,5	$\beta =$	91	112	114	94	56
	48,2	53,3	56,2	59,1	59,5	59,5	58,7		84	110	112	96	61
	47,4	53,2	56,8	59,3	59,8	59,5	58,4	Mittel	88	111	113	95	58
	49,5	54,9	58,7	60,8	61,7	61,7	60,5						
Mittel	47,4	53,2	56,6	59,0	59,6	59,5	58,5						
ber.	47,9	52,9	56,5	58,9	59,9	59,7	58,1						

$\delta_0 = 58{,}9,\ \delta_1 = 1{,}70,\ \delta_2 = -0{,}66.$

G. No. 3. $D = 900 + \delta$ $B = 5900 + \beta$

$\delta =$	48,3	53,1	57,7	58,6	58,9	58,1	56,7	$\beta =$	85	109	109	91	49
	51,1	55,5	58,6	60,8	61,5	61,7	59,6		89	112	111	93	50
	52,4	56,6	59,8	61,7	61,6	61,3	60,0	Mittel	87	111	110	92	49
	52,9	57,6	62,2	63,8	64,2	64,1	62,6						
Mittel	51,2	55,7	59,6	61,2	61,6	61,3	59,7						
ber.	51,3	55,9	59,2	61,2	61,8	61,3	59,3						

$\delta_0 = 61{,}2,\ \delta_1 = 1{,}34,\ \delta_2 = -0{,}65.$

G. No. 4. $D = 900 + \delta$ $B = 5900 + \beta$

$\delta =$	45,2	49,9	54,2	56,9	58,9	58,8	58,1	$\beta =$	69	97	97	80	34
	47,9	53,3	57,0	59,3	60,4	60,7	61,1		80	103	98	79	38
	47,3	53,1	57,1	59,7	60,9	61,2	61,5		74	100	98	79	36
	50,0	55,6	59,4	61,9	63,3	65,0	63,6						
Mittel	47,6	53,0	56,9	59,4	60,9	61,4	61,1						
ber.	48,2	53,0	56,7	59,4	61,1	61,6	61,2						

$\delta_0 = 59{,}4,\ \delta_1 = 2{,}16,\ \delta_2 = -0{,}52.$

G. No. 5. $D = 900 + \delta$ $B = 5900 + \beta$

$\delta =$	53,3	54,4	54,1	53,8	52,8	49,4	43,4	$\beta =$	61	103	118	112	100
	56,4	57,1	57,6	57,1	55,7	52,5	49,0		56	105	115	115	91
	56,8	57,7	57,6	57,1	55,2	53,0	48,5	Mittel	58	104	116	114	96
	60,2	61,0	61,8	61,0	59,6	56,3	51,0						
Mittel	56,7	57,5	57,8	57,2	55,8	52,8	48,0						
ber.	56,3	57,7	58,1	57,3	55,5	52,5	48,5						

$\delta_0 = 57{,}3,\ \delta_1 = 1{,}3,\ \delta_2 = -0{,}54.$

G. No. 6. $D = 900 + \delta$ $B = 5900 + \beta$

$\delta =$	55,0	56,0	56,7	57,0	57,5	56,7	53.8	$\beta =$	54	79	78	61	19
	56,5	58,5	59,1	59,5	59,6	58,6	55,2		54	77	79	63	19
	56,4	58,8	59,3	59,3	59,6	59,2	56,3	Mittel	54	78	78	62	19
	57,9	59,7	60,5	61,0	61,8	60,8	57,4						
Mittel	56,5	58,2	58,9	59,2	59,6	58,8	55,7						
ber.	56,4	58,1	59,1	59,4	59,1	58,2	56,7						

$\delta_0 = 59{,}4,\ \delta_1 = 0{,}04,\ \delta_2 = -0{,}32.$

G. No. 7. $D = 900 + \delta$ $B = 5900 + \beta$

$\delta =$	47,1	48,8	50,3	50,6	49,8	46,7	41,4	$\beta =$	46	79	98	102	88
	53,0	55,0	56,3	56,8	56,5	53,2	47,7		46	82	99	102	88
	53,5	55,0	56,7	57,1	56,0	52,8	47,1	Mittel	46	81	98	102	88
	60,9	62,6	63,1	64,1	63,0	59,9	54,5						
Mittel	53,6	55,3	56,6	57,2	56,3	53,1	47,7						
ber.	52,7	55,7	57,2	57,2	55,8	52,9	48,5						

$\delta_0 = 57{,}2,\ \delta_1 = 0{,}70,\ \delta_2 = -0{,}73.$

Biegungen.

W. No. 1. $L = 58{,}2$ $B = 5990$, $D = 957{,}6$.

$P = 40$, 1. Lage, $\eta =$ 85,1 85,1 84,9

2. Lage, $\eta =$ 84,2 84,2 84,2

$\eta_{40} = 84{,}7$, $\eta'_{40} = 1{,}0$ [1]), $E = 1470000$.

$P = 80$, 1. Lage, $\eta =$ 169,2 168,9 168,7

2. Lage, $\eta =$ 169,0 168,7 168,7

$\eta_{80} = 169{,}0$, $\eta'_{80} = 1{,}7$, $E = 1471\,0000$.

W. No. 2. $L = 56{,}2$, $B = 5987$, $D = 961{,}5$.

$P = 40$, 1. Lage, $\eta =$ 75,8 75,8 75,7

2. Lage, $\eta =$ 75,0 75,0 74,9

$\eta_{40} = 75{,}4$, $\eta'_{40} = 1{,}0$, $E = 1472\,0000$.

$P = 80$, 1. Lage, $\eta =$ 150,5 150,3 150,0

2. Lage, $\eta =$ 149,9 149,8 149,7

$\eta_{80} = 150{,}1$, $\eta'_{80} = 1{,}7$, $E = 1476\,0000$.

W. No. 3. $L = 56{,}2$, $B = 5989$, $D = 959{,}1$.

$P = 40$, 1. Lage, $\eta =$ 75,8 76,0 75,9

2. Lage, $\eta =$ 75,5 75,5 75,5

$\eta_{40} = 75{,}7$, $\eta'_{40} = 1{,}0$, $E = 1477\,0000$.

$P = 80$, 1. Lage, $\eta =$ 151,1 150,9 151,0

2. Lage, $\eta =$ 150,6 150,5 150,6

$\eta_{80} = 150{,}8$, $\eta'_{80} = 1{,}7$, $E = 1480\,0000$.

W. No. 4. $L = 54{,}2$, $B = 5985$, $D = 959{,}1$.

$P = 40$, 1. Lage, $\eta =$ 67,8 67,9 68,2

2. Lage, $\eta =$ 68,1 68,2 68,0

$\eta_{40} = 68{,}0$, $\eta'_{40} = 1{,}0$, $E = 1477\,0000$.

$P = 80$, 1. Lage, $\eta =$ 136,0 135,7 136,1

2. Lage, $\eta =$ 136,0 136,1 135,9

$\eta_{80} = 136{,}0$, $\eta'_{80} = 1{,}7$, $E = 1474\,0000$.

W. No. 5. $L = 44{,}2$, $B = 5990$, $D = 958{,}6$.

$P = 80$, 1. Lage, $\eta =$ 75,4 75,3 75,3

2. Lage, $\eta =$ 74,9 74,9 74,7

$\eta_{80} = 75{,}1$, $\eta' = 2{,}2$, $E = 1483\,0000$.

W. No. 6. $L = 40{,}2$, $B = 5970$, $D = 964{,}0$.

$P = 80$, 1. Lage, $\eta =$ 56,3 56,3 56,2

2. Lage, $\eta =$ 55,9 55,9 56,0

$\eta_{80} = 56{,}1$, $\eta' = 2{,}2$, $E = 1466\,0000$.

Gesammtmittel [2]) $E_w = 1473\,0000$, $E_w = 6{,}789 \cdot 10^{-6}$

wahrscheinlicher Fehler $\pm$ 11000, $\pm$ 0,005.

G. No. 1. $L = 52{,}2$, $B = 5977$, $D = 958{,}0$

$P = 40$, 1. Lage, $\eta =$ 89,1 88,9 89,0

2. Lage, $\eta =$ 89,0 89,0 88,9

$\eta_{40} = 89{,}0$, $\eta'_{40} = 1{,}2$, $E = 1011\,0000$.

---

1) Die Eindrückung der Lagerschneiden ist nur an einigen Stäbchen bestimmt, da die Biegungen meist ansehnliche Größe besitzen.

2) Früher gefunden 1394000.

$P = 80$, 1. Lage, $\eta = 177{,}5 \quad 177{,}5 \quad 177{,}5$
2. Lage, $\eta = 177{,}6 \quad 177{,}7 \quad 177{,}6$
$\eta_{80} = 177{,}6$, $\eta'_{80} = 1{,}7$, $E = 10120000$.

G. No. 2. $L = 52{,}2$, $B = 5998$, $D = 958{,}3$
$P = 40$, 1. Lage, $\eta = 88{,}5 \quad 88{,}4 \quad 88{,}4$
2. Lage, $\eta = 88{,}6 \quad 88{,}7 \quad 88{,}6$
$\eta_{40} = 88{,}5$, $\eta'_{40} = 1{,}2$, $E = 10120000$.
$P = 80$, 1. Lage, $\eta = 176{,}9 \quad 177{,}2 \quad 177{,}2$
2. Lage, $\eta = 176{,}9 \quad 177{,}0 \quad 177{,}1$
$\eta_{80} = 177{,}1$, $\eta'_{80} = 1{,}7$, $E = 10100000$.

G. No. 3. $L = 52{,}2$, $B = 5995$, $D = 960{,}5$
$P = 40$, 1. Lage, $\eta = 88{,}9 \quad 88{,}6 \quad 88{,}7$
2. Lage, $\eta = 88{,}5 \quad 88{,}3 \quad 88{,}4$
$\eta_{40} = 88{,}6$, $\eta'_{40} = 1{,}2$, $E = 10050000$.
$P = 80$, 1. Lage, $\eta = 176{,}7 \quad 177{,}1 \quad 177{,}1$
2. Lage, $\eta = 176{,}4 \quad 176{,}4 \quad 176{,}5$
$\eta_{80} = 176{,}7$, $\eta'_{80} = 1{,}7$, $E = 10060000$.

G. No. 4. $L = 52{,}2$. $B = 5985$, $D = 958{,}9$
$P = 40$, 1. Lage, $\eta = 89{,}0 \quad 89{,}0 \quad 89{,}2$
2. Lage, $\eta = 89{,}1 \quad 89{,}0 \quad 89{,}1$
$\eta_{40} = 89{,}1$, $\eta'_{40} = 1{,}2$, $E = 10060000$.
$P = 80$, 1. Lage, $\eta = 178{,}0 \quad 177{,}9 \quad 177{,}7$
2. Lage, $\eta = 177{,}5 \quad 177{,}4 \quad 177{,}3$
$\eta_{80} = 177{,}6$, $\eta'_{80} = 1{,}7$, $E = 10080000$.

G. No. 5. $L = 52{,}2$, $B = 6003$, $D = 956{,}8$
$P = 40$, 1. Lage, $\eta = 88{,}9 \quad 89{,}0 \quad 89{,}0$
2. Lage, $\eta = 89{,}8 \quad 89{,}9 \quad 89{,}8$
$\eta_{40} = 89{,}4$, $\eta'_{40} = 1{,}2$, $E = 10060000$.
$P = 80$, 1. Lage, $\eta = 177{,}9 \quad 178{,}2 \quad 178{,}0$
2. Lage, $\eta = 179{,}1 \quad 178{,}7 \quad 178{,}5$
$\eta_{80} = 178{,}4$, $\eta'_{80} = 1{,}7$, $E = 10070000$.

G. No. 6. $L = 54{,}2$, $B = 5964$, $D = 959{,}1$
$P = 40$, 1. Lage, $\eta = 99{,}6 \quad 99{,}8 \quad 99{,}7$
2. Lage, $\eta = 99{,}9 \quad 99{,}9 \quad 99{,}9$
$\eta_{40} = 99{,}8$, $\eta'_{40} = 1{,}2$, $E = 10070000$.
$P = 80$, 1. Lage, $\eta = 199{,}1 \quad 199{,}3 \quad 199{,}1$
2. Lage, $\eta = 199{,}2 \quad 198{,}9 \quad 199{,}3$
$\eta_{80} = 199{,}1$, $\eta'_{80} = 1{,}7$, $E = 10080000$.

G. No. 7. $L = 46{,}2$, $B = 5987$, $D = 956{,}5$
$P = 40$, 1. Lage, $\eta = 62{,}4 \quad 62{,}3 \quad 62{,}0$
2. Lage, $\eta = 62{,}9 \quad 62{,}7 \quad 62{,}9$
$\eta_{40} = 62{,}5$, $\eta'_{40} = 1{,}2$, $E = 10060000$.
$P = 80$, 1. Lage, $\eta = 124{,}1 \quad 124{,}3 \quad 124{,}2$
2. Lage, $\eta = 124{,}7 \quad 124{,}6 \quad 124{,}5$
$\eta_{80} = 124{,}4$, $\eta'_{80} = 1{,}7$, $E = 10080000$.

Gesammtmittel[1]) $E_w = 10080000$, $E_w = 9{,}921 . 10^{-8}$
wahrscheinlicher Fehler $\pm$ 4000, $\pm$ 0,004.

1) Früher gefunden 9527000.

Drillungen.

W. No. 1. $L = 47{,}38$, $B = 5994$, $D = 956{,}8$,

lR.	$G + 100$,	$\sigma =$	351,8	351,6	351,8	351,6,	$\rho = 6{,}0$
	$G + 50$,	$\sigma =$	191,3	191,2	191,2	191,2,	$\rho = 5{,}4$
	G ,	$\sigma =$	30,4	30,2	30,1	30,3,	$\rho = 4{,}7$
rR.	$G + 100$,	$\sigma =$	352,0	352,0	352,2	352,0,	$\rho = 4{,}5$
	$G + 50$,	$\sigma =$	191,6	191,7	191,7	191,7,	$\rho = 3{,}4$
	G ,	$\sigma =$	30,6	30,6	30,5	30,7,	$\rho = 3{,}6$

$\sigma_{100} = 321{,}4$, $\delta T = -9000$ [1]), $T = 3444000$.

W. No. 2. $L = 44{,}00$, $B = 5990$, $D = 960{,}5$,

rR.	$G + 100$,	$\sigma =$	320,3	320,1	320,7	320,5,	$\rho = 8{,}0$
	$G + 50$,	$\sigma =$	173,3	173,3	173,1	173,2,	$\rho = 8{,}4$
	G ,	$\sigma =$	25,6	25,1	25,2	25,1,	$\rho = 9{,}2$
lR.	$G + 100$,	$\sigma =$	321,6	321,5	321,6	321,9,	$\rho = 9{,}3$
	$G + 50$,	$\sigma =$	174,0	174,5	174,3	174,2,	$\rho = 7{,}4$
	G ,	$\sigma =$	26,1	25,8	25,6	25,9,	$\rho = 8{,}0$

$\sigma_{100} = 295{,}6$, $\delta T = -9000$, $T = 3439000$.

$L = 36{,}65$

rR.	$G + 100$,	$\sigma =$	268,0	268,4	268,3	268,2,	$\rho = 4{,}2$
	$G + 50$,	$\sigma =$	145,4	145,5	145,5	145,6,	$\rho = 3{,}7$
	G ,	$\sigma =$	23,0	22,9	22,9	23,0,	$\rho = 3{,}0$
lR.	$G + 100$,	$\sigma =$	270,0	269,6	269,7	269,6,	$\rho = 2{,}0$
	$G + 50$,	$\sigma =$	146,7	146,5	146,3	146,3,	$\rho = 1{,}5$
	G ,	$\sigma =$	23,9	23,9	23,8	23,9,	$\rho = 1{,}0$

$\sigma_{100} = 245{,}6$, $\delta T = 0$, $T = 3460000$.

W. No. 3. $L = 46{,}69$, $B = 5993$, $D = 958{,}5$,

lR.	$G + 100$,	$\sigma =$	342,8	342,9	342,8	343,2,	$\rho = 9{,}0$
	$G + 50$,	$\sigma =$	185,4	185,7	185,6	185,5,	$\rho = 8{,}0$
	G ,	$\sigma =$	27,7	28,0	27,9	27,5,	$\rho = 8{,}2$
rR.	$G + 100$,	$\sigma =$	343,8	344,1	344,4	344,3,	$\rho = 3{,}6$
	$G + 50$,	$\sigma =$	187,5	187,5	187,1	187,2,	$\rho = 3{,}4$
	G ,	$\sigma =$	29,7	29,9	29,8	29,8,	$\rho = 2{,}5$

$\sigma_{100} = 314{,}8$, $\delta T = -9000$, $T = 3444000$.

W. No. 4. $L = 30{,}07$, $B = 5988$, $D = 958{,}7$,

rR.	$G + 100$,	$\sigma =$	221,0	220,5	220,7	220,7,	$\rho = 2{,}2$
	$G + 50$,	$\sigma =$	120,0	119,9	119,8	119,8,	$\rho = 1{,}7$
	G ,	$\sigma =$	19,0	19,0	19,1	18,7,	$\rho = 1{,}4$
lR.	$G + 100$,	$\sigma =$	221,3	221,1	221,0	221,0,	$\rho = 5{,}7$
	$G + 50$,	$\sigma =$	120,1	119,7	119,8	120,0,	$\rho = 5{,}0$
	G ,	$\sigma =$	18,7	18,4	18,5	18,5,	$\rho = 4{,}9$

$\sigma_{100} = 202{,}2$, $\delta T = -13000$, $T = 3453000$.

---

1) Einfluß der Stanniolbeläge der Stäbchen.

W. No. 5. $L = 33{,}91$, $B = 5982$, $D = 958{,}1$,

lR.	$G + 100$,	$\sigma =$	250,6	250,9	250,8	251,0, $\rho = 5{,}4$
	$G + 50$,	$\sigma =$	136,0	136,2	136,1	135,9, $\rho = 5{,}0$
	G ,	$\sigma =$	20,6	20,6	20,4	20,7. $\rho = 5{,}0$
rR.	$G + 100$,	$\sigma =$	250,3	250,2	250,0	250,4, $\rho = 5{,}4$
	$G + 50$,	$\sigma =$	136,1	136,0	135,9	136,1, $\rho = 4{,}8$
	G ,	$\sigma =$	20,8	20,9	20,8	20,8, $\rho = 5{,}0$

$\sigma_{100} = 229{,}8$, $\delta T = -12000$, $T = 3434000$.

W. No. 6. $L = 28{,}70$, $B = 5972$, $D = 963{,}6$,

rR.	$G + 100$,	$\sigma =$	208,3	208,6	208,7	208,6, $\rho = 3{,}0$
	$G + 50$,	$\sigma =$	113,3	113,5	113,3	113,3, $\rho = 2{,}5$
	G ,	$\sigma =$	18,0	17,9	17,9	17,7, $\rho = 2{,}0$
lR.	$G + 100$,	$\sigma =$	209,6	209,5	209,3	209,5, $\rho = 2{,}8$
	$G + 50$,	$\sigma =$	113,9	113,8	113,8	113,9, $\rho = 2{,}4$
	G ,	$\sigma =$	18,2	18,0	18,1	18,0, $\rho = 2{,}2$

$\sigma_{100} = 191{,}1$, $\delta T = -13000$, $T = 3446000$.

Gesammtmittel [1]) $T_w = 3446000$, $T_w = 29{,}02 . 10^{-6}$

wahrscheinlicher Fehler ± 2200, $\pm 0{,}019$.

Resultate.

Aus dem System gefundener Werthe

$$E_w = (6{,}789 \pm 0{,}005)\,10^{-6}, \qquad E_g = (9{,}921 \pm 0{,}004)\,10^{-6},$$
$$T_w = (29{,}02 \pm 0{,}019)\,10^{-6},$$

folgt nach (7) sogleich das System der s_{kk}, nämlich

$$s_{11} = (6{,}789 \pm 0{,}005)\,10^{-6}, \qquad s_{44} = (29{,}02 \pm 0{,}019)\,10^{-6},$$
$$s_{12} = -(1{,}46 \pm 0{,}015)\,10^{-6}.$$

Hieraus bestimmt sich gemäß (6) das Gesetz für den allgemeinen Dehnungscoefficienten:

$$E = [13{,}05 - 6{,}26\,(\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4)]\,10^{-6};$$

speciell auch der größte Werth desselben parallel der Octaëdernormale

$$E_o = 10{,}96 . 10^{-6}.$$

Ferner stellt sich der Werth des Drillungscoefficienten für einen Kreiscylinder nach (12) so dar:

$$T^0 = [58{,}04 - 50{,}08\,(\beta^2\gamma^2 + \gamma^2\alpha^2 + \alpha^2\beta^2)]\,10^{-6},$$

und folgen demgemäß die speciellen Werthe:

$$T^0_w = 58{,}04 . 10^{-6}, \qquad T^0_g = 45{,}52 . 10^{-6}, \qquad T^0_o = 41{,}35 . 10^{-6}.$$

Der Coefficient der cubischen Compression bei allseitigem Druck findet sich aus (13)

$$M = 11{,}61 . 10^{-6}.$$

Der Coefficient des thermischen Druckes findet sich, da nach

1) Früher gefunden 338000; die Abweichung der Constante T ist geringer als die der E.

Beobachtungen von Pfaff[1]) für Flußspath $a = 0{,}0000195$ ist, nach (14)

$$q = 505.$$

Endlich erhält man noch die Werthe der Elasticitätsconstanten selbst nach (4) wie folgt:

$$c_{11} = 16700000, \qquad c_{44} = 3450000,$$
$$c_{12} = 4570000.$$

Wie schon früher ähnlich gefunden, ist die Poisson'sche Relation $c_{12} = c_{44}$ für Flußspath nicht erfüllt, — das Material muß also stark polar wirkende Moleküle besitzen.

Pyrit.

Wegen seiner parallelflächigen Hemiëdrie schien mir die Bestimmung der Elasticitätsconstanten für Pyrit ein besonderes Interesse zu haben und ich bin demgemäß lange Zeit um für die Beobachtung geeignetes Material bemüht gewesen. Indessen Alles, was ich von äußerlich tadellosen Krystallen durch die Güte der Herren Spezia in Turin, Achiardi in Pisa, Sella in Biella erhielt, erwies sich als im Innern zu sehr durch Sprünge gestört, als daß eine Verwendung möglich gewesen wäre. Einzig ein kleines Stück aus Cornwallis, das ich der Freundlichkeit Herrn Hirschwalds in Charlottenburg verdanke, gestattete die Herstellung einiger weniger ziemlich reiner Stäbchen, zwar nicht ausreichend, um, wie ich beabsichtigt hatte, die Folgerungen der Theorie für diese hemiëdrischen Formen zu prüfen, aber doch geeignet, ungefähre Werthe der Constanten zu liefern. Von bedeutender Genauigkeit konnte nicht die Rede sein, denn nur ein Stäbchen (W. No. 1) zeigte anscheinend ganz tadellose Structur, die andern waren gewissermaßen schlierig, vielleicht durch Einschlüsse von Brauneisen, welches den Ueberzug des Krystalles bildete. Stäbchen mit einigermaßen auffallenden Defecten gaben bei der Beobachtung sogleich um 15 % kleinere Widerstände und konnten daher zur Constantenbestimmung nicht benutzt werden.

Dimensionen.

W. No. 1.

	$D = 780 + \delta$					$B = 4400 + \beta$				
$\delta =$	5,5	6,9	9,1	12,3	17,0	$\beta =$ 18	56	87	106	124
	6,2	7,6	10,1	13,1	17,0	22	58	88	108	120
	5,5	7,7	10,0	13,2	16,9	Mittel 20	57	88	107	122
	7,4	7,9	10,7	14,1	17,9					
Mittel	6,2	7,5	10,0	13,2	17,2					
ber.	6,1	7,6	10,0	13,2	17,6					

$\delta_0 = 10{,}0$, $\delta_1 = 2{,}8$, $\delta_2 = 0{,}42$.

1) F. Pfaff, Pogg. Anm. CIV, p. 171, 1858.

W. No. 2.

$D = 789 + \delta$

$\delta =$	8,4	11,0	12,3	14,1	16,0
	9,7	11,2	12,7	14,5	16,8
	9,8	11,6	13,0	14,6	16,9
	11,5	12,8	14,0	15,1	17,2
Mittel	9,6	11,6	13,0	14,6	16,7
ber.	9,8	11,3	13,0	14,7	16,6

$\delta_0 = 13{,}0,\ \delta_1 = 1{,}7,\ \delta_2 = 0{,}04.$

$B = 4400 + \beta$

$\beta =$	39	65	105	112	129
	37	75	95	114	125
Mittel	38	70	100	113	127

G. No. 1.

$D = 780 + \delta$

$\delta =$	2,2	4,2	6,1	7,6	8,1	8,0	7,3
	2,0	4,4	6,3	7,3	7,8	8,4	7,4
	2,9	5,9	6,8	7,2	7,8	7,4	8,3
	3,8	7,1	7,4	8,1	8,6	8,1	8,3
Mittel	2,7	5,4	6,7	7,6	8,1	8,0	7,8
ber.	3,0	5,1	6,5	7,6	8,1	8,1	7,6

$\delta_0 = 7{,}6,\ \delta_1 = 0{,}76,\ \delta_2 = -0{,}25.$

$B = 4600 + \beta$

$\beta =$	20	19	27	35	45	48	49
	10	21	27	35	43	48	50
Mittel	15	20	27	35	44	48	49

W. No. 2.

$D = 780 + \delta$

$\delta =$	8,0	9,3	10,3	11,1	11,1	10,7	9,7
	8,9	10,0	10,7	10,7	10,9	10,5	9,1
	10,1	9,2	9,8	10,2	10,5	10,4	10,5
	8,0	7,6	8,8	9,5	9,8	9,8	8,9
Mittel	8,8	9.0	9,9	10,4	10,6	10,4	9,6
ber.	8,4	9,3	10,1	10,4	10,5	10,3	9,8

$\delta_0 = 10{,}4,\ \delta_1 = 0{,}24,\ \delta_2 = -0{,}14.$

$B = 4600 + \beta$

$\beta =$	0	12	18	25	35	42
	0	11	17	25	37	40
Mittel	0	12	17	25	36	41

Biegungen.

W. No. 1. $L = 30{,}2,\ B = 4481,\ D = 790{,}2,\ P = 100,$

1. Lage, $\eta = 30{,}1\quad 30{,}0\quad 29{,}9$
2. Lage, $\eta = 30{,}2\quad 30{,}0\quad 30{,}2$

$\eta_{100} = 30{,}1,\ \eta' = 1{,}3,\qquad E = 35500000.$

W. No. 2. $L = 30{,}2,\ B = 4491,\ D = 793{,}0,\ P = 100,$

1. Lage, $\eta = 30{,}0\quad 30{,}2\quad 30{,}3$
2. Lage, $\eta = 30{,}2\quad 30{,}2\quad 30{,}1$

$\eta_{100} = 30{,}1,\ \eta' = 1{,}3,\qquad E = 35100000.$

Mittel $E_w = 35300000,\ E_w = 2{,}832 \cdot 10^{-8}.$

G. No. 1. $L = 36{,}2,\ B = 4634,\ D = 787{,}4,\ P = 80,$

1. Lage, $\eta = 57{,}2\quad 57{,}0\quad 56{,}9$
2. Lage, $\eta = 56{,}9\quad 56{,}9\quad 56{,}6$

$\eta_{80} = 56{,}9,\ \eta' = 1{,}1,\qquad E = 25250000.$

G. No. 2. $L = 30{,}2,\ B = 4622,\ D = 790{,}3,\ P = 100,$

1. Lage, $\eta = 40{,}3\quad 40{,}5\quad 40{,}5$
2. Lage, $\eta = 40{,}2\quad 40{,}3\quad 40{,}3$

$\eta_{100} = 40{,}4,\ \eta' = 1{,}3\qquad E = 25340000.$

Mittel $E_y = 2530000,\ E_y = 3{,}954 \cdot 10^{-8}.$

Der enorm große Werth der Dehnungswiderstände ist sehr

überraschend; E_w übertrifft sogar den größten bisher erhaltenen Werth für Topas (Maximalwerth 32450000) nicht unerheblich.

Drillungen.

W. No. 1. $L = 23{,}66$, $B = 4481$, $D = 790{,}3$,

lR.	$G + 50$,	$\sigma = 73{,}2$	73,3	73,7	73,7,	$\rho = 1{,}0$
	$G + 25$,	$\sigma = 42{,}2$	42,3	42,4	42,4,	$\rho = 1{,}0$
	G ,	$\sigma = 11{,}3$	11,4	11,5	11,6,	$\rho = 1{,}1$
rR.	$G + 50$,	$\sigma = 73{,}3$	73,4	73,5	73,6,	$\rho = 0{,}7$
	$G + 25$,	$\sigma = 42{,}8$	42,8	42,7	42,9,	$\rho = 0{,}6$
	G ,	$\sigma = 12{,}1$	12,1	12,0	12,0,	$\rho = 0{,}4$

$\sigma_{100} = 123{,}5$, $\delta T = 0$, $T = 10750000$.

W. No. 2. $L = 24{,}77$, $B = 4491$, $D = 793{,}0$,

lR.	$G + 50$,	$\sigma = 76{,}3$	76,3	76,2	76,2,	$\rho = 1{,}4$
	G ,	$\sigma = 12{,}1$	12,0	12,0,		$\rho = 1{,}6$
rR.	$G + 50$,	$\sigma = 76{,}2$	76,2	76,1	76,0,	$\rho = 0{,}2$
	G ,	$\sigma = 12{,}5$	12,5	12,4,		$\rho = 0{,}4$

$\sigma_{100} = 128{,}0$, $\delta T = 0$, $T = 10740000$.

$L = 26{,}14$

rR.	$G + 50$,	$\sigma = 80{,}4$	80,1	80,3	80,5,	$\rho = 0{,}5$
	G ,	$\sigma = 12{,}9$	12,9	13,0,		$\rho = 0{,}6$

$\sigma_{100} = 134{,}8$, $\delta T = 0$, $T = 10760000$.

Mittel $T_w = 10750000$, $T_w = 9{,}296 . 10^{-8}$.

Der Drillungswiderstand des Pyrits bleibt also für die Gattung W hinter demjenigen des Topases zurück, ist aber immerhin sehr bedeutend.

Resultate.

Aus den gefundenen Werthen

$$E_w = 2{,}832 . 10^{-8}, \qquad E_g = 3{,}954 . 10^{-8},$$
$$T_w = 9{,}296 . 10^{-8},$$

folgt das System der s_{kk} in nachstehender Weise:

$$s_{11} = 2{,}832 . 10^{-8}, \qquad s_{44} = 9{,}296 . 10^{-8},$$
$$s_{12} = 0{,}428 . 10^{-8}.$$

Pyrit giebt sonach das erste bekannte Beispiel für einen positiven Werth einer der Größen s_{12}, s_{23}, s_{31}.

Ferner bestimmt sich das allgemeine Gesetz für den Dehnungscoefficienten:

$$E = [5{,}076 - 2{,}244 (\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4)] . 10^{-8},$$

daraus der Werth für die Octaëdernormale

$$E_o = 4{,}330 . 10^{-8}.$$

Analog findet sich der Werth des Drillungscoefficienten für einen Kreiscylinder

$$T^0 = [18{,}60 - 17{,}95\,(\beta^2\gamma^2 + \gamma^2\alpha^2 + \alpha^2\beta^2)]\,.\,10^{-6}$$

und daraus specieller

$$T^0_w = 18{,}60\,.\,10^{-6}, \qquad T^0_g = 14{,}11\,.\,10^{-6},$$
$$T^0_o = 12{,}62\,.\,10^{-6}.$$

Der Coefficient der cubischen Compression bei allseitig gleichem Druck bestimmt sich zu

$$M = 11{,}07\,.\,10^{-6},$$

merkwürdig nahe dem für Flußspath gefundenen.

Weiter findet sich der Coefficient des thermischen Druckes nach (14), da die Beobachtungen von Pfaff $a = 0{,}0000101$ ergeben haben:

$$q = 273.$$

Schließlich erhält man noch die Werthe der Elasticitätsconstanten c_{kk} für Pyrit

$$c_{11} = 36800000, \qquad c_{44} = 10750000,$$
$$c_{12} = -4830000;$$

Pyrit bietet sonach zum ersten Male den Fall einer negativen Elasticitäts-Constante. Von Erfüllung der Relation $c_{12} = c_{44}$ ist sonach hier um so mehr keine Rede.

Zur Theorie des Hallschen Phänomens.

Von

O. Venske.

Auf Anregung von Herrn Prof. Voigt setze ich im Folgenden eine Methode zur Integration der Differentialgleichungen des Hallschen Phänomens auseinander, zu deren Auffindung eine im hiesigen math.-physikal. Seminar gestellte Aufgabe Anlaß gab.

Unter dem Hallschen Phänomen versteht man bekanntlich die Ablenkung der elektrischen Strömung in einer isotropen leitenden Platte, welche mit einer Niveaufläche eines gleichförmigen Magnetfeldes zusammenfällt. Für dieses Problem setzt man die Gleichungen der elektrischen Strömung in der Form

$$u + v\,\mathrm{tg}\,\alpha = -\varkappa\frac{\partial V}{\partial x} \qquad 1)$$

$$-u\,\mathrm{tg}\,\alpha + v = -\varkappa\frac{\partial V}{\partial y} \qquad 2)$$

an. Hierbei sind $\varkappa$ und α der Platte und dem Magnetfeld individuelle Constanten, und V bedeutet das elektrostatische Potential. Weil die Strömung am Plattenrande tangential erfolgen muß, gilt daselbst

$$\frac{\partial V}{\partial n}\cos\alpha - \frac{\partial V}{\partial s}\sin\alpha = 0. \qquad 3)$$

Sind die Elektroden punktförmig, so muß V an der Anode wie $-\frac{J}{2\pi\varkappa\cos^2\alpha}\lg r_1$, an der Kathode wie $\frac{J}{2\pi\varkappa\cos^2\alpha}\lg r_2$ unendlich werden, wenn mit r_1 und r_2 die Abstände von Anode und Kathode und mit J die Stromstärke bezeichnet wird.

Ein allgemeines Verfahren zur Integration der Gleichungen 1) und 2) unter Berücksichtigung der Grenzbedingung 3) ist von Prof. Boltzmann angegeben worden. Es zeigt sich jedoch bei näherer Betrachtung, daß diese Methode nur für eine kreisförmige Platte zur Lösung führen kann. Aber auch für diese erfordert sie Rechnungen, welche für die einfache Form, welche dem schließlichen Resultate erteilt werden kann, unverhältnißmäßig lang sind.

Das im Folgenden auseinanderzusetzende Lösungsverfahren, welches nur eine Erweiterung der bekannten Thomsonschen Spiegelungsmethode ist, beruht wesentlich auf folgendem Satz:

Ist z_1 ein beliebiger Punkt in der Ebene der complexen Zahlen $x+iy$ und z_2 sein Spiegelbild in einer beliebigen Geraden, so compensieren sich die Massen $P+iQ$ und $e^{2i\alpha}(P-iQ)$ in z_1 und z_2 auf der Geraden, d. h., wenn z ein beliebiger Punkt ist und

$$(P+iQ)\,l(z-z_1)+e^{2i\alpha}(P-iQ)\,l(z-z_2) = V+iW$$

gesetzt wird, genügt V für Punkte der Geraden der Gleichung

$$\frac{\partial V}{\partial n}\cos\alpha - \frac{\partial V}{\partial s}\sin\alpha = 0.$$

Der Beweis für die Richtigkeit dieses Satzes ergiebt sich aus der Erwägung, daß die Summe der imaginären Bestandteile von $l(z-z_1)$ und $l(z-z_2)$ und folglich auch der imaginäre Bestandteil von

$$e^{-i\alpha}(P+iQ)\,l(z-z_1)+e^{i\alpha}(P-iQ)\,l(z-z_2)$$
$$= V\cos\alpha + W\sin\alpha + i(-V\sin\alpha + W\cos\alpha)$$

auf der Geraden constant ist.

Bei Benutzung dieses Satzes unterliegt die Lösung des Hall-

schen Problems für eine keilförmige Platte ABC, welche zwei Elektroden enthält, keiner Schwierigkeit. Es werde ein Polarcoordinatensystem zu Grunde gelegt, dessen Anfangspunkt B und dessen Axe BA ist. Der Winkel ABC betrage $\frac{\pi}{n}$, unter n eine ganze positive Zahl verstanden, $P_1 = (r_1, \varphi_1)$ sei die Anode, $P_2 = (r_2, \varphi_2)$ die Kathode. Spiegelt man die Elektroden an den Winkelschenkeln und verlegt in die Spiegelpunkte

$$\left[r_h,\ (-1)^k\left(\varphi_h - \frac{\pi}{2n}\right) + \frac{1+2k}{2n}\pi\right] \quad \begin{matrix}(k = 0, 1, \ldots, 2n-1)\\ (h = 1, 2)\end{matrix}$$

die Massen

$$(-1)^h \frac{J}{2\pi \varkappa \cos^2\alpha} e^{i\alpha(1-(-1)^h)},$$

so compensieren sich dieselben auf den Rändern der Platte, und V ist der relle Teil von

$$-\frac{J}{2\pi\varkappa\cos^2\alpha}\left(\sum_{k=0}^{n-1} l\frac{z - r_1 e^{i\left(\varphi_1+\frac{2k\pi}{n}\right)}}{z - r_2 e^{i\left(\varphi_2+\frac{2k\pi}{n}\right)}} + e^{2i\alpha}\sum_{k=1}^{n} l\frac{z - r_1 e^{i\left(\frac{2k\pi}{n}-\varphi_1\right)}}{z - r_2 e^{i\left(\frac{2k\pi}{n}-\varphi_2\right)}}\right),$$

wobei $z = re^{i\varphi}$ die durch einen beliebigen Punkt dargestellte complexe Größe ist. Die Rechnung ergiebt:

$$V = -\frac{J}{4\pi\varkappa\cos^2\alpha}\left(l\frac{r^{2n}+r_1^{2n}-2r^n r_1^n\cos n(\varphi-\varphi_1)}{r^{2n}+r_2^{2n}-2r^n r_2^n\cos n(\varphi-\varphi_2)} + \cos 2\alpha\, l\frac{r^{2n}+r_1^{2n}-2r^n r_1^n\cos n(\varphi+\varphi_1)}{r^{2n}+r_2^{2n}-2r^n r_2^n\cos n(\varphi+\varphi_2)}\right.$$
$$\left. -2\sin 2\alpha\left(\operatorname{arctg}\frac{r^n\sin n\varphi + r_1^n\sin n\varphi_1}{r^n\cos n\varphi - r_1^n\cos n\varphi_1} - \operatorname{arctg}\frac{r^n\sin n\varphi + r_2^n\sin n\varphi_2}{r^n\cos n\varphi - r_2^n\cos n\varphi_2}\right)\right). \quad 4)$$

Ist U die zu V conjugierte Funktion, so ist die Gleichung der Stromcurven

$$U\cos\alpha - V\sin\alpha = \text{const},$$

also

$$2\cos\alpha\left(\operatorname{arctg}\frac{2r^n\sin n\varphi\,(r^n\cos n\varphi - r_1^n\cos n\varphi_1)^2}{r^{2n}\cos 2n\varphi + r_1^{2n} - 2r^n r_1^n\cos n\varphi\cos n\varphi_1}\right.$$
$$\left. -\operatorname{arctg}\frac{2r^n\sin n\varphi\,(r^n\cos n\varphi - r_2^n\cos n\varphi_2)^2}{r^{2n}\cos 2n\varphi + r_2^{2n} - 2r^n r_2^n\cos n\varphi\cos n\varphi_2}\right) \quad 4')$$
$$+\sin\alpha\left(l\frac{r^{2n}+r_1^{2n}-2r^n r_1^n\cos n(\varphi+\varphi_1)}{r^{2n}+r_2^{2n}-2r^n r_2^n\cos n(\varphi+\varphi_2)} - l\frac{r^{2n}+r_1^{2n}-2r^n r_1^n\cos n(\varphi-\varphi_1)}{r^{2n}+r_2^{2n}-2r^n r_2^n\cos n(\varphi-\varphi_2)}\right) = \text{const}.$$

Die so gewonnene Lösung des Problems behält ihre Gültigkeit,

auch wenn die Voraussetzung, daß n eine ganze Zahl ist, aufgegeben wird, — sie gilt allgemein.

Verlegt man die Elektroden auf den Rand, setzt also φ_1 und φ_2 gleich 0 oder $\frac{\pi}{n}$, so wird die Gleichung der Stromcurven von α unabhängig. Auf die Stromlinien übt also in diesem Falle das Magnetfeld keinen Einfluß aus. Dieser Satz läßt sich auf eine beliebige Begrenzung der Platte erweitern. Denn sind die Elektroden punktförmig, liegen auf dem Rande, und ist W das elektrostatische Potential ohne Berücksichtigung des Magnetfeldes, so ist

$$V = W - \operatorname{tg}\alpha \int \left(\frac{\partial W}{\partial x} dy - \frac{\partial W}{\partial y} dx \right)$$

ein in der ganzen Platte eindeutiges Potential, welches die notwendigen Grenzbedingungen des Hallschen Problems erfüllt und

$$-\varkappa \frac{\partial W}{\partial x}, \quad -\varkappa \frac{\partial W}{\partial y}$$

als Stromcomponenten ergiebt.

Für die Beobachtung besonders wichtig ist der Specialfall, daß die Anode in der Spitze, die Kathode im Unendlichen liegt. Als Potential für diesen Fall ergiebt sich aus der allgemeinen Formel

$$V = -\frac{nJ}{\pi\varkappa}(lr - \varphi \operatorname{tg}\alpha);$$

Punkte der Schenkel, welche vom Scheitel gleichen Abstand haben, besitzen also die constante Potentialdifferenz

$$\frac{J}{\varkappa}\operatorname{tg}\alpha.$$

Eine etwas andere Massenverteilung in den Spiegelpunkten einer Elektrode, als diejenige, welche oben benutzt wurde, führt zur Lösung des Hallschen Problems für eine keilförmige Platte ABC, wenn die Kathode ($P_1 = r_1, \varphi_1$) punktförmig ist, und die Anode durch einen mit dem Winkelschenkel BC verbundenen gut leitenden Metallstreifen gebildet wird. Die oben getroffene Wahl des Coordinatensystems werde beibehalten. Der Oeffnungswinkel werde aber gleich $\frac{\pi}{2n}$ vorausgesetzt, wo n eine positive ganze Zahl bedeutet. Spiegelt man wieder die Kathode an den Winkelschenkeln und verlegt in die Spiegelpunkte

$$\left[r_1, (-1)^h \varphi_1 + \frac{k\pi}{n} \right] \quad \begin{matrix} (k = 0, 1, .., 2n - 1) \\ (h = 0, 1) \end{matrix}$$

die Massen

$$(-1)^k \frac{J}{2\pi \varkappa \cos^2 \alpha} e^{i\alpha(1-(-1)^{k+h})},$$

so compensieren sich dieselben längs AB; längs BC wirken sie aber so, daß der reelle Teil von

$$\frac{J}{2\pi \varkappa \cos^2 \alpha}\left(\sum_{k=0}^{n-1} l \frac{\left(z - r_1 e^{i\left(\varphi + \frac{2k}{n}\pi\right)}\right)}{\left(z - r_1 e^{i\left(-\varphi + \frac{2k+1}{n}\pi\right)}\right)} + e^{2i\alpha} \sum_{k=0}^{n-1} l \frac{\left(z - r_1 e^{i\left(-\varphi + \frac{2k}{n}\pi\right)}\right)}{\left(z - r_1 e^{i\left(\varphi + \frac{2k+1}{n}\pi\right)}\right)}\right)$$

verschwindet. Also ist der reelle Teil dieses Ausdrucks das gesuchte V. Durch Rechnung findet man:

$$V = \frac{J}{4\pi \varkappa \cos^2 \alpha}\left(l \frac{r^{2n} + r_1^{2n} - 2r^n r_1^n \cos n(\varphi - \varphi_1)}{r^{2n} + r_1^{2n} + 2r^n r_1^n \cos n(\varphi + \varphi_1)} + \cos 2\alpha\, l \frac{r^{2n} + r_1^{2n} - 2r^n r_1^n \cos n(\varphi + \varphi_1)}{r^{2n} + r_1^{2n} + 2r^n r_1^n \cos n(\varphi - \varphi_1)}\right.$$
$$\left. - 2 \sin 2\alpha \left(\operatorname{arctg} \frac{r^n \sin n\varphi + r_1^n \sin n\varphi_1}{r^n \cos n\varphi - r_1^n \cos n\varphi_1} - \operatorname{arctg} \frac{r^n \sin n\varphi + r_1^n \sin n\varphi_1}{r^n \cos n\varphi + r_1^n \cos n\varphi_1}\right)\right). \quad 5)$$

Diese Formel läßt sich leicht verificieren. Da man auch hierbei nicht nötig hat, von der Voraussetzung Gebrauch zu machen, daß n eine ganze positive Zahl ist, so gilt Formel 5) ebenfalls für beliebige positive Werte von n.

Setzt man in Formel 4) $n = 1$, so erhält man die Lösung des Hallschen Problems für eine Halbebene, in welche der Elektricitätszu- und Abfluß durch zwei punktförmige Elektroden P_1 und P_2 erfolgt. Sind P_1' und P_2' die Spiegelpunkte derselben in der begrenzenden Geraden, bezeichnet man mit P einen beliebigen Punkt der Halbebene und mit ψ_1 und ψ_2 die Richtungswinkel von

$$P_1'P \qquad P_2'P$$

und setzt

$$P_1P = \rho_1, \quad P_2P = \rho_2, \quad P_1'P = \rho_1', \quad P_2'P = \rho_2',$$

so ergiebt sich:

$$V = -\frac{J}{2\pi \varkappa \cos^2 \alpha}\left\{l \frac{\rho_1}{\rho_2} + \cos 2\alpha\, l \frac{\rho_1'}{\rho_2'} - \sin 2\alpha (\psi_1 - \psi_2)\right\}. \quad 6)$$

Durch Inversion überzeugt man sich, daß dieselbe Formel auch für den Kreis die Lösung des Hallschen Problems ergiebt, wenn 2 punktförmige Elektroden P_1, P_2 vorhanden sind, wofern man nur unter P_1', P_2' die elektrischen Bilder von P_1, P_2 versteht und die Bedeutung von ρ_1, ρ_2, ρ_1', ρ_2', ψ_1, ψ_2 beibehält.

Setzt man in Formel 5) $n = \frac{1}{2}$, so erhält man die Lösung des

Hallschen Problems für die Halbebene, wenn die Kathode P_1 punktförmig ist, und die Anode durch die Rückwärtsverlängerung der Axe des zu Grunde gelegten Polarcoordinatensystems gebildet wird. Man findet

$$V=\frac{J}{4\pi\varkappa\cos^2\alpha}\Big(l\frac{r+r_1-2\sqrt{rr_1}\cos\frac{1}{2}(\varphi-\varphi_1)}{r+r_1+2\sqrt{rr_1}\cos\frac{1}{2}(\varphi+\varphi_1)}+\cos 2\alpha\, l\frac{r+r_1-2\sqrt{rr_1}\cos\frac{1}{2}(\varphi+\varphi_1)}{r+r_1+2\sqrt{rr_1}\cos\frac{1}{2}(\varphi-\varphi_1)}$$

$$-2\sin 2\alpha\Big(\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{r}\sin\frac{1}{2}\varphi+\sqrt{r_1}\sin\frac{1}{2}\varphi_1}{\sqrt{r}\cos\frac{1}{2}\varphi-\sqrt{r_1}\cos\frac{1}{2}\varphi_1}-\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{r}\sin\frac{1}{2}\varphi+\sqrt{r_1}\sin\frac{1}{2}\varphi_1}{\sqrt{r}\cos\frac{1}{2}\varphi+\sqrt{r_1}\cos\frac{1}{2}\varphi_1}\Big)\Big). \quad 7)$$

Invertiert man die Halbebene vom Punkte $R\operatorname{cosec}\xi e^{-i\xi}$ in Bezug auf einen Kreis vom Radius $R\sqrt{2}$ und bezieht die Punkte des durch Inversion der Halbebene erhaltenen Kreises (Radius $= R$) auf ein neues Polarcoordinatensystem (ρ, ψ), dessen Pol sein Centrum ist, und dessen Axe die Richtung $\frac{1}{2}\pi-\xi$ besitzt, so entspricht einem Punkte (ρ, ψ) dieses Kreises ein Punkt (r, φ) der Halbebene, dessen rechtwinklige Coordinaten

$$r\cos\varphi = R\frac{(R^2+\rho^2)\cos\xi+2R\rho\cos\psi}{\sin\xi(R^2+2R\rho\cos(\psi-\xi)+\rho^2)} \quad 8)$$

$$r\sin\varphi = R\frac{R^2-\rho^2}{R^2+2R\rho\cos(\psi-\xi)+\rho^2} \quad 9)$$

sind. Dem Stücke seiner Peripherie zwischen den Richtungen $\psi=\pi-\xi$ und $\psi=\pi+\xi$ entspricht also die Strecke der Begrenzungsgraden der Halbebene, auf welcher das Potential constant ist. Setzt man in 7) für $\alpha: -\alpha$ und für $r\cos\varphi$ und $r\sin\varphi$ die Werte aus 8) und 9) und ebenso für $r_1\cos\varphi_1$ und $r_1\sin\varphi_1$ die analogen Ausdrücke ein, so erhält man die Lösung des Hallschen Problems für die Kreisscheibe, wenn die Kathode punktförmig ist, die Anode dagegen durch ein Stück der Peripherie gebildet wird, welches zum Centriwinkel 2ξ gehört.

Wie für eine keilförmige Platte liefert die Spiegelungsmethode mit Leichtigkeit Lösungen für den Parallelstreifen.

Wir setzen voraus, daß sowohl Anode als auch Kathode punktförmig sind, und legen ein orthogonales Coordinatensystem zu Grunde, dessen Y-Axe den Streifen halbirt, und dessen X-Axe ihn senkrecht schneidet. a sei die Streifenbreite, $P_1 = x_1+iy_1$ die Anode, $P_2 = x_2+iy_2$ die Kathode. Wir spiegeln wiederum P_1 und P_2 an den beiden Begrenzungsgraden und verlegen in die Spiegelpunkte

$$ka+(-1)^k x_h+iy_h \qquad \begin{matrix}(k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm\infty)\\ (h = 1, 2)\end{matrix}$$

die Massen

$$(-1)^k \frac{J}{2\pi \varkappa \cos^2 \alpha} e^{i\alpha(1-(-1)^k)}.$$

Dieselben compensieren sich längs der Grenzgraden. Also ist der reelle Teil von

$$-\frac{J}{2\pi \varkappa \cos^2 \alpha}\left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} l\frac{(z-2k\,a-z_1)}{(z-2k\,a-z_2)} + e^{2i\alpha}\sum_{k=-\infty}^{+\infty} l\frac{(z-(2k+1)\,a+x_1-y_1 i)}{(z-(2k+1)\,a+x_2-y_2 i)}\right)$$

oder von

$$-\frac{J}{2\pi \varkappa \cos^2 \alpha} l \frac{\left(e^{i\pi\frac{z}{a}}-e^{i\pi\frac{z_1}{a}}\right)\left(e^{i\pi\frac{z}{a}}+e^{-i\pi\frac{x_1-y_1 i}{a}}\right)e^{i\alpha}}{\left(e^{i\pi\frac{z}{a}}-e^{i\pi\frac{z_2}{a}}\right)\left(e^{i\pi\frac{z}{a}}+e^{-i\pi\frac{x_2-iy_2}{a}}\right)e^{i\alpha}}$$

das Potential. Die Rechnung ergiebt

$$V = -\frac{J}{4\pi \varkappa \cos^2 \alpha}\left(l \frac{\operatorname{Cos}\frac{\pi}{a}(y_1-y) - \cos\frac{\pi}{a}(x_1-x)}{\operatorname{Cos}\frac{\pi}{a}(y_2-y) - \cos\frac{\pi}{a}(x_2-x)}\right.$$

$$+ \cos 2\alpha\, l \frac{\operatorname{Cos}\frac{\pi}{a}(y_1-y) + \cos\frac{\pi}{a}(x_1+x)}{\operatorname{Cos}\frac{\pi}{a}(y_2-y) + \cos\frac{\pi}{a}(x_2+x)}$$

$$-2\sin 2\alpha\left(\operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\frac{\pi}{2a}(x_1+x)\operatorname{Tg}\frac{\pi}{2a}(y_1-y)\right)\right.$$

$$\left.\left.-\operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\frac{\pi}{2a}(x_2+x)\operatorname{Tg}\frac{\pi}{2a}(y_2-y)\right)\right)\right). \qquad 10)$$

In dieser Formel bedeuten Cos und Tg die hyperbolischen Cosinus und Tangenten. Für den Parallelstreifen gilt eine ähnliche Bemerkung, wie für den Keil. Haben nämlich die beiden Elektroden sehr großen gegenseitigen Abstand, so ist die Potentialdifferenz gegenüberliegender Punkte der Plattenränder, welche nahe von beiden Elektroden gleichen Abstand besitzen, constant gleich $\frac{J}{\varkappa}\operatorname{tg}\alpha$.

Die im Obigen benutzte Methode läßt sich noch in verschiedenen anderen Fällen mit Vorteil zur Lösung der Differentialgleichungen des Hallschen Problems bei vorgegebenen Grenzbedingungen benutzen. Die ausgeführten Beispiele dürften jedoch zu ihrer Klarlegung genügen.

Bei der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

März und April 1888.

Fortsetzung.

Zeitschrift für Naturwissenschaften d. ganzen Reihe LX. Band. Vierte Folge. Sechster Band. Heft 5. Halle a. S. 1887.
Politische Correspondenz Friedrichs des Großen. Band 15. Berlin 1887.
Leopoldina. Heft XXIV. No. 3—4, 5—6.
Beilage zur Leopoldina. Heft XXIV. Schiff im Suezcanal.
Nova Acta d. K. Leop.-Carol. deutschen Akademie der Naturforscher. Bd. 1. No. 6. Festschrift zur Erinnerung an das 200jährige Bestehn d. Leop.-Carol. Akademie. Halle 1887.
Abhandlungen herausgegeben vom naturwissenschaftl. Verein zu Bremen. X. Bd. Heft 1, 2. Bremen 1888.
Nature. Band 37. No. 957—965.
Proceedings of the Royal society. Vol. XLIII. No. 263, 264.
Proceedings of the London mathematical society. No. 308-310.
Proceedings of the R. physical society session 1886—87. Edinburgh 1887.
Monthly notices of the R. astronomical society. Vol. XLVIII. No. 4, 5. Febr. and March 1888.
Journal of the R. microcoscopical society 1888. Part. 2. London and Edinburgh.
Iconography of Australian species of Acacia etc. by Baron v. Mueller 1, 2, 3, 4 the Decade. Melbourne 1887.
Natural history of Victoria. Prodromus of the Zoology of Victoria. Decade 1—14. 1878—1887. Melbourne and London.
Records of the geological survey of India. Vol. XXI. Part. 1. Calcutta.
Annales de l'école polytechnique de Delft. Tome III. 1888. Livraison 4. Leide 1888.
Bijdragen tot de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indië. 5. Volgreeks. 3 Deel. (Deel XXXVII der geheele Reeks). 2. aflever. S'Gravenhage.
Observations made at the magnetical and meteorological observatory at Batavia. Publ. by the Govern. of Netherlands India. Vol. IX. 1886. Batavia 1887.
Acta Universitatis Lundensis Tom. XXIII. 1886—87.
a. Rätts- och Statsvetenscap.
b. Mathematik och naturvetenskap.
c. Philosophi, Språkvetenscap och Historia.
Bulletin de la société mathématique de France. Tome XVI. No. 1, 2, 3. Paris 1888.
Annales de la faculté des lettres de Bordeaux. Deuxième série. No. 2. Paris 1887.
Sur une équation différentielle du second ordre etc. Par M. F. Tisserand.
Oeuvres de Fourier publié par M. Gaston Darboux. Tome I. Paris 1888.
Essais d'acclimatation de plantes et l'influence d'un hiver très rigoureux a Fiume par S. A. R. l'archiduc Joseph. Traduit par Mme Marlet et M. Marlet. Alger 1888.
Bulletin de l'Académie R. des sciences des l. et des beaux arts de Belgique. 57. année. 3. série, tome 15. No. 1. 2. 3. Bruxelles 1888.
Mémoires et documents publiés par la société d'histoire et d'archéologie de Genève. Tome XX. Livr. 3. Genève et Paris 1888.
Catalogue des livres appartenant à la soc. d'hist. et d'arch. de Genève. Deuxième édition. Genève 1887.

Vierteljahrsschrift der naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Jahrg. 32. Heft 2 u. 3. 4. Zürich 1887.

Atti della Reale Accademia dei Lincei Anno CCLXXXIV 1887. Vol. III fasc. 10—13. Anno CCLXXXV 1888. Vol IV fasc. 1. Roma 1887, 1888.

Atti della reale società Toscana di science naturali. Processi verbali. Vol. VI, 15 gennaio 1888.

Atti della R. Accademia delle science di Torino. Vol. XXIII. Disp. 4. 5, 1887—88. Torino.

Bullettino di Bibliographia e di storia delle science matematiche e fisiche. Tomo XX. Giugno, Luglio, Agosto 1887.

Rendiconti del circolo matematico di Palermo. Tomo I. da Marzo 1884—Luglio 1887. Tomo II. 1888. fasc. 1, 2. Genn.-Aprile.

Annuario della R. Accademia dei Lincei 1887.
a. Bollettino delle publicazioni italiane 1888. No. 52—56.
b. Indice Alfabetico delle opere. Firenze. Bog. 5—11.

Bollettino delle opere moderne straniere. Vol. II. No. 4—6. 1887. Roma 1888.

Memorias de la Real Academia de sciencias de Madrid. Tomo XII. Tomo XIII. Parte I. Madrid 1887.

Anuario de la R. A. d. C. exactas, fisicas y naturales 1888.

Jornal de sciencias mathematicas e astronomicas. Vol. VIII. No. 3. Coimbra 1887.

Jahrbücher der K. K. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus. Jahrg. 1886. Neue Folge. XXIII. Band. Wien 1887.

Meteorologische Zeitschrift. 5. Jahrg. 1888. Heft 3. 4. April. Berlin.

Verhandlungen d. K. K. geologischen Reichsanstalt. No. 17. 18. 1887. No. 1. 2. 3. 4. 1888.

Medicinisch-naturwissenschaftl. Section des Siebenbürgischen Museum-Vereins in Klausenburg:
a. Orvos Termesezettud. Ertesitö 1886. XI evfolyam III 2.
b. » » » 1888. XIII » II 1. Klausenburg.

Ungarische Revue 1888. Heft 3, 4—5. Jahrg. 8. Budapest.

Report of the committee to examine the scientific value of Volapük, presented to the Am. Philos. society.

Report of the chief signal officer. War departm. 1886. Washingt.

U. S. Geological survey. J. W. Powell Director. Mineral resources of the United States. 1886.

Pennsylvanian Geological survey. Annual Report 1886. Part. I. Part. II. (Part. I. Pittsburgh Coal Region. P. II. Oil and Gasregion. Philadelphia (Harrisburgh).

Publications of the Lick observatory. Vol. 1. 1887.

Proceedings of the American Philosophical society. Vol. XXIV. No. 126.

Bulletin of the Museum of Comparative Zoology at Harvard college. Vol. XIII No. 7. 8. Vol. XVI No. 1. Cambridge 1888.

Memoirs of the museum of Comparative Zoology at Harv. college. Vol. XV. Cambridge 1887.

Memoirs of the American Academy of Arts and sciences Centennial Vol. Vol. XI. Part. V. N. VI. Cambridge 1887.

Johns Hopkins University circulars. Vol. VII. No. 63, 64. Baltimore 1888.

Johns Hopkins University Studies in historical and political science. fifth series XII. European schools of history and politics. Baltimore 1887.

Proceedings of the trustees the Newberry library to Jan. 5. 1888. Chicago 1888.

Journal of the Elisha Mitchell scientific society 1887. fourth year. Part second.

Anales de la sociedad Cientìfica Argentina 1888. Entreg. 1. 2. Tomo XXV. Buenos Aires.

Mittheilungen der deutschen Gesellschaft für Natur- u. Völkerkunde Ostasiens in Tokio. Heft 38. Band IV. Seite 351—398. Berlin u. Yokohama.

Observations de Poulkova publiées par Otto Struve. Vol. XII. St. Petersburg 1887.

Mémoires de l'Académie Imp. des sciences de St. Petersbourg. VII. série. Tome XXXV. No. 10 et dernier. St. Petersbourg.

Bulletin de la société Imperiale des naturalistes de Moscou. Année 1888. N. 1. Moscou 1888.
Meteorologische Beobachtungen der landwirthsch. Akademie bei Moskau. Jahrg. 1887. Zweite Hälfte. Moskau.
Mémoires de la société des naturalistes de la Nouvelle Russie. T. XII. Part. 2. Odessa 1888.
Jahresbericht vom 31. Mai 1887 der Nikolai-Hauptsternwarte. St. Petersburg 1887.
Neue Untersuchungen über die Bessel'sche Formel und deren Verwendung in der Meteorologie v. Dr. K. Weihrauch. Dorpat 1888.
Meteorologische Beobachtungen in Dorpat. October — December 1887.
Weihrauch: Privatbeobachtungen der Regenstation Alswig im Jahre 1886.

Nachtrag.

Mémoires de la société de physique et d'histoire naturelle de Genève. Tome XXIX. seconde partie. Genève 1886—87.
Verhandlungen des naturforschenden Vereines in Brünn. XXV. Band. 1886. Brünn 1887.
V. Bericht der meteorologischen Commission des naturforschenden Vereins in Brünn. Brünn 1887.
Rede bei der Gedächtnißfeier für S. M. Kaiser Wilhelm in der technischen Hochschule zu Berlin, geh. v. Prof. Georg Meyer. Berlin 1888.
Allgemeiner deutscher Hochschulen-Almanach von Dr. Richard Kukula. Wien 1888.
Schriften der naturforschenden Gesellschaft in Danzig. N. F. 7, 1. Danzig 1888. 8.
Revista de los Progresos de las Ciencias exactas fisicas y naturales. Tomo 22. No. 4.

Mai 1888.

Sitzungsberichte der K. Preuß. Akademie der Wissenschaften in Berlin. 1888. XXI, XXII, XXIII.
Leopoldina. Heft XXIV. No. 7—8. April 1888. Halle a. S.
Kön. Sächs. Ges. d. W. in Leipzig. Abhandl. XIV, 7 u. 8. Math.-phys. Classe.
a. Zur Geschichte des Gehirns sowie der centralen und peripherischen Nervenbahnen beim menschlichen Embryo v. Wilhelm His. 1888. (2 mal).
b. Ueber den Antheil den die einzelnen Gelenke des Schultergürtels an der Beweglichkeit des menschlichen Humerus haben v. W. Braune u. O. Fischer. 1888. (2 mal).
Sitzungsberichte der philosophisch-philologischen und historischen Classe d. K. b. Akademie d. W. zu München 1888. Heft 1.
a. Mittheilungen aus dem germanischen Nationalmuseum. 2. Band. Heft 1. 1887. Brockhaus-Leipzig.
b. Anzeiger des germanischen Nationalmuseums. Bd. II. Heft 1. Seite 1—92. 1887. Brockhaus-Leipzig.
c. Katalog der im germanischen Museum befindl. vorgeschichtlichen Denkmäler. Nürnberg 1887.

(Fortsetzung folgt.)

Inhalt von No. 11.

P. Drude, über Oberflächenschichten. — *W. Voigt*, Bestimmung der Elasticitätsconstanten für Flusspath und Pyrit. — *O. Venske*, zur Theorie des Hallschen Phänomens. — Eingegangene Druckschriften.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

ROYAL COLLEGE OF SURGEONS OF ENGLAND
-4 OCT 88
LIBRARY

29. August. **№ 12.** 1888.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 4. August.

Schwarz legt ein von Herrn Hjalmar Tallqvist, Studiosus der Mathematik an der Universität Helsingfors, angefertigtes Gypsmodell einer Minimalfläche vor, welche durch die Eigenschaft ausgezeichnet ist, eine Schaar reeller Parabeln zu enthalten, deren Ebenen mit einer festen Ebene des Raumes einen constanten Winkel einschließen. Durch die auf diesem Modell dargestellten Curven wird die Eigenschaft der erwähnten Minimalfläche veranschaulicht, daß dieselbe durch die auf ihr liegenden Parabeln und deren orthogonale Trajectorien in unendlich kleine Quadrate getheilt werden kann.

Riecke giebt Beiträge zur Hydrodynamik.

Voigt legt vor: Bestimmung der Elasticitäts-Constanten von Steinsalz und Sylvin.

Wieseler theilt einen Nachtrag mit zu dem Aufsatz über die bildlichen Darstellungen des jugendlichen und unbärtigen Aesculap.

von Koenen giebt Bemerkungen über das Resultat des I. Theils einer Monographie des norddeutschen Oligo.

Bestimmung der Elasticitätsconstanten von Steinsalz und Sylvin.

Von

W. Voigt.

Steinsalz.

Die directe Veranlassung zu einer zweiten Wiederholung der Bestimmung der Elasticitätsconstanten für Steinsalz [1]) gaben die

1) Meine ersten Beobachtungen finden sich Pogg. Ann. Erg. Bd. VII p. 1 u. 177, 1876 die späteren Berl. Ber. XLII p. 989, 1884.

Beobachtungen der Herren Röntgen und Schneider über die cubische Compressibilität dieses Körpers bei allseitig gleichem Druck[1]), welche einen zwar angenähert, aber doch nicht ganz mit dem Resultate meiner Beobachtungen stimmenden, nämlich größeren Werth gefunden haben. Dies war mir um so mehr verwunderlich, als ich meinen Werth in Folge der nicht vollkommenen Politur der benutzten Stäbchen immer eher für etwas zu groß — die erhaltenen Biegungs- und Drillungswiderstände nämlich für ein wenig zu klein — gehalten habe. Demgemäß habe ich die Messungen mit der größten Vorsicht wiederholt. Nachdem die von Herrn Dr. Steeg und Reuter in Homburg neu polirten Stäbchen mehrere Tage in getrocknetem Benzol gelegen hatten, wurden sie mit einem ebenfalls über Schwefelsäure getrocknetem Tuche abgerieben, während auf die Finger gezogene Gummihütchen die Wirkung der Handfeuchtigkeit abhielten. Darnach wurden sie über Schwefelsäure aufbewahrt, nur mit der Pincette berührt und der Luft bei den eigentlichen Beobachtungen nur in der Nähe größerer Stücken von Chlorcalcium ausgesetzt.

Da die Stäbchen hinreichende Länge besaßen, so konnte bei den Torsionsbeobachtungen der Stanniolbelag ziemlich lang gewählt und nur an einem Ende angekittet werden, sodaß er da, wo die Spiegelklammern aufsaßen, frei war und keinen Fehler bei der Beobachtung brachte.

Von den benutzten Stäbchen sind W. No. 1, 2 und 3, G. No. 1, 2 und 3 schon früher beobachtet und demgemäß die Werthe für die Breiten, welche ungeändert geblieben sind, einfach aus den früheren Messungen übernommen.

Im Uebrigen sind alle bei der Berechnung benutzten Zahlenwerthe neu bestimmt, der angewandte Biegungsapparat ist vollkommen neu, der Drillungsapparat verändert, die Vergleichung der neu erhaltenen Werthe mit den früheren giebt also eine gute Prüfung für die Genauigkeit der angewandten Methode, auf die ich besonders hinweise, damit man nicht die bei verschiedenem Material (z. B. bei Flußspath) gefundenen Abweichungen der Beobachtungsmethode zur Last lege.

Die Uebereinstimmung der Resultate unter sich ist nicht ganz so gut wie bei Flußspath; es liegt dies daran, daß den so viel weicheren Steinsalzstäbchen bei der Anfertigung keine so regelmäßige Form zu geben möglich ist. Demgemäß werden auch die Gesetze für die Variation der Dicke mit der Längsrichtung nur

1) W. C. Röntgen u. J. Schneider, Wied. Ann. XXXI p. 1000, 1887.

ziemlich unvollkommen durch die dafür eingeführte Function zweiten Grades dargestellt; namentlich an den Enden finden sich öfter bedeutende Abweichungen, da es vor allen Dingen darauf ankam, die am meisten in Anspruch genommenen mittelsten Theile möglichst streng zu berücksichtigen.

Dimensionen.

W. No. 1. $D = 1500 + \delta$

$\delta =$	12,8	22,6	30,2	35,7	38,8	49,6	53,7
	26,3	32,1	39,0	42,5	46,8	56,5	63,5
	30,6	33,3	38,1	42,6	47,1	56,7	59,6
	22,7	31,7	39,7	45,0	49,0	58,7	66,9
Mittel	23,1	29,9	36,8	41,5	45,4	55,4	60,9
ber.	24,5	29,8	35,4	41,3	47,4	53,8	60,5

$\delta_0 = 41{,}3, \quad \delta_1 = 6{,}0, \quad \delta_2 = 0{,}13.$

$B = 6000 + \beta$

$\beta =$	33	43	43	44	48	45	30
	30	37	40	43	44	40	32
Mittel	31	40	42	43	46	43	31

W. No. 2. $D = 1400 + \delta$

$\delta =$	43,7	50,8	56,2	59,1	62,3	72,0	84,7
	55,6	62,4	67,2	70,8	73,8	83,6	97,6
	56,1	62,7	67,6	71,3	74,6	88,0	101,6
	64,8	72,8	75,8	80,2	83,6	92,5	105,6
Mittel	54,1	62,2	66,7	70,4	73,6	84,1	97,4
ber.	57,9	60,6	64,7	70,0	76,7	84,6	93,9

$\delta_0 = 70{,}0, \quad \delta_1 = 6{,}0, \quad \delta_2 = 0{,}65.$

$B = 6000 + \beta$

$\beta =$	18	22	25	23	22	24	15
	20	23	27	24	25	25	15
Mittel	19	23	26	24	23	24	15

W. No. 8. $D = 1500 + \delta$

$\delta =$	10,1	7,1	8,1	12,4	15,5	20,6	36,1
	19,1	17,5	18,3	22,5	26,0	30,7	35,2
	19,2	17,5	18,1	22,1	27,0	30,3	35,0
	26,2	20,1	25,5	30,0	34,0	38,2	44,5
Mittel	18,6	15,5	17,5	21,7	25,6	29,9	35,2
ber.	15,7	17,1	19,2	22,0	25,6	29,9	34,9

$\delta_0 = 22{,}0, \quad \delta_1 = 3{,}2, \quad \delta_2 = 0{,}37.$

$B = 6000 + \beta$

$\beta =$	26	38	41	45	46	38	26
	34	44	44	46	39	34	23
Mittel	30	41	43	45	43	35	24

G. No. 1. $D = 1400 + \delta$

$\delta =$	43,3	44,0	49,6	63,7	89,8	121,6	155,2
	51,6	52,7	57,3	71,4	96,6	131,0	167,5
	49,9	52,6	57,5	72,6	96,9	130,8	167,3
	54,7	57,5	62,6	77,7	103,3	136,2	169,5
Mittel	49,9	51,7	56,7	71,4	96,6	129,9	164,9
ber.	51,8	50,2	57,0	72,2	95,8	127,8	168,2

$\delta_0 = 72{,}2, \quad \delta_1 = 19{,}4, \quad \delta_2 = 4{,}2.$

$B = 5800 + \beta$

$\beta =$	36	96	115	125	137	150	128
	43	98	117	127	132	139	125
Mittel	40	97	116	126	134	145	126

G. No. 2. $D = 1400 + \delta$

$\delta =$	82,0	90,2	98,4	111,8	130,5	151,0	167,4
	88,2	93,1	102,2	115,2	132,9	154,1	172,9
	84,2	92,5	100,2	113,6	132,5	153,5	173,6
	85,6	92,7	100,5	114,5	133,0	155,1	173,1
Mittel	85,0	92,1	100,3	113,8	132,2	153,4	171,8
ber.	84,8	91,2	101,0	114,3	131,0	151,2	174,8

$\delta_0 = 114{,}2, \quad \delta_1 = 15{,}0, \quad \delta_2 = 1{,}73.$

$B = 5800 + \beta$

$\beta =$	78	98	109	126	125	127	118
	82	100	117	120	124	127	117
Mittel	80	99	113	123	125	127	118

G. No. 3. $D = 1400 + \delta$ $B = 5800 + \beta$

$\delta =$	39,3	47,4	54,7	69,3	89,9	117,4	143,7
	46,9	53,8	60,5	74,4	95,0	123,4	149,5
	47,5	53,4	60,7	74,2	96,0	124,8	147,8
	52,7	58,2	64,2	78,0	99,5	127,0	149,7
Mittel	46,6	53,2	60,0	74,0	95,1	123,2	147,7
ber.	47,8	51,3	60,3	74,7	94,7	120,0	151,0

$\beta =$	76	103	119	126	132	146	118
	76	103	115	126	134	140	119
Mittel	76	103	117	126	133	143	118

$\delta_0 = 74{,}7, \quad \delta_1 = 17{,}2, \quad \delta_2 = 2{,}75.$

G. No. 4. $D = 1300 + \delta$ $B = 5800 + \beta$

$\delta =$	52,4	46,3	40,2	40,9	48,2	57,6	53,3
	58,0	51,2	45,1	46,2	54,4	63,3	61,2
	58,1	52,2	45,3	46,2	54,5	63,6	60,2
	56,4	51,3	44,7	46,2	54,2	63,7	58,2
Mittel	56,2	50,2	43,8	44,9	52,8	62,0	58,2
ber.	54,9	48,8	45,9	46,2	49,7	56,4	66,3

$\beta =$	133	147	118	136	124	85	5
	104	116	120	122	122	87	1
Mittel	119	132	119	129	123	86	3

$\delta_0 = 46{,}2, \quad \delta_1 = 1{,}9, \quad \delta_2 = 1{,}6.$

G. No. 5. $D = 1300 + \delta$ $B = 5800 + \beta$

$\delta =$	40,1	34,9	29,2	27,8	27,6	35,9	45,7
	48,9	41,1	35,0	34,0	34,9	43,5	52,9
	49,1	41,3	35,1	34,1	34,9	43,2	53,9
	47,5	40,3	34,1	33,3	33,1	41,8	51,8
Mittel	46,3	39,4	33,3	32,3	32,6	41,1	51,1
ber.	47,9	38,6	33,3	31,9	34,1	40,2	50,1

$\beta =$	36	59	76	86	91	93	82
	35	59	76	85	91	93	79
Mittel	36	59	76	85	91	93	80

$\delta_0 = 31{,}9, \quad \delta_1 = 0{,}38, \quad \delta_2 = 1{,}91.$

G. No. 6. $D = 1400 + \delta$ $B = 5500 + \beta$

$\delta =$	60,7	54,8	49,7	53,4	57,5	62,7	72,2
	62,7	55,7	51,6	54,8	56,4	62,7	73,8
	63,6	56,3	52,7	54,7	56,9	63,0	71,3
	64,1	55,7	51,6	55,0	56,6	63,3	73,4
Mittel	62,8	55,6	51,4	54,5	56,8	62,9	72,7
ber.	61,4	55,8	53,2	53,6	57,0	63,4	72,8

$\beta =$	27	41	54	65	73	80	89
	28	42	54	64	74	81	85
Mittel	27	42	54	64	74	81	87

$\delta_0 = 53{,}6, \quad \delta_1 = 1{,}9, \quad \delta_2 = 1{,}5.$

Biegungen.

W. No. I. $L = 62{,}17, \quad B = 6041, \quad D = 1541{,}4, \quad P = 80,$

1. Lage $\eta = 172{,}0 \quad 172{,}6 \quad 171{,}7 \quad 171{,}7$
2. Lage $\eta = 173{,}7 \quad 172{,}7 \quad 173{,}4 \quad 173{,}0$

$\eta_{80} = 172{,}6, \quad \eta' = 2{,}4 \qquad E = 4193000.$

W. No. II. $L = 62{,}17, \quad B = 6023, \quad D = 1470{,}6, \quad P = 80,$

1. Lage $\eta = 200{,}1 \quad 199{,}0 \quad 199{,}4$
2. Lage $\eta = 200{,}0 \quad 199{,}7 \quad 199{,}9$

$\eta_{80} = 199{,}6, \quad \eta' = 2{,}4, \qquad E = 4176000.$

W. No. III. $L = 62{,}17, \quad B = 6039, \quad D = 1522, \quad P = 80,$

1. Lage $\eta = 178{,}9 \quad 178{,}5 \quad 179{,}1 \quad 179{,}0$
2. Lage $\eta = 180{,}3 \quad 180{,}2 \quad 179{,}6 \quad 179{,}9$

$\eta_{80} = 179{,}4, \quad \eta' = 2{,}4, \qquad E = 4187000.$

Gesammtmittel $E_w = 4187000, \quad E_w = 23{,}82.10^{-6}.$

wahrscheinlicher Fehler $\pm 3000, \qquad \pm 0{,}02.$

Die früheren Beobachtungen ergaben für E_w den Werth 4186000 — die Abweichung beträgt noch nicht einmal ein halbes Tausendtheil.

G. No. 1. $L = 62{,}17$, $B = 5917$, $D = 1475{,}5$, $P = 80$
1. Lage $\eta = 241{,}0 \quad 240{,}8 \quad 240{,}8$
2. Lage $\eta = 240{,}2 \quad 240{,}1 \quad 240{,}0$
$\eta_{80} = 240{,}5 \quad \eta' = 2{,}6,$ $E = 3490000.$

G. No. 2. $L = 62{,}17$, $B = 5914$, $D = 1515{,}6$, $P = 80$
1. Lage $\eta = 222{,}6 \quad 222{,}4 \quad 222{,}5$
2. Lage $\eta = 224{,}5 \quad 223{,}8 \quad 223{,}7$
$\eta_{80} = 223{,}2, \quad \eta' = 2{,}6,$ $E = 3475000.$

G. No. 3. $L = 62{,}17$, $B = 5935$, $D = 1476{,}8$, $P = 80$
1. Lage $\eta = 237{,}6 \quad 237{,}6 \quad 237{,}2$
2. Lage $\eta = 237{,}8 \quad 236{,}9 \quad 237{,}4$
$\eta_{80} = 237{,}4, \quad \eta' = 2{,}6,$ $E = 3515000.$

G. No. 4. $L = 62{,}27$, $B = 5908$, $D = 1347{,}6$, $P = 80$
1. Lage $\eta = 315{,}8 \quad 315{,}8 \quad 316{,}0$
2. Lage $\eta = 316{,}8 \quad 316{,}4 \quad 316{,}0$
$\eta_{80} = 316{,}3, \quad \eta' = 1{,}2,$ $E = 3480000.$

G. No. 5. $L = 62{,}27$, $B = 5877$, $D = 1333{,}6$, $P = 80$
1. Lage $\eta = 328{,}2 \quad 328{,}1 \quad 328{,}5$
2. Lage $\eta = 329{,}1 \quad 329{,}2 \quad 328{,}8$
$\eta_{80} = 328{,}6, \quad \eta' = 1{,}2,$ $E = 3475000.$

G. No. 6. $L = 52{,}17$, $B = 5562$, $D = 1455{,}0$, $P = 80$
1. Lage $\eta = 157{,}6 \quad 157{,}4 \quad 157{,}4$
2. Lage $\eta = 158{,}7 \quad 158{,}7 \quad 158{,}4$
$\eta_{80} = 158{,}0, \quad \eta' = 2{,}6,$ $E = 3505000.$

Gesammtmittel $E_g = 3490000$, $E_g = 28{,}65.10^{-8}$.
wahrscheinlicher Fehler ± 4000, $\mp 0{,}03$

Die früheren Beobachtungen gaben $E_g = 3482000$, um zwei Tausendtheile kleiner. Trotz einer größeren Zahl benutzter Stäbchen ist der Werth für E_g nicht so zuverlässig wie zu wünschen; die unregelmäßige Gestalt der Stäbchen ist der Grund hierfür.

Drillungen.

W. No. 1. $L = 47{,}95$, $B = 6043$, $D = 1541{,}6$,
rR. $G + 50$, $\sigma = 122{,}0 \quad 122{,}1 \quad 122{,}2 \quad 122{,}7$, $\rho = 1{,}1$
$G + 25$, $\sigma = 67{,}1 \quad 67{,}3 \quad 67{,}2 \quad 67{,}2$, $\rho = 1{,}0$
G , $\sigma = 12{,}6 \quad 12{,}6 \quad 12{,}6$, $\rho = 0{,}6$
lR. $G + 50$, $\sigma = 122{,}4 \quad 122{,}4 \quad 122{,}6 \quad 122{,}6$, $\rho = 1{,}0$
$G + 25$, $\sigma = 67{,}4 \quad 67{,}4 \quad 67{,}5 \quad 67{,}4$, $\rho = 1{,}0$
G $\sigma = 12{,}3 \quad 12{,}2 \quad 12{,}3 \quad 12{,}3$, $\rho = 1{,}0$
$\sigma_{50} = 110{,}0,$ $T = 1296000.$

W. No. 2.	$L = 46{,}91$,	$B = 6024$,	$D = 1471{,}0$,				
lR.	$G + 50$,	$\sigma =$	137,6	137,9	137,9	137,8,	$\rho = 1{,}6$
	$G + 25$,	$\sigma =$	75,7	75,9	75,9	75,8,	$\rho = 1{,}8$
	G ,	$\sigma =$	13,7	13,8	13,9	13,7,	$\rho = 1{,}8$
rR.	$G + 50$,	$\sigma =$	138,0	137,8	138,0	137,7,	$\rho = 1{,}0$
	$G + 25$,	$\sigma =$	75,9	75,8	75,9	76,0,	$\rho = 0{,}9$
	G ,	$\sigma =$	14,4	14,4	14,3	14,4,	$\rho = 0{,}7$
		$\sigma_{50} = 123{,}8$,					$T = 1290000$.
W. No. 3.	$L = 47{,}38$,	$B = 6042$,	$D = 1521{,}9$,				
rR.	$G + 40$,	$\sigma =$	103,1	103,3	103,0	103,0,	$\rho = 0{,}6$
	$G + 20$,	$\sigma =$	57,9	57,6	57,7	57,7,	$\rho = 0{,}6$
	G ,	$\sigma =$	13.0	12,9	12,9	12,9,	$\rho = 0{,}4$
lR.	$G + 40$,	$\sigma =$	104,1	103,6	103,7	103,7,	$\rho = 1{,}4$
	$G + 20$,	$\sigma =$	58,3	58,5	58,4	58,4,	$\rho = 1{,}6$
	G ,	$\sigma =$	13,1	13,1	13,1	12,9,	$\rho = 1{,}2$
		$\sigma_{40} = 90{,}6$					$T = 1291000$.
G. No. 1.	$L = 47{,}22$,	$B = 5924$,	$D = 1478{,}9$,				
rR.	$G + 30$,	$\sigma =$	86,3	86,2	86,1	86,1,	$\rho = 0{,}5$
	$G + 15$,	$\sigma =$	50,3	50,2	50,0	50,2,	$\rho = 0{,}8$
	G ,	$\sigma =$	13,9	14,0	13,8	13,9,	$\rho = 0{,}6$
lR.	$G + 30$,	$\sigma =$	87,0	87,0	87,0	87,0,	$\rho = 0{,}9$
	$G + 15$,	$\sigma =$	50,2	50,3	50,1	50,3,	$\rho = 1{,}0$
	G ,	$\sigma =$	14,0	13,9	13,9	14,0,	$\rho = 1{,}0$
		$\sigma_{30} = 72{,}73$,					$T = 1300000$.
G. No. 2.	$L = 48{,}16$,	$B = 5918$,	$D = 1517{,}2$,				
lR.	$G + 30$,	$\sigma =$	81,9	81,9	82,1	81,9,	$\rho = 1{,}6$
	$G + 15$,	$\sigma =$	47,2	47,2	47,1	47,0,	$\rho = 1{,}6$
	G ,	$\sigma =$	12,7	12,7	12,5	12,5,	$\rho = 2{,}4$
rR.	$G + 30$,	$\sigma =$	82,4	82,7	82,5	82,6,	$\rho = 0{,}7$
	$G + 15$,	$\sigma =$	48,0	48,1	48,0	48,0,	$\rho = 0{,}8$
	G ,	$\sigma =$	13,3	13,4	13,3	13,4.	$\rho = 0{,}6$
		$\sigma_{30} = 69{,}33$,					$T = 1295000$.
G. No. 3.	$L = 46{,}95$,	$B = 5925$,	$D = 1479{,}3$,				
lR.	$G + 30$,	$\sigma =$	87,3	86,7	86,8	86,9,	$\rho = 0{,}8$
	$G + 15$,	$\sigma =$	50.1	50,2	49,9	50,0,	$\rho = 0{,}9$
	G ,	$\sigma =$	14,0	13,9	14,0	14,0,	$\rho = 0{,}8$
rR.	$G + 30$,	$\sigma =$	86,2	86,3	86,5	86,5,	$\rho = 0{,}5$
	$G + 15$,	$\sigma =$	50,0	50,2	50,0	49,7,	$\rho = 0{,}8$
	G ,	$\sigma =$	13,7	13,8	13,9	13,9	$\rho = 0{,}6$
		$\sigma_{30} = 72{,}90$,					$T = 1290000$.

Gesammtmittel $T_w = 1294000$, $T_w = 77{,}29 \cdot 10^{-6}$.

wahrscheinlicher Fehler ± 1200, $\pm 0{,}071$.

Die drei Stäbchen W sind schon früher beobachtet und haben ergeben

damals: 1296 1292 1292,

jetzt: 1296 1290 1291;

bedenkt man, daß fast alle Bestimmungen, die zur Berechnung dieser

Werthe gedient haben, unter veränderten Verhältnissen von Neuem ausgeführt sind, so wird man die Uebereinstimmung als einen Beweis der Zuverlässigkeit der Methode ansehen.

Resultate.

Wir haben gefunden

$$E_w = (23{,}82 \pm 0{,}02) \cdot 10^{-6}, \quad E_g = (28{,}65 \pm 0{,}03) \cdot 10^{-6},$$
$$T_w = (77{,}29 \pm 0{,}07) \cdot 10^{-6}.$$

Hieraus folgt das System:

$$s_{11} = (23{,}82 \pm 0{,}02) \cdot 10^{-6}, \quad s_{44} = (77{,}29 \pm 0{,}07) \cdot 10^{-6}$$
$$s_{12} = -(5{,}165 \pm 0{,}03) \cdot 10^{-6}.$$

Dies bestimmt den allgemeinen Werth des Dehnungscoefficienten:

$$E = [33{,}48 - 9{,}66(\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4)] \cdot 10^{-6};$$

hieraus den Werth für die Octaedernormale $E_o = 30{,}26$[1]); ferner den Ausdruck des Drillungscoefficienten für einen Kreiscylinder:

$$T^0 = [154{,}6 - 77{,}28(\beta^2\gamma^2 + \gamma^2\alpha^2 + \alpha^2\beta^2)] \cdot 10^{-6};$$

hieraus die speciellen Werthe

$$T^0_w = 154{,}6 \cdot 10^{-6}, \quad T^0_g = 135{,}3 \cdot 10^{-6}, \quad T^0_o = 128{,}8.$$

Weiter findet sich der Coefficient der cubischen Compression bei allseitig gleichem Drucke:

$$M = 40{,}47 \cdot 10^{-6}$$

sehr nahe übereinstimmend mit dem aus den früheren Beobachtungen folgenden Werthe. Für Atmosphären als Druckeinheiten giebt dies $4{,}17 \cdot 10^{-6}$. Um den Coefficienten q des thermischen Druckes zu bestimmen sind mit einem demnächst zu beschreibenden kleinen Apparate einige Messungen der thermischen Dilatation für Steinsalz vorgenommen. Sie haben ergeben $a = 0{,}0000406$. Hieraus folgt $q = 301$.

Endlich bestimmen sich die Elasticitätsconstanten des Steinsalzes

$$c_{11} = 4770000, \quad c_{44} = 1294000, \quad c_{12} = 1320000,$$

---

1) Directe Beobachtungen an einigen älteren aus einem andern Krystall gefertigten Stäbchen gaben hierfür 30,69; die Abweichung von über 1% dürfte sich hauptsächlich aus der recht unregelmäßigen Form jener Stäbchen erklären.

sämmtlich nur unmerklich von den früheren Werthen abweichend, obwohl mit viel größerer Unsicherheit behaftet als die s_{44}.

Sylvin.

Die Biegungswiderstände für Sylvin sind von Herrn K. R. Koch[1]) bestimmt worden; dieselben genügen aber nicht, um alle Elasticitätsconstanten oder auch nur den Coefficienten der cubischen Compressibilität zu bestimmen, dessen Kenntniß nach den Beobachtungen von Herrn Röntgen und Schneider[2]) besonders erwünscht ist.

Das Material für die Beobachtung lieferte mit dankenswerther Freundlichkeit die Kgl. Berginspection in Staßfurth: eine Reihe von Krystallen von 2 — 3 cm Kantenlänge, alle streckenweis frei von Einschlüssen und völlig klar. Die Herstellung der Stäbchen hat Herr Dr. Steeg und Reuter in Homburg v. d. Höhe ausgeführt; bei der außerordentlichen Weichheit des Materiales hat sich keine große Genauigkeit der Flächen erreichen lassen; die Resultate sind daher nicht so zuverlässig wie z. B. die für Flußspath oder ähnliche härtere Körper erhaltenen. Die Politur war gut und wurde durch die im vorigen Abschnitt besprochenen Vorsichtsmaßregeln auch so erhalten.

Besondere Schwierigkeiten machte das Einkitten der kurzen Stäbchen in die Fassungen für die Torsionsbeobachtungen, weil dasselbe nicht ohne Anwendung von Wärme möglich war und hierbei leicht die Stäbchen mit Feuchtigkeit beschlugen und so die Politur verloren. Indessen ließ sich diese Gefahr durch Umbauen der zu erwärmenden Stäbchen mit Chlorcalciumstücken einigermaßen vermeiden.

Der sehr geringe Drillungswiderstand ließ alle Fehlerquellen bei den Torsionsbeobachtungen großen Einfluß gewinnen; überdies zwang eine deutliche elastische Nachwirkung zu einer Beschränkung auf sehr kleine Belastungen. Alle diese Umstände wirkten zur Verringerung der Genauigkeit der Beobachtungen zusammen.

Einzelne Stäbchen sind nach der ersten Beobachtung noch einmal abgeschliffen, um von Neuem gemessen zu werden; die dann erhaltenen Angaben sind durch einen oberen Index an der Ordnungsnummer unterschieden.

---

1) K. R. Koch, Wied. Ann. XVIII, p. 325, 1883.

2) W. C. Röntgen u. J. Schneider, Wied. Ann. XXXIV, p. 531, 1888.

Dimensionen.

W. No. 1. $D = 1000 + \delta$ $B = 5200 + \beta$

$\delta =$	14,6	27,0	32,0	28,8	17,6	$\beta =$	49	96	124	148	157
	13,9	30,7	37,8	32,9	22,1		57	99	132	151	155
	17,4	31,9	35,9	34,1	23,7	Mittel	53	98	128	150	156
	20,1	37,5	41,4	35,1	22,4						
Mittel	16,5	31,8	36,8	32,7	21,5						
ber.	16,9	31,3	36,8	33,3	20,9						

$\delta_0 = 36{,}8,\ \delta_1 = 1{,}0,\ \delta_2 = -4{,}47.$

W. No. 1'. $D = 1000 + \delta$ $B = 4000 + \beta$

$\delta =$	17,9	31,3	35,5	29,9	23,5	$\beta =$	106	84	75	50	93
	23,3	31,2	34,3	34,2	26,3		109	86	82	87	93
	21,3	33,6	36,3	33,1	26,9	Mittel	107	85	79	83	93
	28,4	35,7	37,8	36,9	29,6						
Mittel	22,7	32,9	36,0	33,5	26,6						
ber.	22,8	32,3	36,0	34,1	26,4						

$\delta_0 = 36{,}0,\ \delta_1 = 0{,}9,\ \delta_2 = -2{,}84.$

W. No. 2. $D = 1000 + \delta$ $B = 5200 + \beta$

$\delta =$	0,0	21,0	32,0	29,1	20,7	$\beta =$	84	107	126	160	170
	6,3	24,6	32,4	31,3	20,2		98	109	131	174	174
	7,3	23,6	32,4	30,8	21,5	Mittel	91	108	128	167	172
	0,2	24,8	32,2	32,0	25,3						
Mittel	3,5	23,5	32,2	30,8	21,9						
ber.	5,2	26,0	31,7	31,0	25,0						

$\delta_0 = 21{,}7,\ \delta_1 = 2{,}5,\ \delta_2 = -2{,}88.$

W. No. 3. $D = 1000 + \delta$ $B = 5200 + \beta$

$\delta =$	10,6	24,6	34,5	29,6	24,5	$\beta =$	57	95	116	140	157
	13,8	23,8	29,7	31,2	30,8		57	110	124	152	157
	13,0	26,2	33,4	32,2	29,5	Mittel	57	102	120	146	157
	12,6	25,3	31,8	31,7	29,0						
Mittel	12,5	25,0	32,3	31,2	31,0						
ber.	13,6	25,0	31,8	33,2	30,0						

$\delta_0 = 31{,}8,\ \delta_1 = 4{,}1,\ \delta_2 = -2{,}70.$

W. No. 3' $D = 1000 + \delta$ $B = 5200 + \beta$

$\delta =$	13,0	23,2	28,2	29,1	25,5	$\beta =$	57	95	116	140	157
	14,0	26,1	30,2	31,0	27,3		57	110	124	152	157
	15,5	25,0	30,1	31,8	28,8	Mittel	57	102	120	146	157
	15,6	26,0	31,9	32,4	30,1						
Mittel	14,5	25,1	30,1	31,1	27,9						
ber.	14,9	24,8	30,2	31,2	27,7						

$\delta_0 = 30{,}2,\ \delta_1 = 3{,}2,\ \delta_2 = -2{,}22.$

W. No. 4. $D = 1000 + \delta$ $B = 5200 + \beta$

$\delta =$	16,6	22,3	25,1	22,1	14,1	$\beta =$	82	117	137	157	174
	17,2	24,5	29,5	26,9	20,9		78	127	144	163	170
	18,2	24,2	28,4	25,6	20,6	Mittel	80	122	140	160	172
	20,5	27,9	31,2	28,7	23,5						
Mittel	18,1	24,7	28,5	25,8	19,8						
ber.	18,0	25,4	25,2	26,2	19,6						

$\delta_0 = 28{,}2,\ \delta_1 = 0{,}4,\ \delta_2 = -2{,}35.$

W. Nr. 5. $D = 900 + \delta$ $B = 5000 + \beta$

$\delta =$	29,1	41,7	52,4	63,2	65,8	$\beta =$	16	61	70	80	68
	36,0	49,0	59,2	67,8	65,6		22	67	84	80	73
	35,8	47,8	59,0	67,6	66,6	Mittel	19	64	77	80	81
	39,5	49,5	60,0	68,9	69,0						
Mittel	35,1	47,0	57,6	66,9	66,7						
ber.	34,2	47,7	57,9	64,9	65,6						

$\delta_0 = 57{,}9$ $\delta_1 = 8{,}6$, $\delta_2 = -1{,}63$.

W. No. 6. $D = 900 + \delta$ $B = 5000 + \beta$

$\delta =$	23,7	41,2	53,5	64,5	71,6	$\beta =$	55	81	76	58	14
	36,0	51,4	63,0	74,2	80,0		53	71	74	58	17
	37,8	52,0	63,7	74,5	80,4	Mittel	54	76	75	58	16
	45,1	60,2	71,3	82,0	90,6						
Mittel	35,7	51,2	62,9	73,8	80,6						
ber.	35,9	50,6	63,1	73,2	81,1						

$\delta_0 = 63{,}1$, $\delta_1 = 11{,}3$, $\delta_2 = -1{,}16$.

W. No. 7. $D = 900 + \delta$ $B = 5000 + \beta$

$\delta =$	0,9	12,4	22,0	29,3	31,8	$\beta =$	18	47	58	64	66
	7,7	22,8	32,1	39,5	51,0		26	57	64	64	62
	11,8	24,0	33,0	40,5	52,0	Mittel	22	52	61	64	64
	10,6	22,8	30,9	41,7	54,2						
Mittel	7,8	20,5	29,5	37,7	47,2						
ber.	8,7	19,6	29,5	38,4	46,3						

$\delta_0 = 29{,}5$, $\delta_1 = 9{,}4$, $\delta_2 = -0{,}50$.

W. No. 8. $D = 700 + \delta$ $B = 5900 + \beta$

$\delta =$	38,5	41,8	45,7	56,7	74,1	$\beta =$	72	69	59	57	63
	47,0	50,6	54,1	65,3	76,2		75	78	62	48	39
	46,0	56,1	56,9	66,7	75,7	Mittel	73	74	61	52	51
	60,0	66,8	64,8	67,9	76,1						
Mittel	47,9	53,8	55,4	64,2	75,5						
ber.	50,0	51,4	56,1	64,0	75,2						

$\delta_0 = 56{,}1$, $\delta_1 = 6{,}3$, $\delta_2 = -1{,}65$.

G. No. 1. $D = 1000 + \delta$ $B = 5400 + \beta$

$\delta =$	5,0	4,2	16,8	19,0	22,5	$\beta =$	24	40	80	124	165
	11,2	14,3	15,2	19,3	24,3		22	40	88	132	159
	12,5	13,9	15,3	20,2	21,9	Mittel	21	40	84	128	162
	5,9	10,0	9,4	15,5	17,0						
Mittel	8,6	10,6	14,2	18,5	21,4						
ber.	7,8	10,8	14,3	18,2	22,4						

$\delta_0 = 14{,}3$, $\delta_1 = 3{,}6$, $\delta_2 = 0{,}20$.

G. No. 2. $D = 1000 + \delta$ $B = 5400 + \beta$

$\delta =$	21,2	31,0	34,1	33,9	25,9	$\beta =$	− 3	52	91	130	165
	20,7	27,0	31,2	31,4	26,7		− 7	62	90	140	169
	21,5	24,6	28,9	28,2	22,7	Mittel	− 5	57	90	135	167
	24,3	22,1	31,6	25,1	23,8						
Mittel	21,9	26,2	31,4	29,6	24,8						
ber.	20,5	27,8	30,9	29,8	24,7						

$\delta_0 = 30{,}9$, $\delta_1 = 1{,}05$, $\delta_2 = -2{,}07$.

G. No. 8. $D = 1000 + \delta$

$\delta =$	25,4	27,8	30,2	32,7	31,5
	27,0	28,2	30,4	31,4	32,0
	27,5	28,6	30,3	32,2	32,1
	28,3	28,2	29,3	31,2	30,5
Mittel	27,1	28,2	30,1	31,9	31,5
ber.	26,6	28,5	30,2	31,5	32,0

$\delta_0 = 30{,}15,\ \delta_1 = 1{,}35,\ \delta_2 = -0{,}20.$

$B = 4600 + \beta$

$\beta =$	29	43	45	55	60
	28	42	45	56	53
Mittel	29	42	45	55	57

G. No. 4. $D = 1000 + \delta$

$\delta =$	24,3	34,0	37,0	40,1	41,2
	23,3	37,0	39,2	41,3	43,5
	32,0	42,2	44,3	45,1	44,2
	33,2	41,3	45,8	48,0	44,2
Mittel	28,2	38,6	41,6	43,6	43,3
ber.	29,4	37,0	41,9	43,8	42,8

$\delta_0 = 41{,}9,\ \delta_1 = 3{,}35,\ \delta_2 = -1{,}45.$

$B = 5400 + \beta$

$\beta =$	14	62	95	133	170
	7	72	120	156	173
Mittel	10	67	107	144	172

G. No. 4'. $D = 1000 + \delta$

$\delta =$	20,2	28,1	32,3	33,9	32,8
	25,9	31,0	37,3	36,2	35,3
	28,4	30,3	34,1	35,3	35,3
	28,7	34,9	38,0	38,4	37,3
Mittel	25,8	31,1	35,4	36,0	35,2
ber.	25,4	31,5	35,2	36,3	35,0

$\delta_0 = 35{,}2,\ \delta_1 = 2{,}4,\ \delta_2 = -1{,}25.$

$B = 4000 + \beta$

$\beta =$	117	89	91	101	123
	106	95	94	99	117
Mittel	112	92	93	99	120

G. No. 5. $D = 900 + \delta$

$\delta =$	62,1	61,1	61,8	64,9	87,0
	72,0	69,0	70,5	72,8	85,9
	75,9	73,2	74,4	82,1	86,3
	84,4	76,0	75,9	84,0	92,0
Mittel	73,6	69,8	70,6	75,9	87,8
ber.	73,7	69,6	70,5	76,4	87,3

$\delta_0 = 70{,}5,\ \delta_1 = 3{,}4,\ \delta_2 = 2.51.$

$B = 5900 + \beta$

$\beta =$	56	57	48	44	36
	64	60	47	54	33
Mittel	60	58	48	49	34

G. No. 6. $D = 900 + \delta$

$\delta =$	52,8	52,0	42,7	45,8	55,6
	71,1	66,6	62,3	61,4	68,0
	70,3	67,1	62,2	63,4	74,8
	94,8	73,9	71,4	74,0	84,1
Mittel	72,3	64,9	59,7	61,6	70,6
ber.	72,4	63,7	59,8	61,9	68,8

$\delta_0 = 59{,}8,\ \delta_1 = 0{,}9,\ \delta_2 = 2{,}95.$

$B = 5200 + \beta$

$\beta =$	13	39	37	40	23
	14	39	40	42	26
Mittel	14	39	39	41	24

G. No. 7. $D = 900 + \delta$

$\delta =$	60,1	68,0	76,9	86,8	95,7
	60,3	66,9	74,8	84,0	93,8
	60,3	67,3	74,8	84,6	93,0
	58,0	64,9	73,6	81,8	91,6
Mittel	59,7	66,8	75,0	84,3	93,5
ber.	59,6	67,0	75,0	84,0	93,6

$\delta_0 = 75{,}0,\ \delta_1 = 8{,}5,\ \delta_2 = 0{,}40.$

$B = 5500 + \beta$

$\beta =$	70	65	64	57	45
	70	70	67	65	51
Mittel	70	68	66	61	48

G. No. 8. $D = 900 + \delta$

$\delta =$	58,3	63,9	71,0	78,3	85,0
	56,7	67,0	72,6	80,2	84,4
	58,3	66,8	73,5	81,1	84,5
	68,5	71,4	74,8	80,2	83,0
Mittel	60,4	67,3	73,0	80,0	84,2
ber.	60,4	67,0	73,3	79,2	84,6

$\delta_0 = 73{,}3,\ \delta_1 = 6{,}1,\ \delta_2 = -0{,}20.$

$B = 5500 + \beta$

$\beta =$	59	56	53	45	29
	67	60	49	48	36
Mittel	63	58	51	46	33

G. No. 9. $D = 900 + \delta$

$\delta =$	58,2	64,3	69,1	84,8	81,3
	64,0	68,5	73,0	80,0	88,8
	66,4	67,9	73,2	80,0	86,1
	64,2	69,0	74,3	79,0	81,1
Mittel	63,2	67,4	72,4	80,9	84,3
ber.	62,9	67,5	72,9	79,1	86,1

$\delta_0 = 72{,}9,\ \delta_1 = 5{,}8,\ \delta_2 = 0{,}39.$

$B = 5500 + \beta$

$\beta =$	60	56	46	48	33
	62	54	46	42	35
Mittel	61	55	46	45	34

Biegungen.

I. Krystall.

W. No. 1. $L = 32{,}17$ $B = 5320$, $D = 1035{,}0$, $P = 60$

1. Lage, $\eta =$ 75,6 75,6 75,8 75,6
2. Lage, $\eta =$ 75,3 75,5 75,5 75,6

$\eta_{60} = 75{,}6,\ \eta' = 1{,}7,$ $E = 3760000.$

W. No. 2. $L = 32{,}17,$ $B = 5333,$ $D = 1030{,}5,$ $P = 60$

1. Lage, $\eta =$ 76,2 76,4 76,3 76,0
2. Lage, $\eta =$ 77,8 77,5 77,4 77,8

$\eta_{60} = 76{,}9,\ \eta' = 1{,}7,$ $E = 3740000.$

W. No. 3. $L = 32{,}17,$ $B = 5312,$ $D = 1030{,}7,$ $P = 60$

1. Lage, $\eta =$ 76,4 76,2 75,9 75,8
2. Lage, $\eta =$ 77,2 77,3 77,1 77,2

$\eta_{60} = 76{,}6,\ \eta' = 1{,}7,$ $E = 3760000.$

W. No. 4. $L = 30{,}17,$ $B = 5337,$ $D = 1027{,}2,$ $P = 60$

1. Lage, $\eta =$ 64,7 64,5 64,5 64,7
2. Lage, $\eta =$ 63,2 63,3 62,9 64,0

$\eta_{60} = 64{,}0,\ \eta' = 1{,}7,$ $E = 3760000.$

II. Krystall.

W. No. 5. $L = 28{,}20,$ $B = 5066,$ $D = 957{,}3,$ $P = 60$

1. Lage, $\eta =$ 70,4 70,2 70,4
2. Lage, $\eta =$ 69,6 69,5 69,4

$\eta_{60} = 69{,}9,\ \eta' = 2{,}5,$ $E = 3690000.$

W. No. 6. $L = 26{,}37,$ $B = 5061,$ $D = 962{,}7,$ $P = 60$

1. Lage, $\eta =$ 55,9 55,7 55,8
2. Lage, $\eta =$ 56,2 56,0 55,9

$\eta_{60} = 55{,}9,\ \eta' = 2{,}5,$ $E = 3750000.$

W. No. 7. $L = 24{,}36$, $B = 5054$, $D = 925{,}4$, $P = 60$
1. Lage, $\eta =$ 51,2 50,9 50,8
2. Lage, $\eta =$ 50,3 50,5 50,5
$\eta_{60} = 50{,}7$, $\eta' = 2{,}5$, $E = 3690000.$

W. No. 8. $L = 28{,}17$, $B = 5962$, $D = 756{,}8$, $P = 60$
1. Lage, $\eta =$ 118,8 118,4 118,4 118,6
2. Lage, $\eta =$ 119,6 119,0 118,9 118,8
$\eta_{60} = 118{,}8$, $\eta' = 3{,}0$, $E = 369000.$

$L = 26{,}34$
1. Lage, $\eta =$ 98,2 98,0 98,0
2. Lage, $\eta =$ 97,4 97,1 97,1
$\eta_{60} = 97{,}6$, $\eta' = 3{,}0$, $E = 368000.$

Gesammtmittel $E_w = 3724000$, $E_w = 26{,}85 . 10^{-8}$
wahrscheinlicher Fehler $\pm$ 8000, $\pm$ 0,06.

Die für beide Krystalle erhaltenen Werthe stimmen leidlich; für den ersten giebt sich $E_w = 3755000$, für den letzten $E_w = 370000$.

I. Krystall.

G. No. 1. $L = 32{,}17$, $B = 5500$, $D = 1014{,}3$, $P = 60$
1. Lage, $\eta =$ 150,7 150,5 150,7 150,6
2. Lage, $\eta =$ 151,5 150,5 150,5 151,0
$\eta_{60} = 150{,}7$, $\eta' = 2{,}1$, $E = (1920000.)$ [1])

G. No. 2. $L = 30{,}17$, $B = 5491$, $D = 1030{,}1$ $P = 60$
1. Lage, $\eta =$ 118,0 117,9 117,8
2. Lage, $\eta =$ 118,4 118,2 118,6
$\eta_{60} = 118{,}1$, $\eta' = 2{,}1$, $E = 1940000.$

G. No. 3. $L = 29{,}17$, $B = 4646$, $D = 1030{,}1$, $P = 60$
1. Lage, $\eta =$ 125,9 125,7 125,6 125,6
2. Lage, $\eta =$ 124,3 124,2 124,4 124,3
$\eta_{60} = 125{,}0$, $\eta' = 1{,}8$ [2]) $E = 1960000.$

G. No. 4. $L = 28{,}20$, $B = 5502$, $D = 1041{,}3$ $P = 60$
1. Lage, $\eta =$ 93,8 93,3 94,2 93,7
2. Lage, $\eta =$ 94,5 94,7 94,6 94,8
$\eta_{60} = 94{,}1$, $\eta' = 2{,}1$, $E = 1930000.$

G. No. 5. $L = 36{,}17$, $B = 5948$, $D = 971{,}5$ $P = 60$
1. Lage, $\eta =$ 222,3 222,6 222,6
2. Lage, $\eta =$ 224,0 223,6 223,4
$\eta_{60} = 223{,}1$, $\eta' = 2{,}1$, $E = 1940000.$

G. No. 6. $L = 36{,}17$, $B = 5237$, $D = 961{,}6$, $P = 60$
1. Lage, $\eta =$ 259,9 259,7 259,9
2. Lage, $\eta =$ 262,5 262,8 263,7
$\eta_{60} = 261{,}5$, $\eta' = 2{,}1$, $E = 1930000.$

---

1) Diese Beobachtung trägt im Protocoll den Vermerk: „Stäbchen liegt knapp auf den Schneiden auf"; sie ist daher von der Berechnung des Resultates ausgeschlossen.

2) Dies Stäbchen war einzeln geschliffen und nachpolirt, und hat demgemäß andere Breite B und Eindrückung η' ergeben.

II. Krystall.

G. No. 7. $L = 26{,}37$, $B = 5563$, $D = 975{,}2$, $P = 60$

1. Lage, $\eta = 89{,}5 \quad 89{,}6 \quad 89{,}6$

$\eta_{60} = 89{,}6$, $\eta' = 1{,}9$, $E = 2000000.$

G. No. 8. $L = 26{,}37$, $B = 5551$, $D = 973{,}2$, $P = 60$

1. Lage, $\eta = 90{,}7 \quad 91{,}3 \quad 91{,}1$

2. Lage, $\eta = 90{,}8 \quad 91{,}1 \quad 91{,}1$

$\eta_{60} = 91{,}0$, $\eta' = 1{,}9$, $E = 1980000.$

G. No. 9. $L = 26{,}37$, $B = 5548$, $D = 973{,}0$, $P = 60$

1. Lage, $\eta = 90{,}5 \quad 90{,}4 \quad 90{,}4$

$\eta_{60} = 90{,}4$, $\eta' = 1{,}9$, $E = 200000.$

Gesammtmittel $E_g = 1960000$, $E_g = 51{,}0.10^{-8}$

wahrscheinlicher Fehler ± 8000, $\pm 0{,}2$.

Nimmt man die mit dem ersten Krystall erhaltenen Resultate für sich, so giebt sich $E_g = 1940000$; für den zweiten ebenso 1993000. Die Abweichung ist hier nicht unbedeutend.

Herr Koch hat für Sylvin erhalten $E_w = 4010000$, $E_g = 2088000$, — beide Werthe erheblich größer als die von mir gefundenen. Die Abweichung ist kaum durch Beobachtungsfehler zu erklären, — um so weniger, als bei Steinsalz umgekehrt die von mir erhaltenen Werthe die größeren waren; sie scheint im Material begründet zu sein. Ob Herr Koch überhaupt natürliches Sylvin von Staßfurth benutzt hat, wie ich, ist aus seiner Arbeit nicht zu ersehen.

Drillungen.

I. Krystall.

W. No. 1'. $L = 25{,}88$, $B = 4082$, $D = 1034{,}1$

rR.	$G + 6$,	$\sigma =$	88,7	88,9	88,0	88,0, $\rho = 4{,}8$
	$G + 3$,	$\sigma =$	54,7	54,7	54,3	54,4, $\rho = 4{,}8$
	G ,	$\sigma =$	21,1	21,1	21,5	21,2, $\rho = 4{,}6$
lR.	$G + 6$,	$\sigma =$	90,6	89,9	90,0	89,9, $\rho = 4{,}6$
	$G + 3$,	$\sigma =$	55,7	55,4	55,6	55,2, $\rho = 4{,}4$
	G ,	$\sigma =$	21,2	21,5	21,4	21,0, $\rho = 4{,}5$

$\sigma_6 = 68{,}2$, $\delta T = 0$, $T = 663000.$

W. No. 3. $L = 26{,}69$, $B = 5312$, $D = 1029{,}5$

rR.	$G + 10$,	$\sigma =$	103,4	103,4	103,2	103,1, $\rho = 2{,}4$
	$G + 5$,	$\sigma =$	60,5	60,0	59,8	60,4, $\rho = 2{,}9$
	G ,	$\sigma =$	16,8	16,8	17,0,	16,8, $\rho = 2{,}5$
lR.	$G + 10$,	$\sigma =$	104,1	104,2	104,5	104,3, $\rho = 1{,}0$
	$G + 5$,	$\sigma =$	60,6	60,5	60,5,	60,5, $\rho = 1{,}3$
	G ,	$\sigma =$	17,5	17,6	17,4,	17,3, $\rho = 1{,}3$

$\sigma_{10} = 86{,}6$, $\delta T = -8000$, $T = 661000.$

W. No. 3′. $L = 23{,}30$, $B = 5312$, $D = 1028{,}8$

rR.	$G + 10$,	$\sigma =$	91,5	91,3	91,0	91,2,	$\rho = 2{,}0$
	$G + 5$,	$\sigma =$	53,7	53,8	53,5	53,7,	$\rho = 2{,}2$
	G ,	$\sigma =$	14,9	14,7	14,6	14,7,	$\rho = 2{,}0$
lR.	$G + 10$,	$\sigma =$	91,3	91,5	91,6	91,7,	$\rho = 3{,}4$
	$G + 5$,	$\sigma =$	53,8	53,4	53,6	53,8,	$\rho = 3{,}2$
	G ,	$\sigma =$	15,1	15,1	15,0	15,2,	$\rho = 3{,}0$

$\sigma_{10} = 76{,}1$, $\delta T = -4000$, $T = 660000$.

rR.	$G + 10$,	$\sigma =$	90,2	90,4	90,0	90,1,	$\rho = 3{,}4$
	$G + 5$,	$\sigma =$	52,2	51,8	51,4	51,5,	$\rho = 3{,}4$
	G ,	$\sigma =$	14,5	14,0	14,0	13,9,	$\rho = 3{,}4$
lR.	$G + 10$,	$\sigma =$	90,9	90,7	90,7	90,5,	$\rho = 4{,}4$
	$G + 5$,	$\sigma =$	52,6	52,7	52,7	52,8,	$\rho = 4{,}5$
	G ,	$\sigma =$	14,5	14,2	14,4	14,2,	$\rho = 4{,}5$

$\sigma_{10} = 76{,}4$, $\delta T = -4000$, $T = 659000$.

II. Krystall.

W. No. 8. $L = 22{,}32$, $B = 5962$, $D = 757{,}8$

rR.	$G + 6$,	$\sigma =$	106,7	107,1	106,9	106,7,	$\rho = 3{,}3$
	$G + 3$,	$\sigma =$	50,5	50,6	50,6	50,2,	$\rho = 3{,}5$
	G ,	$\sigma =$	15,9	15,8	15,6	15,4,	$\rho = 3{,}4$
lR.	$G + 6$,	$\sigma =$	108,7	108,8	109,0	109,1,	$\rho = 5{,}8$
	$G + 3$,	$\sigma =$	62,7	62,3	62,0	62,0,	$\rho = 6{,}0$
	G ,	$\sigma =$	15,7	15,7	16,2	16,0,	$\rho = 6{,}0$

$\sigma_6 = 92{,}5$, $\delta T = -12000$, $T = 658000$.

I. Krystall.

G. No. 1. $L = 21{,}33$, $B = 5500$, $D = 1014{,}6$

rR.	$G + 10$,	$\sigma =$	83,5	82,9	83,1	83,0,	$\rho = 2{,}0$
	$G + 5$,	$\sigma =$	48,7	48,4	48,1	48,5,	$\rho = 2{,}0$
	G ,	$\sigma =$	13,7	13,6	13,8	14,0,	$\rho = 2{,}0$
lR.	$G + 10$,	$\sigma =$	82,1	82,8	82,9	82,6,	$\rho = 1{,}9$
	$G + 5$,	$\sigma =$	48,5	48,7	47,9	48,1,	$\rho = 1{,}7$
	G ,	$\sigma =$	13,8	14,0	13,9	14,0,	$\rho = 1{,}6$

$\sigma_{10} = 69{,}0$, $\delta T = 0$, $T = 637000$.

G. No. 3. $L = 19{,}45$, $B = 4646$, $D = 1030{,}1$

lR.	$G + 10$,	$\sigma =$	84,2	84,2	83,8	83,8,	$\rho = 3{,}0$
	$G + 5$,	$\sigma =$	48,9	48,8	48,2	48,4,	$\rho = 3{,}1$
	G ,	$\sigma =$	13,2	13,1	13,0	13,1,	$\rho = 3{,}2$
rR.	$G + 10$,	$\sigma =$	85,0	84,6	83,3	83,2,	$\rho = 2{,}0$
	$G + 5$,	$\sigma =$	48,6	48,8	48,1	48,1,	$\rho = 3{,}0$
	G ,	$\sigma =$	13,4	13,2	13,0	13,0,	$\rho = 3{,}2$

$\sigma_{10} = 70{,}9$, $\delta T = 0$, $T = 649000$.

G. No. 4′. $L = 21{,}06$, $B = 4095$, $D = 1034{,}2$

lR.	$G + 6$,	$\sigma =$	67,6	67,8	67,2	67,1,	$\rho = 1{,}4$
	$G + 3$,	$\sigma =$	41,1	41,0	41,5	41,5,	$\rho = 1{,}4$
	G ,	$\sigma =$	16,3	16,2	16,3	16,1,	$\rho = 2{,}6$
rR.	$G + 6$,	$\sigma =$	68,5	68,6	68,7	68,6,	$\rho = 1{,}5$
	$G + 3$,	$\sigma =$	43,0	43,1	42,9	43,1,	$\rho = 1{,}6$
	G ,	$\sigma =$	17,3	17,2	17,2	17,0,	$\rho = 1{,}6$

$\sigma_6 = 51{,}4$, $\delta T = 0$, $T = 660000$.

lR. $G+6$, $\sigma = 66{,}4 \quad 66{,}2 \quad 66{,}0 \quad 66{,}3$, $\rho = 6{,}4$
$G+3$, $\sigma = 40{,}0 \quad 40{,}4 \quad 39{,}8 \quad 40{,}0$, $\rho = 6{,}6$
$G+\ $, $\sigma = 13{,}8 \quad 13{,}9 \quad 14{,}2 \quad 14{,}4$, $\rho = 6{,}8$
$G+6$, $\sigma = 66{,}7 \quad 67{,}1 \quad 65{,}6 \quad 65{,}6$, $\rho = 4{,}5$
$G+3$, $\sigma = 41{,}0 \quad 41{,}0 \quad 40{,}7 \quad 40{,}6$, $\rho = 4{,}5$
$G+\ $, $\sigma = 15{,}4 \quad 15{,}2 \quad 15{,}4 \quad 15{,}3$, $\rho = 4{,}6$
$\sigma_{10} = 51{,}5$, $\delta T = 0$, $T = 658000$.

II. Krystall.

G. No. 6. $L = 25{,}35$, $B = 5237$, $D = 962{,}1$
lR. $G+6$, $\sigma = 78{,}9 \quad 79{,}4 \quad 78{,}7 \quad 78{,}6$, $\rho = 4{,}2$
$G+3$, $\sigma = 49{,}3 \quad 49{,}6 \quad 49{,}7 \quad 49{,}3$, $\rho = 4{,}0$
$G+\ $, $\sigma = 18{,}8 \quad 19{,}1 \quad 18{,}8 \quad 19{,}0$, $\rho = 4{,}3$
rR. $G+6$, $\sigma = 79{,}3 \quad 79{,}3 \quad 79{,}5 \quad 79{,}3$, $\rho = 2{,}5$
$G+3$, $\sigma = 48{,}6 \quad 48{,}6, \quad 49{,}0 \quad 49{,}2$, $\rho = 3{,}3$
$G+\ .$ $\sigma = 19{,}4 \quad 19{,}0 \quad 19{,}0 \quad 19{,}1$, $\rho = 2{,}6$
$\sigma_6 = 60{,}03$, $\delta T = 0$, $T = 642000$.

G. No. 9. $L = 19{,}51$, $B = 5548$, $D = 973{,}6$
lR. $G+10$, $\sigma = 81{,}2 \quad 81{,}4 \quad 81{,}3 \quad 81{,}2$, $\rho = 2{,}1$
$G+5$, $\sigma = 47{,}0 \quad 47{,}0 \quad 46{,}9 \quad 46{,}6$, $\rho = 2{,}1$
$G\ \ $, $\sigma = 13{,}1 \quad 13{,}2 \quad 13{,}1 \quad 13{,}1$, $\rho = 2{,}0$
rR. $G+10$, $\sigma = 80{,}1 \quad 80{,}3 \quad 80{,}5 \quad 80{,}2$, $\rho = 3{,}4$
$G+5$, $\sigma = 45{,}7 \quad 45{,}8 \quad 45{,}7 \quad 45{,}8$, $\rho = 3{,}3$
$G\ \ $, $\sigma = 12{,}8 \quad 12{,}8 \quad 12{,}5 \quad 12{,}5$, $\rho = 3{,}2$
$\sigma_{10} = 68{,}1$, $\delta T = 0$, $T = 660000$.
Gesammtmittel $T_m = 655000$, $T_m = 153{,}0.10^{-8}$
wahrscheinlicher Fehler ± 2000, $\pm 0{,}5$.

Der erste Krystall giebt für sich $T_m = 656000$, der zweite 653000; die Uebereinstimmung ist befriedigend. Der absolute Werth von T ist der kleinste bisher an einem Krystall erhaltene; er erklärt die Schwierigkeit der Messung. Indeß ist die Größe der Abweichung einzelner Resultate wohl zum Theil in Inhomogenitäten des Materiales begründet, denn die an demselben Stäbchen bei Wiederholung der Messung erhaltenen Werthe stimmen vortrefflich.

Resultate.

Aus

$$E_m = (26{,}85 \pm 0{,}06).10^{-8}, \qquad E_g = (51{,}0 \pm 0{,}2).10^{-8},$$
$$T_m = (153{,}0 \pm 0{,}5).10^{-8},$$

folgt zunächst nach den Gleichungen (7) und (11) auf S. 300

$$s_{11} = (26{,}85 \pm 0{,}06).10^{-8}, \qquad s_{44} = (153{,}0 \pm 0{,}5).10^{-8},$$
$$s_{12} = -(1{,}35 \pm 0{,}46);$$

s_{12} ist äußerst klein und bestimmt sich demgemäß ganz unsicher.

Das Gesetz des allgemeinen Dehnungscoefficienten ist hiernach

$$E = [75{,}1 - 48{,}2\,(\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4)] \,.\, 10^{-8};$$

die Aenderung mit der Richtung ist ungewöhnlich stark. Für die Richtung der Octaëdernormale ergiebt sich

$$E_o = 59{,}0 \,.\, 10^{-8}.$$

Der Drillungscoefficient für einen Kreiscylinder ist gegeben durch

$$T^0 = [306{,}0 - 192{,}8\,(\beta^2\gamma^2 + \gamma^2\alpha^2 + \alpha^2\beta^2)] \,.\, 10^{-8},$$

daraus

$$T^0_w = 306{,}0 \,.\, 10^{-8}, \qquad T^0_p = 257{,}8 \,.\, 10^{-8}, \qquad T^0_o = 241{,}7 \,.\, 10^{-8}.$$

Der Coefficient der cubischen Compression wird

$$M = 72{,}3 \,.\, 10^{-8}.$$

Der thermische lineäre Dilatationscoefficient ist durch directe Beobachtungen für Sylvin

$$a = 0{,}0000371.$$

gefunden worden, daraus findet sich der Coefficient des thermischen Druckes

$$q = 154.$$

Schließlich ergeben sich noch folgende Werthe der Elasticitätsconstanten:

$$c_{11} = 3750000, \qquad c_{44} = 655000,$$
$$c_{12} = 198000.$$

Das sehr kleine c_{12} ist kaum bis auf den dritten Theil genau bestimmt; die andern haben die gleiche Genauigkeit wie die s_{kk}, denn c_{44} ist stets gleich $1/s_{44}$, c_{11} wird bei kleinem s_{12} äußerst nahe gleich $1/s_{11}$.

Bemerkung.

Die Herren Röntgen und Schneider haben Beobachtungen über die „relative scheinbare Compressibilität“ von Steinsalz und Sylvin mitgetheilt; es wäre ein großer Fortschritt, wenn es gelänge, von denselben zu zuverlässigen absoluten Bestimmungen zu gelangen.

Ganz abgesehen davon, daß es stets ein Vortheil ist, eine Constante direct zu bestimmen, besitzt die Methode des Piëzometers bedeutende Vorzüge vor der der Biegung und Drillung; die schwierige Bestimmung der in Rechnung zu ziehenden Dimensionen kömmt vollständig in Wegfall und indem man mit viel

größeren Quantitäten der zu untersuchenden Krystalle arbeiten kann, wird man von lokalen Störungen und Inhomogenitäten frei und erhält mit einem Male einen mittleren Werth, zu dessen Auffindung eine große Zahl von Biegungen und Drillungen nöthig ist. Die eigenen Fehlerquellen der Methode lassen sich, wie es scheint, erfolgreich eliminiren.

Hierzu kömmt, worauf ich ganz besonders hinweise, daß der Coëfficient M der cubischen Compressibilität eine Constante ist, welche sich aus den durch Biegung und Drillung erhaltenen Werthen ganz besonders ungenau berechnet.

Meine Beobachtungen ergeben direct die drei Constanten E_w, E_g und T_w; aus diesen folgt nach (7), (11) und (13)

$$M = 3(4E_g - E_w - T_w)$$

und hierin ist in vielen Fällen $4E_g$ sehr wenig von $E_w + T_w$ verschieden, sodaß die Unsicherheiten dieser Größen in der Differenz außerordentlichen Einfluß gewinnen.

Für Sylvin ist z. B.

$$4E_g = 204.10^{-6}, \qquad E_w + T_w = 180.10^{-6}$$

die Differenz $= 24.10^{-6}$ nahe nur der 9. Theil von $4E_g$; ein Fehler von 1 % in dieser Größe und in T_w giebt eine Unsicherheit von fast 20 % in M.

Dieser Umstand ist wohl zu berücksichtigen, wenn man durch directe Beobachtung von M die Werthe der durch Biegungs- und Drillungsbeobachtungen erhaltenen Elasticitätsconstanten s_{kk} oder c_{kk} prüfen will.

Bei Sylvin speciell bietet überdies das Material, wie es scheint, eine Unsicherheit. Während das Gesammtmittel meiner Beobachtungen

$E_w = 26{,}9.10^{-6}$, $E_g = 51{,}0.10^{-6}$, $T_w = 153.10^{-6}$, also $M = 72.10^{-6}$

liefert, folgt aus den mit dem zweiten Krystall allein gefundenen Werthen

$E_w = 27{,}0.10^{-6}$, $E_g = 50{,}2.10^{-6}$, $T_w = 153.10^{-6}$, also $M = 62.10^{-6}$.

Verglichen mit der für Steinsalz erhaltenen Constante $M = 41.10^{-6}$ giebt das Gesammtmittel einer Differenz, welche den von Herren Röntgen und Schneider gefundenen Werth $20{,}7.10^{-6}$ weit übersteigt, während das am zweiten Krystall allein gefundene Resultat genau stimmt.

Nachtrag zu dem Aufsatze über die bildlichen Darstellungen des jugendlichen und unbärtigen Aesculap (Nachr. 1888, n. 6).

Von

Friedrich Wieseler.

Herr Dr. H. Dressel zu Berlin hat in Folge meiner Bitte die Gefälligkeit gehabt mir über die in jenem Aufsatze nach Abbildungen berücksichtigten Münzen nach den im K. Münzcabinet vorhandenen Originalen sehr schätzbare Mittheilungen zu machen, welche ich nicht umhin kann hier zu weiterer Kunde zu bringen.

Die von mir auf S. 149 unten erwähnte Pergamenische Münze anlangend, so sitzt der bärtige Aesculap auch auf zwei Exemplaren des Berlin. Cab. auf einem Sessel (nicht einem Felsen).

Auf dem S. 150 berührten Rheginischen Quincunx, welchen Garrucci Mon. d. Ital. ant. t. CXVI (nicht LXV), n. 12 hat abbilden lassen, „wie gewöhnlich ungenau", windet sich die Schlange um das Scepter.

Auf der S. 151 und S. 155, Anm. 1 nach Fox Gr. coins P. II, pl. III, n. 57 und p. 10, n. 56 besprochenen Münze von Elaia ist Aesculap bärtig und hält in der höchst wahrscheinlich verhüllten Linken nichts.

Das auf S. 152 behandelte Fox'sche Exemplar der unter Hadrian geprägten Münze von Pergamum zeigt in der Rechten der jugendlichen männlichen Figur keine Schlange, wie Fox P. II, p. 7 annahm, sondern deutlich einen Widderkopf. Es ist also ein Mercur gemeint, aber die Annahme, welche ich noch in den eben erschienenen Archäol. Beiträgen I, S. 27 ausgesprochen habe, daß es sich um ein Beispiel dieses Gottes mit dem Attribut der Schlange handeln möge, nicht mehr zu halten.

Ein Abdruck des Fox'schen Exemplars der Caracallamünze von Heraclea (S. 155, Anm.), welchen ich der Güte H. Dressel's verdanke, macht es mir unzweifelhaft, daß ein vermeintlich mit der Linken gehaltener crooked staff (so zu schr.), wie Fox wollte, nicht gemeint sei, aber auch nicht wahrscheinlich, daß es sich um eine zweite Schlange bei Aesculap handele. Vielmehr dürfte ein hinter dem Rücken des thronenden Gottes auf den Boden hinabfallender Zipfel seines Himation zu erkennen sein. Daß der betreffende Gegenstand nicht von der Linken des Gottes gefaßt wird, geht aus dem Abdrucke mit Sicherheit hervor.

Ueber zwei von mir berücksichtigte Münzen konnte H.

Dressel selbst aus den Schätzen des Berliner Museums keine genügende Auskunft geben. „Die S. 151 erwähnte Münze des Septimius Severus von Pionia Mysiae ist zu undeutlich um Bärtigkeit oder Bartlosigkeit festzustellen; vielleicht ist der Bart vorhanden. Ebenso ist unser Exemplar der S. 155 erwähnten Pergamenischen Münze des Severus Alexander zu schlecht erhalten um das Detail der Darstellung zu erkennen". Der Typus der letzten Münze ist von mir nach der Abbildung bei Gessner, welche auf Pedrusi's Mus. Farnes. T. V, T. 21, n. 2 zurückgeht, eingehender besprochen in den Arch. Beiträgen I, S. 34 fg. Ich halte die Beziehung der betreffenden Figur auf Aesculap für wahrscheinlicher als die auf Mercur.

Dagegen hat H. Dressel über die beiden auf S. 155 fg. behandelten Reverstypen auf Münzen von Rhegium beachtenswerthe Data nach den im Berlin. Mus. befindlichen Exemplaren ermitteln können.

Den mit dem Averstypus des Artemiskopfes beschreibt er folgendermaßen: „Nackter Jüngling (mit langem Haar und vielleicht bekränzt), von vorn stehend. Die L. stützt er auf einen langen Stab, an welchem zwei Zacken sichtbar sind; in der vorgestreckten Rechten hält er einen Zweig; auf dem Unterarm steht ein Vogel mit angelegten Flügeln". Den Reverstypus der Münze mit dem Averstypus der Dioskurenköpfe verzeichnet er also: „Nackter Jüngling mit zwei langen Locken (oder sind es die Bänder des nicht sichtbaren Kranzes?) fast von vorn stehend und l. blickend. Die L. stützt er auf einen langen Stab, an welchem zwei Zacken sichtbar sind; in der vorgestreckten R. hält er einen Zweig, während auf seinem Unterarm ein Vogel mit gelüfteten Flügeln r. sich befindet". H. Dressel bemerkt außerdem: „Friedlaender bezeichnet die Figur als „sicheren Apoll" und den Vogel als „seinen Raben"; Garrucci nennt sie „giovane δῆμος". Weder Friedlaender noch Garrucci bemerken, daß der Stab, auf den die Figur sich stützt, nicht ein Scepter ist, sondern ein Zweig oder junger Baumstamm, dessen Aeste abgeschnitten sind. Es sind gewiß diese deutlichen Zweigansätze, welche auf einem mangelhaften Exemplar die Vermuthung veranlaßten, um den Stab winde sich eine Schlange (vgl. Cat. of greek coins in the Brit. Mus., Italy, Rhegium n. 87)." Jener ziemlich übereinstimmend mit Dressel von Cavedoni als baculus nodosus, von R. Stuart Poole als knotted staff bezeichnete Zweig oder Baumstamm, der wie H. Dressel hinzufügt, besonders deutlich ist auf der von ihm an zweiter Stelle beschriebenen Münze, findet sich bei Aesculap mehrfach, vgl. z. B.

die Statuen bei Montfaucon Antiq. expl. T. I, P. 2, pl. CLXXXVI, n. 6 u. CLXXXVII, n. 2 und die Stelle des Apulejus bei Cuper Harpocr., Traj. ad Rhenum MDCLXXXVII, p. 57. Noch öfter kommt er bei dem Sonnen- und Heilgott Harpokrates vor. Auf der von Cuper p. 55 herausgegebenen Statuette erscheinen auch die „abgeschnittenen Aeste" besonders deutlich. Die neue Angabe Dressel's, daß die in Rede stehenden Jünglinge lange Haare haben, spricht nicht gegen die Beziehung desselben auf Aesculap. Ich habe diesen Umstand schon S. 154 fg. berührt. Hier noch Folgendes. In der angeführten, auch S. 147 besprochenen Stelle des Callistratus X heißt es in Betreff eines ἄγαλμα Ἀσκληπιοῦ also: *Πλοκάμων ἕλικες ῥεόμενοι χάρισιν, οἱ μὲν εἰς νῶτα τεθηλότες ἄφετοι κέχυνται, οἱ δὲ ὑπὲρ μετώπου πρὸς τὰς ὀφρῦς ἐπιβαίνονται τοῖς ὄμμασιν, εἰλοῦντες.* Man vergleiche die sitzende Statuette in der Gruppe des Vatican (Mus. Pio-Clem. T. II, t. III, Clarac Mus. de sculpt. T. IV, pl. 546, n. 1151, B, Panofka Asklepios und die Asklepiaden in den phil.-histor. Abhandl. der Berliner Akad. aus dem J. 1845, Taf. III, n. 6), deren Kopf allerdings nicht zugehörig, aber doch sicherlich der eines Aesculap ist. Dichtes an den Spitzen gelocktes Haupthaar, welches vorn tief über die Stirn und hinten über den Nacken herabfällt und von einem Bande zusammengehalten wird, zeigt nach H. Dütschke Ant. Bildwerke in Oberitalien II, n. 503, S. 235 die nach meiner Ansicht sicherlich den Aesculap angehende Büste in Palazzo Orlandi zu Florenz. Um nur einige Beispiele, in denen das an Serapis erinnernde Haar vorn über der Stirn nicht vorkommt, anzuführen, so findet sich das lange lockige bis auf den Nacken hinabfallende Haar an dem Kopfe des bärtigen Aesculap zu Deepdene (A. Michaelis Anc. marbles in Gr. Britain p. 292, n. 41) und auf der Alexandrinischen Münze des Volusianus im Mus. Sanclement. num. t. XXXIV, n. 375. Vgl. außerdem etwa noch die gleichfalls bärtigen Aesculapsköpfe bei Cohen Méd. consul. pl. XLV, n. 5, auf der Münze von Bizya in dem Catal. of the Gr. coins in the Brit. Mus., Thrace, p. 90, n. 10, auch die bei Warwick Wroth im Journ. of Hellen. stud. III, pl. I, n. 11 u. pl. II, n. 10. Für den langhaarigen unbärtigen Aesculap bietet ein Beispiel der jüngst gewiß mit Unrecht als nicht zugehörig betrachtete Kopf der Marmorstatue bei Clarac a. a. O. IV, 545, 1145, Panofka a. a. O. Taf. III, 3, Denkm. d. a. K. II, 60, 776.

Zu S. 148. Dem Vernehmen nach soll sich im Nationalmuseum zu Athen eine große unbärtige Marmorstatue des Aesculap befinden. Genauere Auskunft über dieselbe ist sehr zu wünschen.

Dem über das Vorkommen des Adlers in Beziehung auf Aesculap S. 160 fg. Beigebrachten kann noch hinzugefügt werden der autel consacré à Esculape im Louvre, welchen W. Fröhner, Notice de la sculpt. ant. n. 404 beschrieben hat. Mehr über dieses Werk in den jetzt im Druck liegenden Arch. Beiträgen II [1]).

1) Auf S. 157, Z. 14 ist hinter „abgebildete" ausgefallen „Münze".

Bei der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

Mai 1888.

Fortsetzung.

Verhandlungen der physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg. Neue Folge. XXI. Bd. Würzburg 1888.

Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft. Jahrg. 22. Heft 4. Leipzig 1887.

Ueber Construction flacher Zonenbögen beim Gebrauch der stereographischen Kugel-Projection v. M. Websky. (Aus den Sitzungsber. d. K. Pr. Akademie d. W. zu Berlin.)

Zeitschrift für Naturwissenschaften. Der ganzen Reihe LX. Band. Vierte Folge. Sechster Band. Heft 6.

Königl. bayerische Akademie der Wissenschaften in München.

a. Abhandlungen der mathematisch-physikalischen Classe. Bd. 16. Abth. 2. München 1887.
b. Abhandlungen der historischen Classe. Bd. 18. Abth. 1. München 1888.
c. Monumenta Tridentina v. Aug. v. Druffel. Heft 3. München 1887.
d. Ueber historische Dramen der Römer. Festrede geh. 15. Nov. 1887 in d. K. Ak. d. W. zu M. v. Dr. Karl Meiser. München 1887.

Verhandlungen d. K. K. geologischen Reichsanstalt. N. 5 u. 6. 1888.

Meteorologische Zeitschrift. Jahrg. 5. 1888. Heft 5. Mai.

Mathematische u. naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn. Band 5. Juni 1886 — Juni 1887. Budapest u. Berlin.

Archiv des Vereins für siebenbürgische Landeskunde. Neue Folge. Band 21. Heft 3. Hermannstadt 1888.

Monthly notices of the R. Astronomical Society. Vol. XLVIII. No. 6. Apr. 1888.

Proceedings of the London Mathematical Society. No. 311—313.

Nature. Vol. 38. 966, 967, 968, 969.

Annual report of the Canadian Institute. Session 1886—1887. Toronto.

Proceedings of the Canadian Institute. Third series. Vol. 5. Fasc. No. 2. 1888. Toronto.

Atti della Reale Accademia dei Lincei. Anno CCLXXXV 1888. Rendiconti. Vol. IV. Fasc. 2, 3, 4.

Atti della R. A. dei Lincei. Anno CCLXXIII 1875—76. Serie seconda. Vol. IV. Roma 1887. Serie terza. Memorie della classe di scienze morali, storiche e filologiche. Vol. XII. Roma 1884.

Atti della R. Accademia di scienze morali e politiche di Napoli. Vol. 21. 22. Napoli 1887. 1888.
Società Reale di Napoli. Rendiconto. Anno 26. Gennaio a Dicembre 1887. Napoli 1887.
Bollettino delle pubblicazioni italiane 1888. No. 57. 15. Maggio. Firenze.
Mémoires de la société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux. 3e série. Tome II. Cahier 2. Tome III. Cahier 1.
Bulletin de la société des antiquaires de Picardie. Année 1886. No. 1. 3 et 4.
Mémoires de la société des antiquaires de Picardie. Troisième série. Tome IX.
Observations pluviométriques et thermométriques faites dans le département de la Gironde, de Juin 1885 — Mai 1886. 3me Appendice au tome II. Série 3. des mémoires de la société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux.
Annales du Musée Guimet. Tome X. Paris 1887.
Revue de l'histoire des religions. Année 8. Tome XV. No. 3. Tome XVI. No. 1. 2.
Académie des sciences et lettres de Montpellier.
a. Mémoires de la section des lettres. Tome VIII. 1er fasc. Année 1886—1887.
b. Section des sciences. Tome XI — fasc. 1. Année 1885—1886. Montpellier 1887.
Bulletin de l'Académie royale des sciences et des lettres et des beaux-arts de Belgique 57 année série 3. Tome 15. No. 4.
Materialien zur Mineralogie Rußlands v. N. v. Kokscharow. Band X. St. Petersburg.
Sveriges offentliga bibliotek. Stockholm. Upsala. Lund. Accessions-Katalog. 2. 1887. Stockholm 1888.
Bulletin mensuel de l'observatoire météorologique de l'université d'Upsal. Vol. XIX. Année 1887. Upsal 1887—88.
Johns Hopkins university circulars. Vol. VII. No. 65.
Bulletin of the American Geographical Society. Vol. XIX. Supplement 1887. Vol. XX. No. 1. March 31. 1888.
Report of the superintendent of the nautical almanac for the year ending June 30, 1887.
Informe de la direccion general de Estadistica. 1887. Guatemala.

Nachträge.

Oeuvres complètes de Christian Huygens. Publiées par la société Hollandaise des sciences. Vol. I. La Haye 1888.
Notulen van de Algemeene en Bestuurs-Vergaderingen van het Bataviaasch Gen. van Kunsten en Wetenschappen. Deel XXV. 1887. Aflever. 2. Batavia 1887.
Tijdschrift voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde. Deel XXXII. Aflever. 1. Batavia, s'Hage.
Proceedings of the Royal Society of London. Vol. XLIII. No. 265. Vol. XLIV. No. 266.
Proceedings of the scientific meetings of the Zoological Society of London for 1887. Part. IV. Nov. and Dec.
Transactions of the Zoological Society. Vol. XII. Part. 7.
Annales de la faculté des lettres de Bordeaux. 1888. No. 1.
Acta mathematica 11: 3.
Zeitschrift der deutschen Morgenländischen Gesellschaft. Band 42. Heft 1.
Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Classe d. K. b. Akademie d. W. zu München. 1888. Heft 1.

Juni und Anfang Juli 1888.

Sitzungsberichte d. K. Pr. Akademie d. Wissensch. zu Berlin. No. XXIV, XXV—XXVI, XXVII—XXIX, XXX.

Die Venus-Durchgänge 1874 und 1882. Bericht über d. deutschen Beobachtungen. Bd. III. Berlin 1888.
Physikal.-medizin. Societät in Erlangen.
a. Sitzungsberichte. 19. Heft. 1. Okt. 1886 — 1. Mai 1887. Erlangen 1887.
b. Sitzungsberichte 1887. München 1888.
Die Entwicklung des menschlichen Nagels von A. Kölliker. (Sep.-Abdr. aus Zeitschr. f. wiss. Zoologie. XLVII, 1.
Mittheilungen aus d. naturwiss. Verein f. Neu-Vorpommern u. Rügen. Jahrg. XIX 1887. Berlin 1888.
Naturhistor. Gesellschaft zu Nürnberg.
a. Jahresbericht. 1887.
b. Festschrift zur Begrüßung des XVIII. Kongresses d. deutschen Anthropol. Gesellsch. in Nürnberg. Nürnberg 1887.
C. W. Borchardt's gesammelte Werke hrsg. v. G. Hettner. Berlin 1888.
Leopoldina. Heft XXIV. No. 9—10.
Gerhard vom Rath. Ein kurzes Lebensbild.
Meteorologische Zeitschrift. Jahrg. V. 1888. Heft VI. Juni.
Kgl. Ung. Geolog. Anstalt.
a. Jahresbericht für 1886. Budapest 1888.
b. Publikationen. Ueber die Verwendbarkeit d. Rhyolithe etc. v. L. Petrik. Budapest 1888.
c. Mittheilungen aus d. Jahrbuche. VIII, 6. Der artesische Brunnen v. Szentes v. J. Halaváts. Budapest 1888.
Verhandlungen d. k. k. Geolog. Reichsanstalt. 1888. No. 7. 8.
Kais. Akademie d. Wissenschaften Wien.
a. Mittheilungen d. praehistor. Commission. 1887. No. 1. Wien 1888.
b. Denkschriften. Mathem.-naturw. Classe. Bd. LIII.
Philos.-hist. Classe. Bd. XXXVI. Wien 1888.
c. Sitzungsberichte. Math.-nat. Classe. 1. Abth. Bd. XV, 1—5. Bd. XVI, 1—5. 2. Abth. Bd. XV, 3. 4/5. Bd. XVI, 1. 2. 3/4. 5. 3. Abth. Bd. XV, 1—5. Bd. XVI, 1—5.
Philos.-hist. Classe Bd. CXIV, 2. Bd. CXV.
d. Archiv f. österreich. Geschichte. Bd, 71, 1. 2. Bd. 72, 1.
e. Almanach. 37. Jahrg. 1887.
Ungar. Revue. 8. Jahrg. VI. Heft. Juni. Budapest 1888.
Jahresbericht d. deutschen Lese- u. Redehalle d. deutschen Studenten in Prag f. d. Vereinsjahr 1887. Prag 1888.
Orvos-Természettudományi Értesitö 1888. I. Orvosi Szak. 1. Füzet. II. Természettudományi Szak. 2. Füzet. III. Népszerii Szak. 1. 2. Füzet.
Földtani Közlöni. (Geolog. Mittheilungen.) XVIII 1/2 3/4. Budapest 1888.
Mittheilungen der antiquar. Gesellschaft in Zürich. Bd. XXII, 1. 2. 4. Leipzig 1888.
Astronom. Mittheilungen v. Dr. Rudolf Wolf.
Proceedings of the scientific meetings of the Zoological Society of London for 1888. Part. I. Jan. and Febr.
Nature. Vol. XXXVIII. No. 7. May 1888.
Proceedings of the Royal Society. Vol. XLIV. No. 267.
Proceedings of the London Mathematical Society. No. 314—316.
Journal of the Royal Microscopical Society. 1888. Part. 3. June.

(Fortsetzung folgt.)

Inhalt von No. 12.

W. Voigt, Bestimmung der Elasticitätsconstanten von Steinsalz und Sylvin. — *Friedrich Wieseler*, Nachtrag zu dem Aufsatze über die bildlichen Darstellungen des jugendlichen und unbärtigen Aesculap (Nachr. 1888, n. 6). — Eingegangene Druckschriften.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

Nachrichten

von der

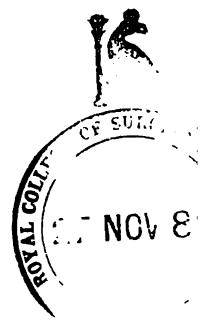
Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

3. October. **№ 13.** 1888.



Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 4. August.

Beiträge zur Hydrodynamik.

Von

Eduard Riecke.

In den beiden ersten Abschnitten der folgenden Mittheilung werden einige Probleme der Hydrodynamik, welche in den gewöhnlichen Darstellungen nur andeutungsweise behandelt werden, im Wesentlichen auf dem Wege graphischer Darstellung weiter verfolgt. Dieselben beziehen sich auf die gleichförmige Bewegung einer Kugel durch eine ruhende Flüssigkeit und auf das Fortschreiten zweier paralleler Wirbelfäden in einer solchen, beziehungsweise eines einzigen Fadens längs einer festen Wand. In beiden Fällen besteht die Aufgabe darin, die Bewegungen der einzelnen Flüssigkeitstheilchen zu bestimmen, welche durch die genannten Vorgänge veranlaßt werden. Der dritte Abschnitt enthält die Resultate einer experimentellen Untersuchung, welche Herr Dr. Krüger auf meine Veranlassung hin unternommen hat, und welche geeignet erscheint, auf den Vorgang der Strahl- und Wirbelbildung einiges Licht zu werfen.

I. Bewegung einer Kugel durch eine ruhende Flüssigkeit.

1. Wir betrachten zuerst den Fall, daß in einer unbegrenzten Flüssigkeit eine einzige Quelle vorhanden ist, von welcher aus

dieselbe nach allen Seiten hin ins Unendliche abströmt. Das Geschwindigkeitspotential ist $\varphi = -\frac{e}{r}$. Von dem Quellpunkt aus ziehen wir eine Linie, welche wir zu der Axe eines Polarkoordinatensystemes machen; wir beschreiben um die Quelle eine Kugel, auf welcher ein Parallelkreis bestimmt wird durch seine Poldistanz ϑ, den Winkel, welchen ein nach einem beliebigen Punkt des Kreises gezogener Radius mit der Axe einschließt. Die Flüssigkeitsmenge, welche in der Zeiteinheit durch eine von dem Parallelkreis ϑ begrenzte Kugelzone hindurch geht, ist gleich $2\pi e(1-\cos\vartheta)$. Wir setzen dieselbe gleich $4\pi\psi$ und erhalten zur Berechnung von ψ die Formel $\psi = \frac{e}{r}(1-\cos\vartheta)$. Für $\vartheta = 0$ ist $\psi = 0$; für $\vartheta = \pi$ ist $\psi = e$. Die Werthe von ϑ für welche ψ der Reihe nach die Werthe 1, 2, 3 . . annimmt, sind durch eine einfache Construktion zu finden. Wir nennen ψ die Strömungsfunktion.

2. Auf einer und derselben Axe x liegen beliebig viele Quellen oder Senken der Flüssigkeit; das Geschwindigkeitspotential ist gegeben durch

$$\varphi = -\frac{e_1}{r_1} - \frac{e_2}{r_2} - \frac{e_3}{r_3} \cdots$$

Sind $\psi_1, \psi_2, \psi_3 \ldots$ die den einzelnen Quellen entsprechenden Strömungsfunktionen, so ist die bei gleichzeitigem Bestehen sämmtlicher Quellen auftretende Strömungsfunktion

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 + \psi_3 + \cdots$$

Dieselbe entsteht durch Superposition aus den Strömungsfunktionen der einzelnen Quellen. Bezeichnen wir durch ρ die Entfernung eines beliebigen Punktes von der x-Axe, so ergeben sich die Strömungsgeschwindigkeiten in der Richtung der letzteren Axe und senkrecht zu derselben mit Hülfe der Formeln

$$u = \frac{2}{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial\rho} \qquad \omega = -\frac{2}{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial x}.$$

Die Flächen konstanten Potentiales sind Rotationsflächen, deren Figurenaxe durch die Linie der Quellen und Senken gegeben ist. Sie werden senkrecht durchschnitten von den Flächen, welche durch Umdrehung der Strömungslinien ψ um die x-Axe erzeugt werden. Wir bezeichnen diese Flächen als Strömungsflächen. Zwei benachbarte unter denselben, welche durch die Werthe ψ und $\psi + d\psi$ bestimmt sein mögen, begrenzen auf einer Fläche konstanten Potentiales einen Ring. Ist dm die Breite desselben, so

ist die in der Zeiteinheit durch ihn gehende Flüssigkeitsmenge gegeben durch

$$2\pi\rho\, dm\sqrt{u^2+\omega^2} = 4\pi\, dm\sqrt{\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\right)^2} = 4\pi\, d\psi.$$

Bezeichnen wir dasjenige Flächenstück, welches auf einer Potentialfläche durch die Strömungsfläche ψ ausgeschnitten wird als den Querschnitt der letzteren, so ergiebt sich der Satz: Die in der Zeiteinheit durch den Querschnitt der Strömungsfläche ψ gehende Flüssigkeitsmenge ist gleich $4\pi\psi$.

3. Es liegt eine Quelle der Flüssigkeit auf dem negativen Zweige der x-Axe in unendlicher Entfernung; für diese ist:

$$\varphi = cx \quad \text{und} \quad \psi = \frac{c}{4}\rho^2.$$

4. Eine auf der x-Axe liegende Quelle vereinigt sich mit einer ebenfalls auf der x-Axe liegenden und gleich mächtigen Senke zu einem Doppelpunkt. Für diesen ist:

$$\varphi = \frac{2ea x}{r^2}, \qquad \psi = -\frac{ea\rho^2}{r^3}$$

oder mit Benutzung der Polarkoordinaten r und ϑ

$$\varphi = \frac{2ea\cos\vartheta}{r^2} \quad \text{und} \quad \psi = -\frac{ea\sin^2\vartheta}{r}.$$

Hier bezeichnet a die halbe Entfernung von Quelle und Senke, $2ea$ das Moment des Doppelpunktes.

Die Curven $\psi = \text{Const}$ sind unter einander ähnlich; sie sind für $\psi = 1, 2, 3, \ldots 8$ auf Tafel I punktirt gezeichnet, wobei $ea = 30$ gesetzt ist.

5. In einer Flüssigkeit, welche in der Richtung der x-Axe mit der konstanten Geschwindigkeit c sich bewegt, befinde sich ein Doppelpunkt, dessen Axe mit der x-Axe zusammenfällt. Das Geschwindigkeitspotential ist:

$$\varphi = \left(c+\frac{2ea}{r^3}\right)x.$$

Die Strömungsfunktion

$$\psi = \left(\frac{c}{4}-\frac{ea}{r^3}\right)\rho^2.$$

Die Strömungslinien für die Werthe $\psi = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20, 30, 40, 50, 60$ sind in der Tafel I durch gestrichelte Curven dargestellt. Die Strömungslinie $\psi = 0$ besteht aus der x-Axe und

aus einem Kreise, dessen Mittelpunkt in dem Doppelpunkt liegt, dessen Radius gleich $\sqrt[3]{\frac{4ea}{c}}$ ist, die entsprechende Strömungsfläche aus der x-Axe und aus der durch Umdrehung jenes Kreises um dieselbe erzeugten Kugel. Die Bewegung der außerhalb dieser Kugel befindlichen Flüssigkeit wird in keiner Weise geändert werden, wenn wir das Innere der Kugel erfüllen mit irgend einer festen Substanz. Es giebt somit unsere Zeichnung ein Bild von der Strömung, welche in einem gleichmäßigen Strome durch das Einsenken einer festen Kugel hervorgebracht wird.

6. Für die Beurtheilung der Strömungsverhältnisse ist es von Wichtigkeit zu wissen, wie ein bestimmter Flüssigkeitsfaden durch die mit verschiedener Geschwindigkeit erfolgende Strömung seiner einzelnen Theilchen im Laufe der Zeit deformirt wird. Unsere Zeichnung giebt die Gestalt desjenigen Flüssigkeitsfadens, welcher zu irgend einer Zeit mit einem zur x-Axe senkrechten Kugeldurchmesser zusammenfällt von Sekunde zu Sekunde durch schwach ausgezogene Linien an.

7. Ertheilt man dem ganzen im Vorhergehenden betrachteten System eine Geschwindigkeit c in einem der Strömung der Flüssigkeit entgegengesetzten Sinne, so kommt die Flüssigkeit im Unendlichen zur Ruhe, während die Kugel mit der Geschwindigkeit c durch dieselbe fortschreitet. Die Bewegungen, welche dabei von den einzelnen Flüssigkeitstheilchen ausgeführt werden, ergeben sich mit Hülfe der im vorhergehenden Abschnitt besprochenen Verschiebungskurven. Diese geben nemlich durch ihren Schnitt mit den Strömungslinien die Punkte an, nach welchen die zu Anfang in einem äquatorialen Durchmesser befindlichen Flüssigkeitstheilchen nach 1, 2, 3 . . Sekunden gelangen, unter der Voraussetzung daß die Kugel ruht und die Flüssigkeit im Unendlichen mit der Geschwindigkeit c strömt. Bewegt sich nun das ganze System mit der Geschwindigkeit c rückwärts, so werden jene Theilchen von den gefundenen Punkten aus in 1 Sekunde um die Strecke c, in 2 Sekunden um $2c$, in 3 Sekunden um $3c$ rückwärts getragen werden. So ergeben sich also die Punkte, nach welchen bei ruhender Flüssigkeit und bewegter Kugel diejenigen Theilchen, welche zu derselben Zeit in einem äquatorialen Durchmesser der bewegten Kugel sich befanden, nach 1, 2, 3 Sekunden gelangen. Die so konstruirten Curven, welche die Bewegung der Theilchen einer Flüssigkeit darstellen, durch welche eine feste Kugel geradlinig mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortschreitet, sind in Tafel I stark ausgezogen.

Die Bewegung besitzt den Charakter einer Wellenbewegung; die Bahnen der einzelnen Flüssigkeitstheilchen sind aber nicht geschlossen, sondern dieselben bestehen in Schleifen, deren Ebene durch die von dem Mittelpunkt der Kugel durchlaufene Axe hindurchgeht; der Endpunkt der Schleife ist gegen den Anfangspunkt verschoben in der Bewegungsrichtung der Kugel. Die Größe der Verschiebung nimmt sehr schnell ab mit der Entfernung, so daß die Bahnen in einiger Entfernung von der Kugel als nahezu geschlossene erscheinen. Kleiner aber immerhin noch bedeutend ist die Abnahme, welche die Amplitude der Bahnen mit der Entfernung von der Kugel erleidet.

II. Zwei geradlinige parallele Wirbelfäden in einer ruhenden Flüssigkeit.

8. Wir nehmen zuerst an, die beiden Wirbelfäden besitzen eine im Raume unveränderliche Lage. Legen wir eine beliebige Ebene senkrecht zu denselben und machen wir diese zu der xy-Ebene eines rechtwinkligen Coordinatensystems, so hängen die Geschwindigkeiten der Flüssigkeit nur ab von x und y, die Bewegung ist in allen zu der xy-Ebene parallelen Ebenen dieselbe. Bezeichnen wir durch r_1 und r_2 die Entfernungen eines beliebigen Punktes von den Schwerpunkten der beiden Wirbelfäden, so wird die Strömungsfunktion gegeben durch den Ausdruck

$$W = -\frac{m}{\pi} \log \frac{r_1}{r_2}.$$

Die Strömungslinien sind gegeben durch

$$\frac{r_1}{r_2} = e^{-\frac{\pi W}{m}}.$$

Dieselben sind Kreise, welche das System der durch die Schwerpunkte gehenden Kreise senkrecht durchschneiden. Durch den Querschnitt eines Ringes, welcher zwischen zwei Strömungslinien, beziehungsweise den ihnen entsprechenden Strömungsflächen enthalten und dessen Höhe gleich der Längeneinheit ist, fließt in der Zeiteinheit eine Flüssigkeitsmenge, welche gegeben ist durch die Differenz der den Grenzflächen entsprechenden Werthe von W.

9. Wir legen das Coordinatensystem xy so, daß der Mittelpunkt desselben mit der Mitte der Centrallinie der beiden Wirbel zusammenfällt; die x-Axe nehmen wir so, daß ihre positive Richtung von dem Wirbel 2 zu dem Wirbel 1 geht. Die Entfernung der Wirbelcentren sei $2a$. Die Geschwindigkeit derjenigen Flüssig-

keitstheilchen, welche sich gerade in der Mitte zwischen den beiden Wirbelfäden befinden ist dann gegeben durch $v = -\frac{2m}{\pi a}$. Wären die beiden Wirbel frei in der Flüssigkeit, so würden sie nicht in Ruhe an derselben Stelle verbleiben können, vielmehr würde jeder derselben diejenige Geschwindigkeit annehmen, welche dem von dem andern herrührenden Impulse entspricht, d. h. es würden beide Wirbel in der Richtung der y-Axe fortschreiten mit der Geschwindigkeit $-\frac{m}{2\pi a}$. Man kann in diesem Falle die Wirbel zu feststehenden machen, wenn man der ganzen Flüssigkeit eine Bewegung im Sinne der positiven x-Axe mit der Geschwindigkeit $\frac{m}{2\pi a}$ ertheilt. Die wirkliche Bewegung der Flüssigkeit wird sich dann ergeben durch Superposition der letzteren Geschwindigkeit mit der von den feststehenden Wirbeln erzeugten. Für diese haben wir im Vorhergehenden die Strömungsfunktion in der Form $-\frac{m}{\pi}\log\frac{r_1}{r_2}$ gegeben; für die erstere würde die Strömungsfunktion durch $-\frac{m}{2\pi a}x$ darzustellen sein. Die Strömungsfunktion der resultirenden Bewegung ist somit:

$$\mathfrak{W} = -\frac{m}{\pi}\log\frac{r_1}{r_2} - \frac{m}{2\pi a}x.$$

Setzen wir $\frac{m}{\pi} = 0{,}8$ und $a = 2$, so werden die Wirbel den in der Mitte zwischen denselben liegenden Flüssigkeitstheilchen eine Geschwindigkeit 0,8 in der Richtung der negativen y-Axe ertheilen. Gleichzeitig wird die Geschwindigkeit, mit welcher die Flüssigkeit in der Richtung der positiven y-Axe strömt, gleich 0,2. Unter Zugrundelegung dieser Annahmen sind die Strömungskurven, für welche $\mathfrak{W}$ die Werthe

0	0,1	0,2	0,3 . . .	0,9	1	1,5	2	3
	−0,1	−0,2	−0,3 . . .	−0,9	−1		−2	

annimmt, in Tafel II gezeichnet. Die ganze Bewegung ist symmetrisch gegen die y-Axe; aus diesem Grunde ist die Zeichnung beschränkt auf die dem positiven Zweige der x-Axe entsprechende Halbebene. Die positive y-Axe und somit auch die Strömung der Flüssigkeit ist nach unten gerichtet. Die Flüssigkeit wird durch die dem Werth $\mathfrak{W} = 0$ entsprechende Strömungsfläche in zwei Theile von verschiedenem Bewegungscharakter zerlegt. Innerhalb

der Fläche $\mathfrak{W} = 0$ besteht die Bewegung in einer Cirkulation der Flüssigkeitstheilchen um die Wirbelfäden herum; diese findet in der gezeichneten Halbebene im Sinne einer Drehung von der x-Axe zur y-Axe statt. Die Fläche $\mathfrak{W} = 0$ umschließt einen stets von denselben materiellen Elementen gebildeten Theil der Flüssigkeit, welchen wir als den Wirbelkörper bezeichnen wollen. Außerhalb der Fläche $\mathfrak{W} = 0$ besteht die Bewegung in einer einfachen Strömung, welche durch die Existenz des Wirbelkörpers in derselben Weise gestört wird, wie durch das Vorhandensein eines festen Körpers. Die Deformation, welche ein der äußeren Flüssigkeit angehörender Flüssigkeitsfaden erleidet, welcher zu irgend einer Zeit mit der x-Axe zusammenfällt, ist in der Zeichnung durch die gestrichelten Linien für die Zeiten von 10, 20 . . 60 Sekunden dargestellt. Im Innern des Wirbelkörpers sind auf den Cirkulationslinien $\mathfrak{W} = 0 \; -0{,}1 \; -0{,}5 \; -1$ die Punkte markirt, in welchen sich nach 1 bis 5 Sekunden die Flüssigkeitstheilchen befinden, welche zu Anfang auf dem inneren Stück der x-Axe lagen.

10. Wir haben im Vorhergehenden die Wirbelfäden zu stehenden gemacht dadurch, daß wir der Flüssigkeit die Geschwindigkeit $\frac{m}{2\pi a}$ in der Richtung der y-Axe ertheilten. Die unter diesen Umständen auftretenden Strömungsverhältnisse sind in Tafel II dargestellt. Verschieben wir nun das ganze System mit der Geschwindigkeit $\frac{m}{2\pi a}$ im Sinne der negativen y-Axe, so wird dadurch die Flüssigkeit im Unendlichen zur Ruhe gebracht. Der Wirbelkörper dagegen, welcher unter den früheren Verhältnissen eine unveränderliche Lage im Raume bewahrte, wird sich jetzt mit der Geschwindigkeit $\frac{m}{2\pi a}$ in der Richtung der negativen y-Axe bewegen. Er wird aber nach wie vor stets aus denselben Flüssigkeitstheilchen bestehen und diese werden in derselben Weise wie früher um die Wirbelfäden circuliren.

Die Bewegung, welche in der ruhenden Flüssigkeit durch das Fortschreiten des Wirbelkörpers erzeugt wird, ist vollkommen dieselbe, wie die durch das Fortschreiten eines festen Körpers erzeugte. Die Curven, in welchen die Flüssigkeitstheilchen dem vorübergehenden Wirbelkörper ausweichen, sind in Tafel II gezeichnet. Für die Dimensionen des Wirbelkörpers ergiebt sich ein Anhaltspunkt daraus, daß in dem Schnittpunkt der Curve $\mathfrak{W} = 0$ mit

der y-Axe $v = 0$ sein muß; es zeigt sich, daß dieser Schnittpunkt mit den beiden Wirbelcentren ein gleichseitiges Dreieck bildet. Der mit der Centrallinie der beiden Wirbel zusammenfallende Durchmesser des Wirbelkörpers ist nahezu gleich $4{,}4a$.

11. Der Flüssigkeitsfaden, welcher zu irgend einer Zeit mit dem zwischen den beiden Wirbelfäden liegenden Stücke der x-Axe zusammenfällt, wird durch die in dem Wirbelkörper vorhandene Cirkulation deformirt. Gleichzeitig nimmt derselbe an der Bewegung des ganzen Wirbelkörpers Theil, wird also in der Richtung der negativen y-Axe verschoben mit der Geschwindigkeit $\frac{m}{2\pi a}$. Die Gestalten, welche der betrachtete Faden nach der Zeit von 1, 2 . . 5 Sekunden annimmt, sind in Tafel III Fig. 1 gezeichnet. Als Querschnitt der Wirbelfäden sind dabei die Curven angenommen, für welche $\mathfrak{W}$ den Werth -2 hat. Die Verschiebungen in der Richtung der y-Axe sind 10 mal vergrößert, um ein störendes Ueberschneiden der einzelnen Curven zu vermeiden. Für die Sekunden 1 und 2 sind die letzteren gezeichnet bis zu dem Querschnitt der Wirbelfäden; für die Sekunde 3 ist die Curve bei dem auf $\mathfrak{W} = -1{,}5$, für die Sekunden 4 und 5 bei dem auf $\mathfrak{W} = -1$ cirkulirenden Theilchen abgebrochen. Die Curven sind im Wesentlichen identisch mit denjenigen, welche man bei der von Reusch angewandten Erzeugungsweise der Wirbel beobachtet, und welche von ihm zuerst beschrieben worden sind [1]). Die Dilatationen des deformirten Flüssigkeitsfadens sind dadurch anschaulich gemacht, daß die Positionen derjenigen Flüssigkeitstheilchen, welche auf den Curven $\mathfrak{W} = -0{,}5\ -1{,}0\ -1{,}5\ -2$ sich bewegen und welche sich zu Anfang in der x-Axe befanden von Sekunde zu Sekunde angegeben sind. Das der Curve $\mathfrak{W} = -2$ angehörende Theilchen, dessen Lagen nur für die beiden ersten Sekunden angegeben sind, würde in 3 Sekunden den Wirbelfaden beinahe 5 mal umlaufen; ebenso oft würde sich in dieser Zeit der Flüssigkeitsfaden um den Wirbelfaden herumschlingen; in 5 Sekunden würde die Zahl der Umschlingungen auf 8 anwachsen.

12. Die ganze Bewegung der Flüssigkeit ist symmetrisch zu der Ebene, welche durch die y-Axe senkrecht zu der xy-Ebene hindurchgeht. Man kann diese Ebene als eine feste Wand in die Flüssigkeit einführen, ohne daß in den Verhältnissen der Bewegung etwas geändert wird. Unsere Zeichnung stellt also auch die Bewegung einer Flüssigkeit dar, welche einerseits durch eine

1) Akademisches Programm. Tübingen 1860.

feste Wand begrenzt wird und in welcher ein dieser Wand paralleler Wirbelfaden fortschreitet. Der Faden umgiebt sich wieder mit einem Wirbelkörper, welcher jetzt auf der einen Seite durch die feste Wand begrenzt wird; dieser Wirbelkörper schreitet wieder in der Richtung der negativen y-Axe mit der Geschwindigkeit $\frac{m}{2\pi a}$ fort.

13. Von den Resultaten, zu welchen die vorhergehenden Betrachtungen geführt haben, dürfte eines eine allgemeinere Bedeutung besitzen. Wir haben gefunden, daß der Wirbelfaden umgeben ist von einer in Cirkulation begriffenen Flüssigkeitsmasse, welche an der Bewegung des Fadens unabhängig von der übrigen Flüssigkeit theilnimmt, und welche wir als den Wirbelkörper bezeichnet haben. Ein solcher Wirbelkörper wird immer auftreten, wenn in einer Flüssigkeit eine Wirbellinie vorhanden ist, welches auch die Gestalt derselben sei. Sind in der Flüssigkeit gleichzeitig mehrere Wirbellinien vorhanden, so werden sie von einem gemeinsamen Wirbelkörper umgeben sein. Dieser Körper wird sich in der Flüssigkeit bewegen in Folge der Bewegung der in ihm enthaltenen Wirbelfäden, gleichzeitig wird aber auch seine Gestalt sich ändern, entsprechend der Aenderung, welche in der relativen Lage der Wirbelfäden eintritt. Sind beispielsweise zwei kreisförmige Wirbel mit gemeinsamer Axe und gleicher Rotationsrichtung gegeben, so wird die Oberfläche des sie umschließenden Wirbelkörpers periodische Pulsationen machen entsprechend dem periodisch sich wiederholenden Durcheinanderschlüpfen der Wirbelringe. Sind die Entfernungen der Wirbelfäden oder einzelner Gruppen derselben unendlich groß gegenüber den Dimensionen der Ringe oder Ringgruppen, so zerfällt der Wirbelkörper in mehrere Theile. Diese getrennten Wirbelkörper bewegen sich in der Flüssigkeit von einander unabhängig, bis sie zusammenstoßen, d. h. bis sie in Entfernungen gelangen, welche ihren Dimensionen gegenüber nicht mehr unendlich groß sind. Beim Zusammenstoßen vereinigen sich die vorher getrennten Wirbelkörper zu einem einzigen, dessen Stabilität oder Instabilität von den Bewegungsverhältnissen der zusammenstoßenden Wirbel abhängig ist.

III. Beobachtungen über Strahl- und Wirbel-Bildung.

14. Zu diesen Beobachtungen, für deren Ausführung ich Herrn Dr. Krüger zu großem Danke verpflichtet bin, diente

eine quadratische Hohlplatte von 75,5 mm Seitenlänge und 6,4 mm Höhe. Dieselbe war durch Einlassen zweier Glasplatten in die ausgekehlten Seiten eines quadratischen Rahmens hergestellt, welcher aus einer 10 mm dicken Messingplatte ausgeschnitten worden war. An zwei gegenüberliegenden Ecken des Quadrates war der Rahmen in der Richtung der Diagonale durchbrochen von Kanälen von 6,4 mm Höhe und 3 mm Breite; die Verbindung mit den Flüssigkeitsbehältern wurde durch Schlauchansätze vermittelt, von gleichem Querschnitt und gleicher Richtung mit den Kanälen. Bei den Beobachtungen wurde die Hohlplatte eingeschaltet in ein System von Röhren, welche die beiden Wasserreservoire R und R_1 heberartig mit einander verbanden. War das ganze System mit Wasser gefüllt, so floß dieses durch die Platte unter einem Drucke, welcher durch die Niveaudifferenz der Behälter R und R_1 gemessen wurde.

Die Constanz dieser Niveaudifferenz wurde durch folgende Einrichtung erhalten. (Taf. III, Fig. 2.) Das eine Reservoir R_1 bestand aus einem cylindrischen Gefäße von dünnem Zinkblech, welches von einer luftdicht verlötheten cylindrischen Büchse B getragen wurde. Diese Büchse war durch 4 rechtwinklig gebogene Träger mit einer Bleiplatte verbunden, so daß die ganze Vorrichtung in dem größeren mit Wasser gefüllten Reservoir R in stabilem Gleichgewichte schwamm. Wurde nun das Gefäß R_1 mit Wasser bis zum Rande gefüllt, so bestand zwischen den Reservoiren R und R_1 eine Niveaudifferenz von 40 mm. Wurden durch einen Heber die beiden Reservoire mit einander verbunden, so strömte das Wasser von R_1 nach R, gleichzeitig hob sich aber der Schwimmer in Folge des verminderten Gewichtes, so daß der Niveauunterschied konstant blieb. Verschieden große Niveauunterschiede wurden durch geeignete Belastung des Schwimmers hergestellt. Der Niveauunterschied wurde mit einem Kathetometer gemessen, an dessen Schlitten in passendem Abstand zwei in Spitzen endigende vertikal nach unten gehende Metallstäbe angebracht waren. Die Spitze des einen wurde auf das Niveau in R, hierauf die Spitze des andern auf das Niveau in R_1 eingestellt und beide male die Stellung des mit dem Schlitten verbundenen Nonius an der Theilung abgelesen. Der Vertikalabstand der Spitzen selbst wurde dadurch bestimmt, daß beide Spitzen nach einander auf dasselbe Niveau eingestellt wurden.

15. Mit den geschilderten Mitteln konnte die Strömung des Wassers durch unsere Platte bei verschiedenen Drucken beobachtet werden. Um die Strömungskurven zur Anschauung zu bringen,

wurden auf den Grund der Platte an geeigneten Stellen Fuchsinkrystalle geklebt, welche bei eingeleiteter Strömung den Ausgangspunkt gefärbter Flüssigkeitsfäden bildeten. Diese wurden auf einer hinreichend durchsichtigen Tafel matten Glases, welche auf die Deckplatte der durchströmten Kammer gelegt wurde, nachgezeichnet und von dieser auf das Papier übertragen. Auf diese Weise sind die Zeichnungen der Tafeln III und IV entstanden. Sie geben ein Bild der Strömung für Niveaudifferenzen welche von 2,03 mm bis 16,50 mm wachsen. Bei dem sehr kleinen Druck von 2,0 mm strömt das Wasser durch die Platte in denselben Curven wie der galvanische Strom. Schon bei einem Druck von 3 mm sind aber zwei zu beiden Seiten der Eintrittsstelle sich bildende Wirbel zu bemerken, welche sich bei wachsendem Drucke mehr und mehr ausbreiten. Bei einem Drucke von 16,5 mm erfüllen sie beinahe ganz die beiden Hälften des quadratischen Raumes; der zwischen den Wirbeln bleibende Kanal wird von einem Strahle ausgefüllt, welcher von der Eintritts- nach der Austrittsstelle hin sich etwas verbreitert, vor der Austrittsstelle selbst eine kleine Ausbuchtung zeigt.

16. Auf den engen Zusammenhang, welcher zwischen Strahlbildung und Wirbelbewegung besteht, hat zuerst von Helmholtz aufmerksam gemacht[1]). Mit Bezug auf seine Bemerkungen möge hier noch eine Beobachtung erwähnt werden, welche mit dem von Reusch angegebenen Apparate angestellt worden ist. Läßt man in dem mit reinem Wasser gefüllten Gefäße einen Strahl gefärbter Flüssigkeit ganz langsam sich erheben, so bemerkt man, wie an diesem in gewissen Intervallen Anschwellungen sich bilden. An der Peripherie derselben entstehen Wirbellinien, welche eine Auflösung des ganzen Strahles in eine Folge kreisförmiger Wirbel herbeiführen. Die gemeinsame Axe dieser Wirbel ist durch die Axe des früheren Strahles gegeben. Häufig beobachtet man weiterhin in sehr schöner Weise das von von Helmholtz zuerst beschriebene Durcheinanderschlüpfen der Ringe.

1) Ueber discontinuirliche Flüssigkeitsbewegungen. Wissensch. Abhandl. Bd. I, S. 146.

Bei der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

Juni und Anfang Juli 1888.

Fortsetzung.

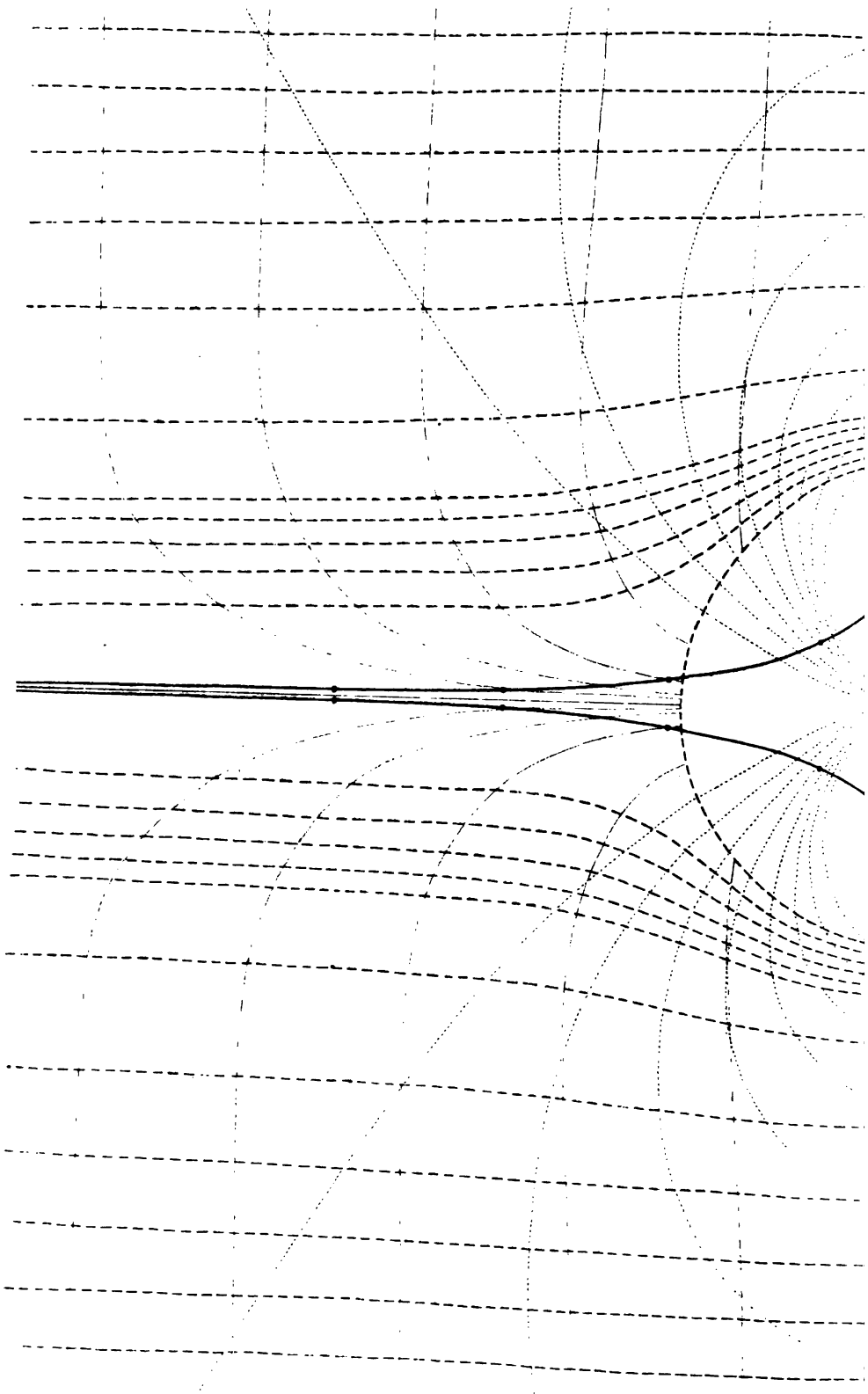
Royal Astronomical Society:
a. Memoirs. vol. XLIX, Part 1. London 1888.
b. Monthly Notices. vol. XLVIII. No. 7. May 1888.
Journal and Proceedings of the Royal Society of New South Wales, for 1887. vol. XXI. 1888.
R. Accademia delle Scienze di Torino:
a. Atti. vol. XXIII. Disp. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12.
b. Verzeichniss der Mitglieder u. Corresp. v. 1886/87. 1887/88.
c. Memorie. Ser. II. Tom. XXXVIII. Torino 1888.
Rendiconto del Circolo Matematico di Palermo. Tomo II. 1888. Fasc. III.
Atti della Reale Accademia dei Lincei. Anno CCXXXV. Ser. IV. Rendiconti. vol. IV. Fasc. 5. 6. 7. 8. Roma 1888.
Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche. T. XX. Sett. & Ott. 1887.
Bollettino delle Pubblicazioni Italiane. 1888. No. 58. 59. 60. Firenze 1888.
Tavola sinottica delle Pubblicazioni Italiane. 1887.
Opere inviate alla R. Accademia negli anni 1886, 1887.
Leçons sur la théorie générale des surfaces par Gaston Darboux. Paris 1888.
Catalogue des monnaies musulmanes de la Bibl. Nat. publ. p. H. Lavoix. Khalifes Orientaux. Paris 1887.
Oeuvres complètes d'Augustin Cauchy. I. Ser. Tom. 6. Paris 1888.
Natuurkundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië. Deel XLVII. 8. Ser. Deel VIII. 1888.
Bijdragen tot de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indië. V, 3. 's Gravenhage 1888.
Académie Royale de Copenhague:
a. Oversigt over det K. Danske Videnskabernes Selskabs Forhandlinger. 1887 No. 3. 1888 No. 1.
b. Mémoires. Classe des sciences. vol. IV No. 6. 7.
Classe des lettres. vol. II No. 1.
Bulletin de l'Académie impér. des Sciences de St.-Pétersbourg. Tome XXXII. No. 2. Juin 1888.
Meteorologische Beobachtungen des Tifliser Physikalischen Observatoriums im Jahre 1886 hrsg. v. J. Mielberg. Tiflis 1888.
Geological and Natural History Survey of Minnesota:
a. 15. Annual Report for 1886. St. Paul 1887.
b. Bulletin No. 2. 3. 4 (letzteres in 3 Exempl.). St. Paul 1887.
Bulletin of the Museum of Comparative Zoölogy at Harvard College in Cambridge. vol. XIV. XV. Cambridge, Mass. 1888.
Memoirs of the Boston Society of Natural History, vol. IV. No. 1—4. Boston 1886—88.

(Fortsetzung folgt.)

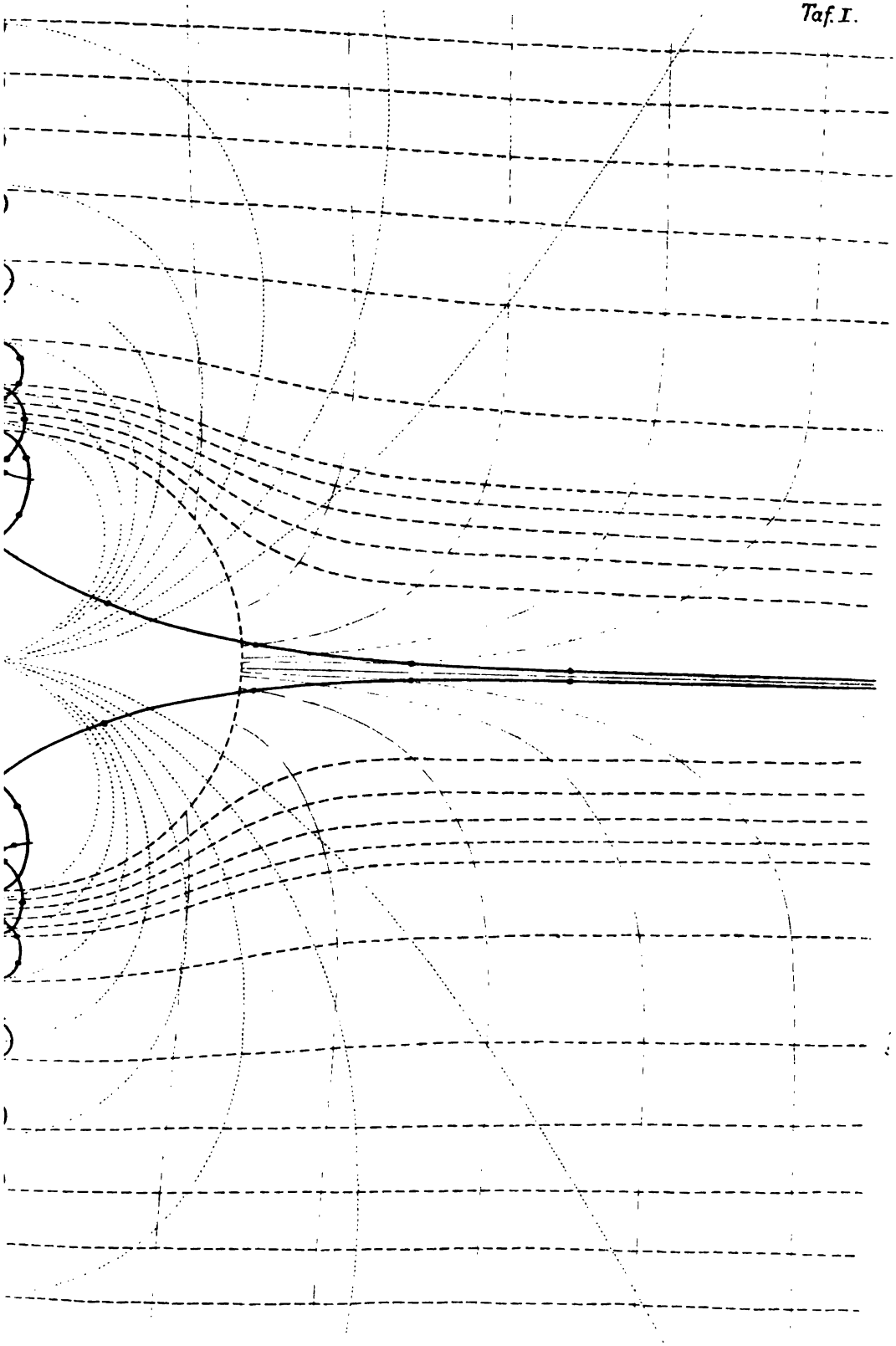
Inhalt von No. 13.
Eduard Riecke, Beiträge zur Hydrodynamik. — Eingegangene Druckschriften.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

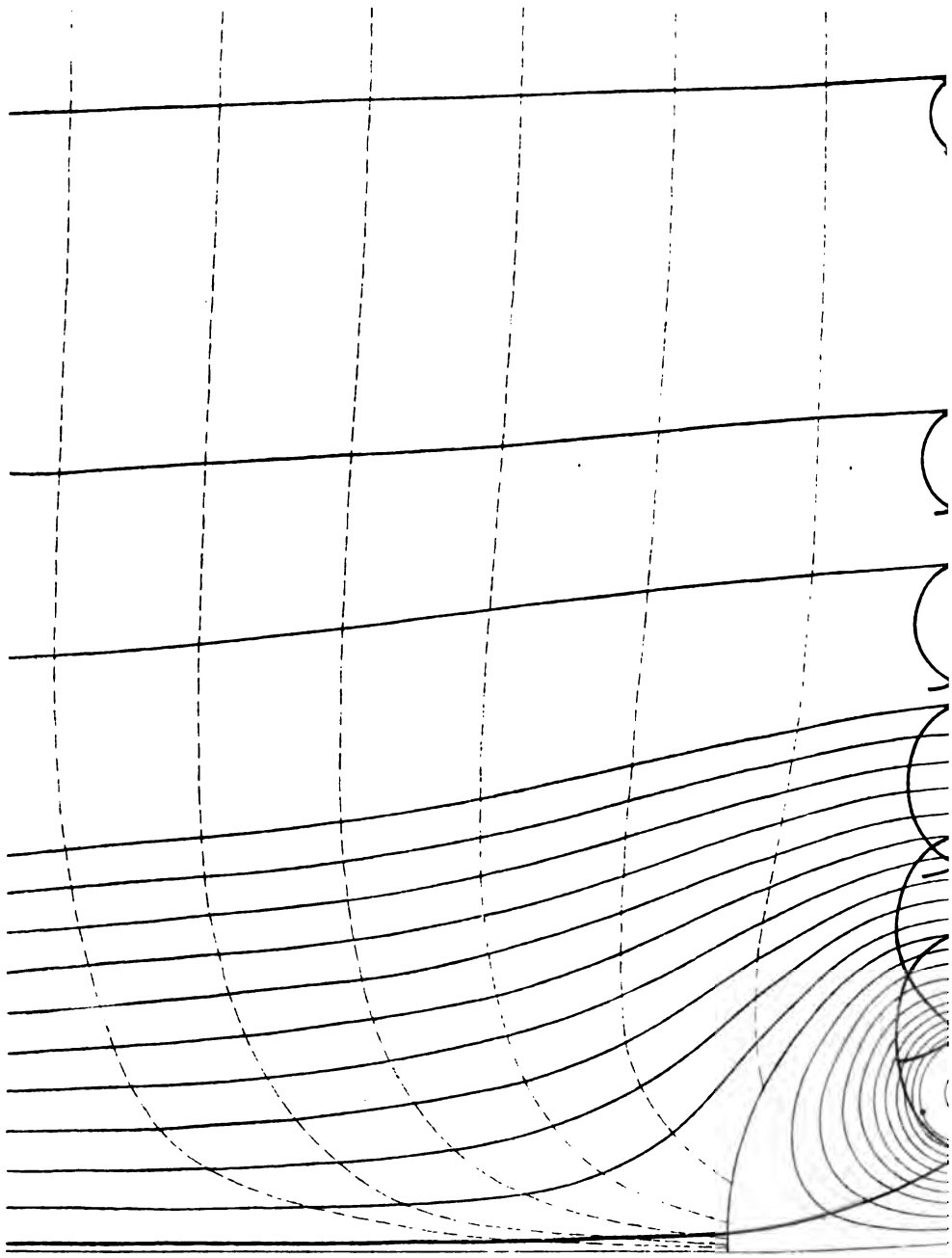
Nachr. d. K. G. d. W. 1888. No 13. S. 347.



Zu: Eduard Riecke, Beiträge zur Hydrodynamik.



Nachr. d. K.G.d.W. 1888. N° 13. S. 347.



Zu: Eduard Riecke, Beiträge zur Hydrodynamik.

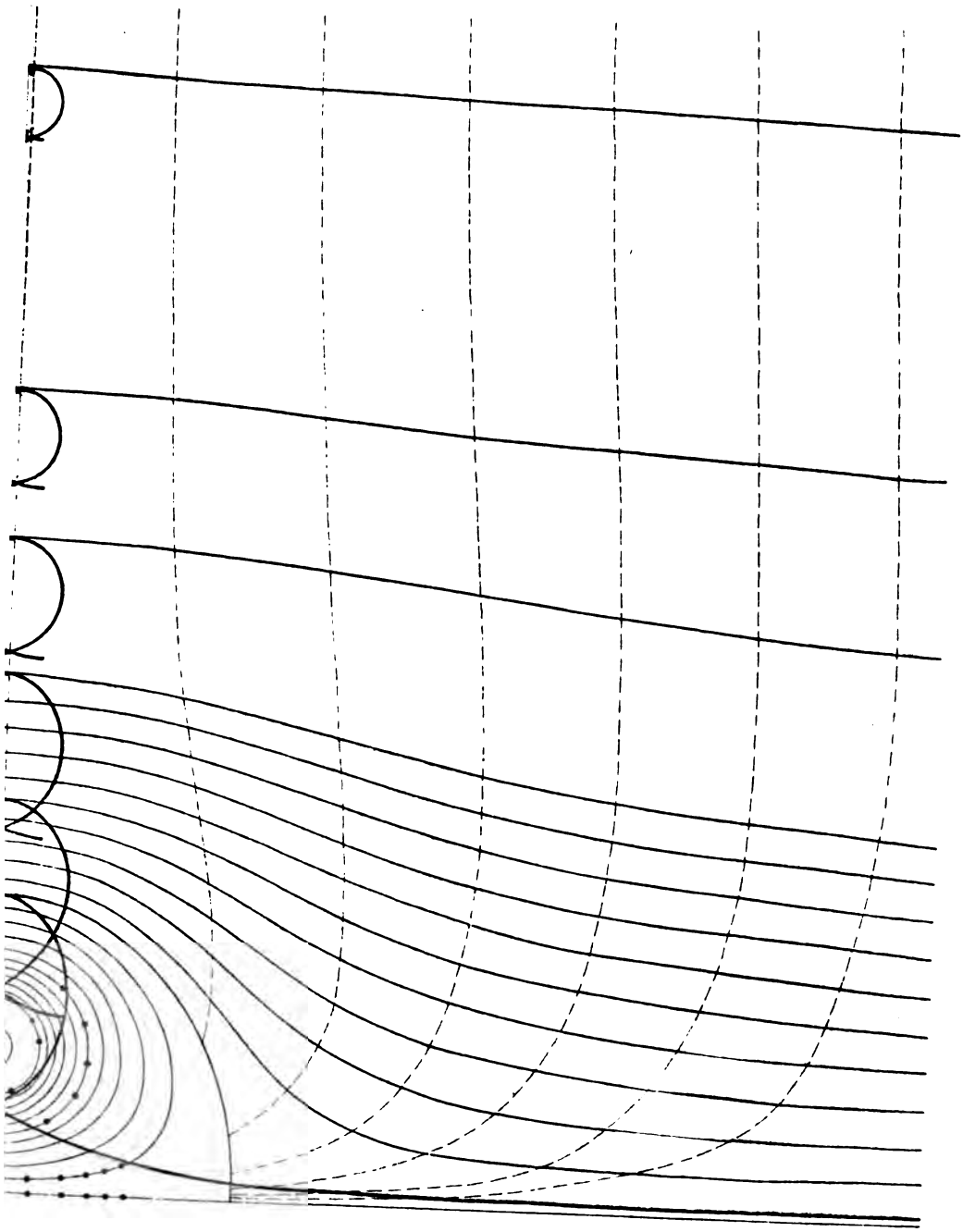
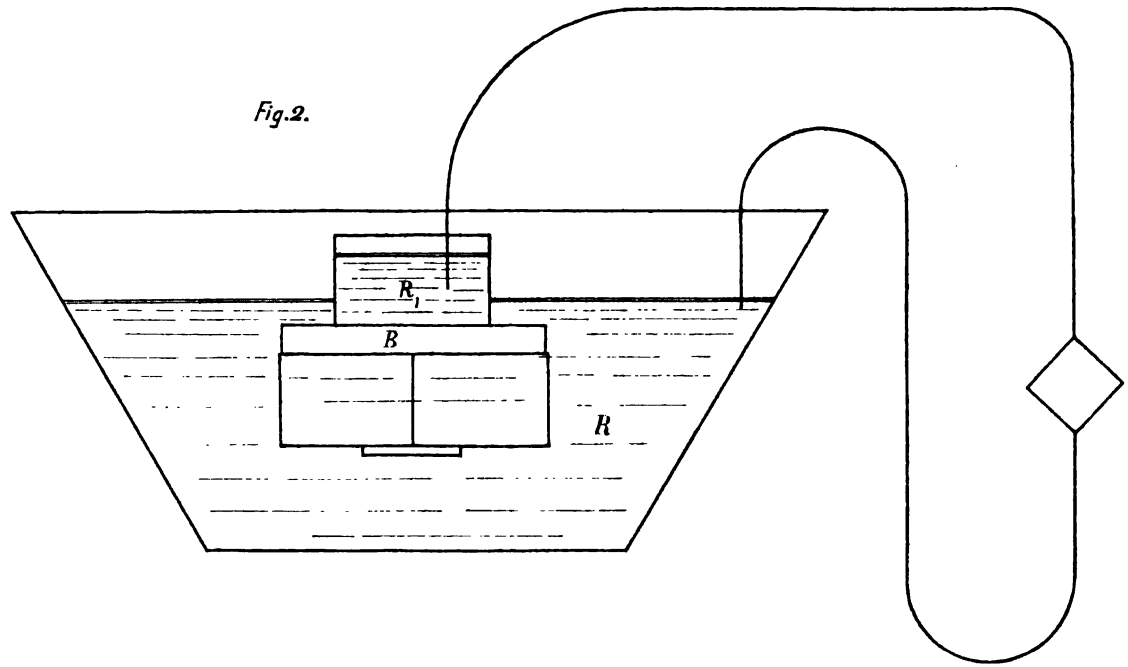


Fig. 2.



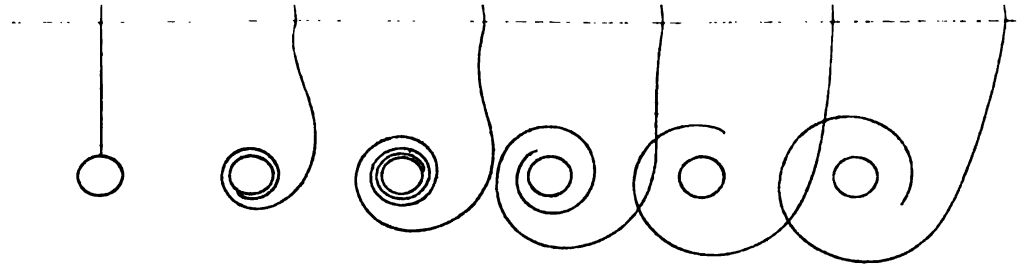


Fig. 1.

Fig. 3. Druck: 2,03 mm.

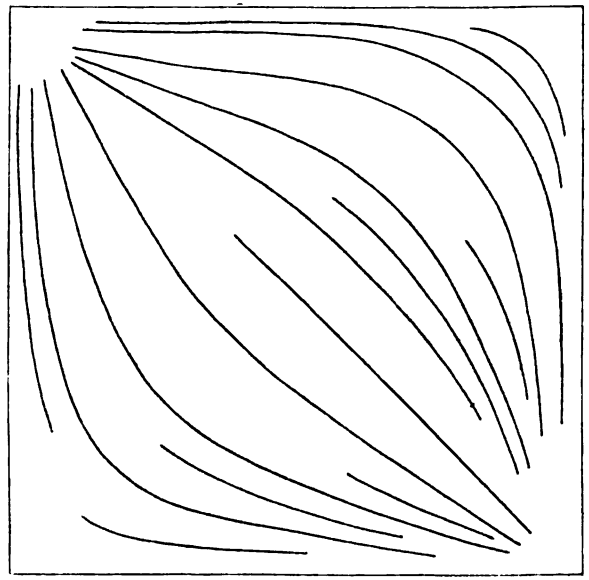
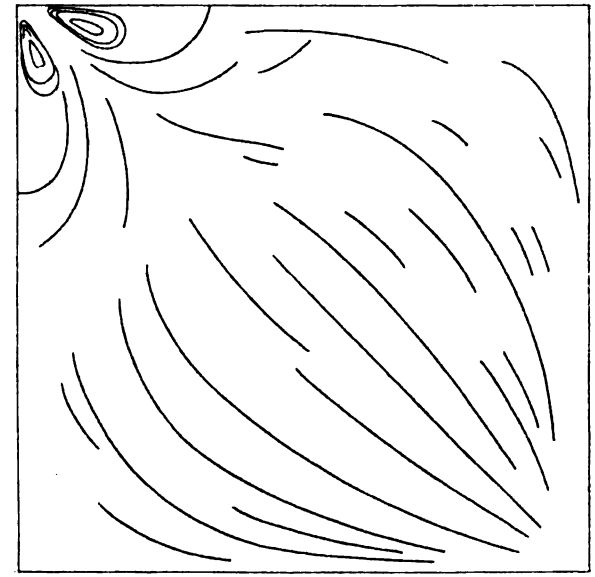


Fig. 4. Druck: 3,61 mm



Zu: Eduard Riecke, Beiträge zur Hydrodynamik.

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

ROYAL COLLEGE OF SURGEONS OF ENGLAND
-1 DEC 88
LIBRARY

7. November. **№ 14.** 1888.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 3. November.

Wieseler: Archäologische Mittheilungen.

de Lagarde: Drei Kapitel aus einer vergleichenden Grammatik semitischer Sprachen.

I. Uebersicht über die im Aramäischen, Arabischen und Hebräischen übliche Bildung des Nomen.

II. Uebersicht über die semitische Conjugation.

III. Ueber die Entstehung der in den semitischen Sprachen vorkommenden Wurzeln zweiter und dritter Bildung.

Sauppe legt vor: a. von Herrn Prof. Bechtel: Kleine Aufsätze zur Grammatik und Etymologie der indogermanischen Sprachen.

b. von Herrn Prof. Hoffory in Berlin: Der germanische Himmelsgott.

Ehlers legt vor: von Herrn Dr. Henking: über die Bildung von Richtungskörpern in den Eiern der Insekten und deren Schicksal.

von Koenen legt die geologische Karte, Blatt Waake und Göttingen vor.

Voigt: über adiabatische Elasticitätsconstanten.

Klein legt vor: von Herrn Dr. Hilbert in Königsberg i. Pr.: Zur Theorie der algebraischen Gebilde.

Ueber adiabatische Elasticitätsconstanten.

Von

W. Voigt.

Den Unterschied zwischen isothermischen und adiabatischen Elasticitätsconstanten hat bereits Maxwell[1]) gemacht; aber er beschränkt sich dabei auf specielle Fälle. So gut man indeß von Volumenänderungen durch allseitigen Druck bei constanter Temperatur oder bei constanter Wärme reden kann, hat dieser Unterschied für jede Art elastischer Deformation Bedeutung und er gewinnt practisches Interesse, da je nach den Umständen beobachtbare Erscheinungen von den isothermischen oder adiabatischen Constanten abhängig sind, — Gleichgewichtserscheinungen im Allgemeinen von den ersteren, gewisse Bewegungserscheinungen hingegen von den letzteren.

1) J. C. Maxwell, Theorie der Wärme, Braunschweig 1878, p. 197.

Die von mir an verschiedenen Orten mitgetheilten Bestimmungen der vollständigen isothermischen Elasticitätsconstanten für isotrope und krystallinische Körper gestatten nun die Aufstellung der bezüglichen vollständigen Systeme der adiabatischen Elasticitätsconstanten und daher auch der adiabatischen Dehnungs- und Drillungscoefficienten. Nebenbei findet sich auch der allgemeine Werth der specifischen Wärmen jener Körper.

Im Folgenden gebe ich zunächst die Entwickelung der Gleichungen der mechanischen Wärmetheorie für krystallinische Körper, die nach den Arbeiten von Thomson[1]), Schiller[2]), Planck[3]) und v. Helmholtz[4]) Neues nicht bringt, gehe dann speciell auf den Fall ein, daß die Temperaturänderungen von der Ordnung der Deformationen, also sehr klein sind, bilde hierfür die allgemeine corrigirte Fourier'sche Wärmegleichung und die allgemeine Bedingung der adiabatischen Deformation. Hierdurch gelange ich zu dem Werthe der adiabatischen Elasticitätsconstanten und denjenigen der aus ihnen gebildeten für alle Anwendungen maßgebenden Determinantenverhältnisse. Es schließt sich daran eine Zusammenstellung von Zahlenwerthen für einige isotrope und krystallinische Körper.

Endlich wird der Einfluß größerer Temperaturänderungen und der Abhängigkeit der Elasticitätsconstanten von der Temperatur in Betracht gezogen.

Bezeichnet man mit Ξ_x, H_x, Z_x .... die ganzen thermisch-elastischen Drucke, bezogen auf die Flächeneinheit, mit X, Y, Z und $\overline{X}$, $\overline{Y}$, $\overline{Z}$ die äußern, resp. Oberflächenkräfte, so gilt bekanntlich für jede Stelle im Innern eines elastischen Körpers:

$$1. \qquad \varepsilon u'' = \varepsilon X - \left(\frac{\partial \Xi_x}{\partial x} + \frac{\partial \Xi_y}{\partial y} + \frac{\partial \Xi_z}{\partial z}\right),$$

. . . . . .

für die Oberfläche hingegen

$$2. \qquad \overline{X} + \overline{\Xi}_n = 0, \ldots.$$

Als natürlichen Zustand bezeichnen wir denjenigen, der sich bei constanter Temperatur Θ_0 einstellt, falls keine äußeren Drucke wirken. Die Verschiebungen, die bei anderen Bedingungen eintreten, seien mit u, v, w bezeichnet.

Dann ist der innere Zustand an jeder Stelle völlig bestimmt

1) W. Thomson, Quart. Journ. of Math. Vol. I, p. 57, 1857.
2) N. Schiller, J. d. russ. phys. Ges. 11, 6 1879, Beiblätter 4, p. 423, 1880.
3) M. Planck, Gleichgewichtszustände isotroper Körper, München 1880.
4) H. v. Helmholtz, Berl. Ber. v. 2. Febr. 1882.

durch die sieben unabhängigen Variabeln

$$x_x = \frac{du}{\partial x}, \quad y_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad z_z = \frac{\partial w}{\partial z},$$

$$y_z = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}, \quad z_x = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \quad x_y = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$$

und die absolute Temperatur Θ, oder statt letzterer die relative Temperatur $\Theta - \Theta_0 = \vartheta$.

Wird mechanisch und calorisch auf den betrachteten Körper eingewirkt, so gilt für die Aenderung seiner Energie E durch die zugeführte Arbeit dS und Wärme dQ die Gleichung

$$dE = dS + A\,dQ. \tag{3}$$

Wir wenden sie auf eine beliebige Stelle des Körpers an und beziehen sie auf die Volumeneinheit.

Dann ist, falls noch Ω die Geschwindigkeit an der Stelle x, y, z bezeichnet:

$$dE = \frac{\partial E}{\partial x_x} dx_x + \frac{\partial E}{\partial y_y} dy_y + \frac{\partial E}{\partial z_z} dz_z + \frac{\partial E}{\partial y_z} dy_z + \frac{\partial E}{\partial z_x} dz_x + \frac{dE}{\partial x_y} dx_y + \frac{\partial E}{\partial \Theta} d\Theta + \frac{\varepsilon d\Omega^2}{2}, \tag{4}$$

$$dQ = \Theta dU^1)$$

$$= \Theta\left(\frac{\partial U}{\partial x_x} dx_x + \frac{\partial U}{\partial y_y} dy_y + \frac{\partial U}{\partial z_z} dz_z + \frac{\partial U}{\partial y_z} dy_z + \frac{\partial U}{\partial z_x} dz_x + \frac{\partial U}{\partial x_y} dx_y + \frac{\partial U}{\partial \Theta} d\Theta\right), \tag{5}$$

und nach leicht ausführbarer Berechnung

$$dS = -(\Xi_x dx_x + H_y dy_y + Z_z dz_z + H_z dy_z + Z_x dz_x + \Xi_y dx_y) + \frac{\varepsilon d\Omega^2}{2} \tag{6}$$

Setzt man diese Werthe in Gleichung (3) ein und dann die Coefficienten der einzelnen Differentiale, die von einander unabhängig sind, für sich gleich Null, so erhält man

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial x_x} &= -\Xi_x + A\Theta \frac{\partial U}{\partial x_x} \\ &\cdots\cdots\cdots \\ \frac{\partial E}{\partial x_y} &= -\Xi_y + A\Theta \frac{\partial U}{\partial x_y} \\ \frac{\partial E}{\partial \Theta} &= A\Theta \frac{\partial U}{\partial \Theta} = -AU + A\frac{\partial U\Theta}{\partial \Theta}. \end{aligned} \tag{7}$$

1) Es wird angenommen, daß die Wärmebewegung in einer Weise stattfindet, die sich nur unendlich wenig von einem umkehrbaren Proceß unterscheidet.

Hieraus folgt

$$8) \qquad \Xi_1 = -\frac{\partial \Phi}{\partial x_1}, \quad \ldots\ldots, \quad \Xi_6 = -\frac{\partial \Phi}{\partial x_6}, \quad AU = -\frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta},$$

wo $\Phi = E - A\vartheta U$ eine Function von $x_1 \ldots x_6$ und ϑ (die freie Energie nach v. Helmholtz) bezeichnet; daher gilt also auch:

$$9) \qquad A\frac{\partial U}{\partial x_1} = \frac{\partial \Xi_1}{\partial \vartheta}, \quad \ldots\ldots, \quad A\frac{\partial U}{\partial x_6} = \frac{\partial \Xi_6}{\partial \vartheta}.$$

Dies ergiebt in (5) eingesetzt:

$$10) \qquad dQ = \frac{\vartheta}{A}\left(\frac{\partial \Xi_1}{\partial \vartheta} dx_1 + \cdots + \frac{\partial \Xi_6}{\partial \vartheta} dx_6\right) + \vartheta \frac{\partial U}{\partial \vartheta} d\vartheta.$$

Da hier links $dQ = \varepsilon C d\vartheta$ ist (unter C die specifische Wärme verstanden), so ergiebt sich durch Nullsetzen aller $dx_1 \ldots dx_6$

$$11) \qquad \mathfrak{C} = \varepsilon c = \vartheta \frac{\partial U}{\partial \vartheta} = -\frac{\vartheta}{A}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \vartheta^2},$$

falls c die sogenannte wahre specifische Wärme, $\mathfrak{C}$ die wahre Wärmecapacität der Volumeinheit bezeichnet, d. h. die Wärmemenge, welche die Temperaturänderung Eins hervorbringt, während die Gestalt sich nicht ändert.

So ergiebt sich schließlich

$$12) \qquad dQ = \varepsilon C d\vartheta = \varepsilon c d\vartheta + \frac{\vartheta}{A}\left(\frac{\partial \Xi_1}{\partial \vartheta} dx_1 + \cdots + \frac{\partial \Xi_6}{\partial \vartheta} dx_6\right).$$

oder kürzer

$$= \varepsilon c d\vartheta - \frac{\vartheta}{A} d_\vartheta \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta}\right).$$

Hieraus folgt eine zweite specifische Wärme, wenn man die Erwärmung bei konstanten Spannungen $\Xi_1 \ldots \Xi_6$ betrachtet.

Man erhält

$$13) \qquad c' = c + \frac{\vartheta}{A\varepsilon}\left(\frac{\partial \Xi_1}{\partial \vartheta}\frac{\partial x_1}{\partial \vartheta} + \cdots + \frac{\partial \Xi_6}{\partial \vartheta}\frac{\partial x_6}{\partial \vartheta}\right).$$

Dabei ist in den ersten Differentialquotienten $x_1 \ldots y_6$, in den zweiten $\Xi_1 \ldots \Xi_6$ constant zu lassen.

Setzt man in (12) $dQ = 0$, so erhält man die Bedingung der adiabatischen Aenderung, d. h. die Temperaturänderung durch bloße Deformation.

Gehört das betrachtete Volumen einem wärmeleitenden Körper an, so ist in leicht verständlicher Bezeichnung:

$$dQ = -\left(\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + \frac{\partial Q_z}{\partial z}\right) dt,$$

also die obige Gleichung

$$-\varepsilon c \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \frac{dQ_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + \frac{\partial Q_z}{\partial z} + \frac{\vartheta}{A}\left(\frac{\partial \Xi_x}{\partial \vartheta}\frac{\partial x_x}{\partial t} + \cdots + \frac{\partial \Xi_y}{\partial \vartheta}\frac{\partial x_y}{\partial t}\right). \quad 14)$$

Diese Formel giebt die allgemeine Correction der Fourier'schen Wärmeleitungsgleichung.

Als Randbedingung bleibt

$$\overline{Q} + \overline{Q}_n = 0. \quad 14')$$

Ein wichtiger Fall ist der, daß die Temperaturänderung ausschließlich Folge der Deformationen und demgemäß ϑ mit jenen erster Ordnung ist. Dann wird man für die Function Φ eine homogene Function zweiten Grades der sieben Argumente $x_x \ldots x_y$ und ϑ zu setzen haben, die in Rücksicht auf (11) so geschrieben werden mag

$$\left.\begin{aligned} 2\Phi = {} & c_{11}x_x^2 + 2c_{12}x_x y_y + 2c_{13}x_x z_z + \cdots \\ & + c_{22}y_y^2 + 2c_{23}y_y z_z + \cdots \\ & + c_{33}z_z^2 + 2c_{34}z_z y_z + \cdots \\ & + c_{44}y_z^2 + 2c_{45}y_z z_x + 2c_{46}y_z x_y \\ & + c_{55}z_x^2 + 2c_{56}z_x x_y \\ & + c_{66}x_y^2 \\ & - 2\vartheta(q_1 x_x + q_2 y_y + q_3 z_z + q_4 y_z + q_5 z_x + q_6 x_y) - \frac{A\varepsilon c\vartheta^2}{\Theta}. \end{aligned}\right| \quad 15)$$

Hieraus folgt dann

$$\left.\begin{aligned} -\Xi_x &= c_{11}x_x + c_{12}y_y + c_{13}z_z + c_{14}y_z + c_{15}z_x + c_{16}x_y - q_1\vartheta = -(X_x + q_1\vartheta), \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ -\Xi_y &= c_{61}x_x + c_{62}y_y + c_{63}z_z + c_{64}y_z + c_{65}z_x + c_{66}x_y - q_6\vartheta = -(X_y + q_6\vartheta), \end{aligned}\right| \quad 16)$$

$$+AU = \frac{A\varepsilon c\vartheta}{\Theta} + (q_1 x_x + q_2 y_y + q_3 z_z + q_4 y_z + q_5 z_x + q_6 x_y). \quad 17)$$

Letztere Gleichung bestimmt also in unserm Falle vollständig die Entropie; der Werth derselben für den natürlichen Zustand ist gleich Null eingeführt. Die allgemeine specifische Wärme C folgt daraus gemäß

$$\varepsilon C d\vartheta = \Theta dU. \quad 17')$$

Θ ist in diesen Gleichungen als Constante anzusehen — nämlich als sehr groß gegen die Aenderung ϑ; c ist constant, d. h. unabhängig von Θ und $x_x \ldots x_y$.

Die $X_x \ldots X_y$ bezeichnen die bei constanter Normaltemperatur

$\Theta = \Theta^0$ oder $\vartheta = 0$ durch Deformationen hervorgerufenen elastischen Drucke.

Ist ϑ von x, y, z unabhängig und wirken auf den Körper keine äußern Drucke, so wird den Hauptgleichungen genügt durch:

18) $$\Xi_x = \cdots = \Xi_y = 0,$$

d. h. $$x_x = a_1\vartheta, \quad \ldots, \quad x_y = a_6\vartheta,$$

wo a_1, a_2, a_3 die Coefficienten der thermischen lineären Dilatationen parallel den Coordinatenaxen, a_4, a_5, a_6 die der thermischen Winkeländerungen dieser Axenrichtungen sind.

Die lineäre thermische Dilatation in einer durch die Richtungscosinus α, β, γ bestimmten Richtung ist dann gegeben durch

18') $$\tau_l = a\vartheta = (a_1\alpha^2 + a_2\beta^2 + a_3\gamma^2 + a_4\beta\gamma + a_5\gamma\alpha + a_6\alpha\beta)\vartheta;$$

analog bestimmt sich die thermische Winkeländerung zwischen zwei Richtungen λ_1 und λ_2, die durch $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ und $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ gegeben sind:

18'') $$\varphi_{12} = a'\vartheta = [2(a_1\alpha_1\alpha_2 + a_2\beta_1\beta_2 + a_3\gamma_1\gamma_2) + a_4(\beta_1\gamma_2 + \gamma_1\beta_2) + a_5(\gamma_1\alpha_2 + \alpha_1\gamma_2) + a_6(\alpha_1\beta_2 + \beta_1\alpha_2)]\vartheta.$$

Es findet sich nach (16):

19) $$q_h = a_1 c_{h1} + \cdots + a_6 c_{h6} \quad \text{für } h = 1, 2 \ldots 6,$$

und durch Umkehrung

20) $$a_h = q_1 s_{h1} + \cdots + q_6 s_{h6},$$

wo die s_{hk} leicht angebbare Determinantenverhältnisse in den c_{hk} sind.

Ihre Benutzung läßt aus (16) sogleich hervorgehen das System:

21) $$\left|\begin{array}{l} -x_x = s_{11}\Xi_x + \cdots + s_{16}\Xi_y - a_1\vartheta, \\ \quad\cdots\cdots\cdots\cdots \\ -x_y = s_{61}\Xi_x + \cdots + s_{66}\Xi_y - a_6\vartheta; \end{array}\right.$$

22) $$\left| AU = \frac{A\varepsilon c'\vartheta}{\Theta} - (a_1\Xi_x + \cdots + a_6\Xi_y), \right.$$

worin c' die specifische Wärme bei constanter Spannung sich ergiebt in Uebereinstimmung mit (13):

23) $$c' = c + \frac{\Theta}{A\varepsilon}(q_1 a_1 + \cdots + q_6 a_6).$$

Wie c von $x_x \ldots x_y$ und ϑ, so ist also auch c' von $\Xi_x \ldots \Xi_y$ und ϑ unabhängig; man kann daher die Spannungen, welche darin vorausgesetzt sind und constant erhalten werden sollen, gleich den

bei allseitig gleichem Druck p eintretenden nehmen ohne den Werth zu ändern, also c' mit dem gebräuchlichen c_p ohne Weiteres vertauschen.

Nicht ebenso ist c mit dem gebräuchlichen c_v identisch zu setzen, denn es sind, wie sich zeigen wird, bei Krystallen Deformationen denkbar, die ohne Volumenänderung stattfinden und doch auf die specifische Wärme Einfluß haben. Unser c ist also specieller als c_v; um es c_p entsprechend anschaulich zu bezeichnen wollen wir

$$c = c_d$$

setzen, was heißen soll: specifische Wärme bei constanter Deformation.

Das allgemeinere c_v ist durch (17) und (17') gegeben, wenn darin

$$dx_x + dy_y + dz_z = 0;$$

c_v kann also unendlich viele Werthe annehmen.

Setzt man in die Gleichung $dQ = \Theta\, dU$

$$dQ = -\frac{\partial Q_x}{\partial x} - \frac{\partial Q_y}{\partial y} - \frac{\partial Q_z}{\partial z}$$

und für dU den aus (17) oder (22) folgenden Werth, so resultirt die speciellere, d. h. für sehr kleine Temperaturänderungen gültige Differentialgleichung der Wärmebewegung.

Für dreifach symmetrische Krystalle ist $q_4 = q_5 = q_6 = 0$, $a_4 = a_5 = a_6 = 0$ und folgt, falls $\varkappa_1, \varkappa_2, \varkappa_3$ die Wärmeleitungsfähigkeiten parallel den Hauptaxen bezeichnen, aus (17):

$$\varepsilon c_d \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \varkappa_1 \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \varkappa_2 \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \varkappa_3 \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} - \frac{\Theta}{A}\left(q_1 \frac{\partial x_x}{\partial t} + q_2 \frac{\partial y_y}{\partial t} + q_3 \frac{\partial z_z}{\partial t}\right), \quad 24)$$

während gleichzeitig gilt:

$$\left.\begin{aligned} q_h &= a_1 c_{h1} + a_2 c_{h2} + a_3 c_{h3} \quad \text{für } h = 1, 2, 3 \\ \text{und} \\ c_p - c_d &= \frac{\Theta}{A\varepsilon}(q_1 a_1 + q_2 a_2 + q_3 a_3). \end{aligned}\right| \quad 25)$$

Für reguläre Krystalle und unkrystallinische Medien ist:

$$q_1 = q_2 = q_3 = q, \quad a_1 = a_2 = a_3 = a, \quad \varkappa_1 = \varkappa_2 = \varkappa_3 = \varkappa$$

und

$$\varepsilon c_d \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \varkappa \Delta \vartheta - \frac{\Theta q}{A} \frac{\partial \delta}{\partial t}, \quad 26)$$

worin $\delta = x_x + y_y + z_z$ gesetzt ist. Wegen der Gleichheit der q_h ist nach (17) bei regulären Krystallen und unkrystallinischen Medien c_v mit c_d identisch.

Ferner ist:

$$\left.\begin{aligned} q &= a(c_{11}+2c_{12}) = a/(s_{11}+2s_{12}), \\ c_p - c_v &= c_p - c_d = \frac{3q\,a\Theta}{A\varepsilon}, \end{aligned}\right| \qquad 27)$$

und daher Gleichung (26) auch

$$27') \qquad \varepsilon c_v \frac{\partial\vartheta}{\partial t} = \varkappa\Delta\vartheta - \frac{\varepsilon(c_p - c_v)}{3a}\frac{\partial\delta}{\partial t}.$$

$3a$ ist hierin der thermische-cubische Ausdehnungscoefficient.

Ist die Wärmeströmung im Innern und durch die Oberfläche des Körpers unmerklich, wie z. B. bei Oscillationen, bei denen die Zustände sich schneller ändern, als daß eine Ausgleichung der eingetretenen Differenzen möglich wäre, so kann man aus der Gleichung (17), die wenn U gleich Null ist, lautet:

$$28) \qquad \varepsilon c_d \vartheta = -\frac{\Theta}{A}(q_1 x_x + \cdots + q_6 x_y)$$

ϑ als Function der $x_x \ldots x_y$ bestimmen und in die Formeln für die Componenten $\Xi_x \ldots \Xi_y$ einsetzen.

Man erhält hieraus:

$$29) \quad \begin{aligned} -\Xi_x = &\left(c_{11}+\frac{q_1 q_1 \Theta}{A\varepsilon c_d}\right)x_x + \left(c_{12}+\frac{q_1 q_2 \Theta}{A\varepsilon c_d}\right)y_y + \left(c_{13}+\frac{q_1 q_3 \Theta}{A\varepsilon c_d}\right)z_z \\ &+\left(c_{14}+\frac{q_1 q_4 \Theta}{A\varepsilon c_d}\right)y_z + \left(c_{15}+\frac{q_1 q_5 \Theta}{A\varepsilon c_d}\right)z_x + \left(c_{16}+\frac{q_1 q_6 \Theta}{A\varepsilon c_d}\right)x_y \end{aligned}$$

u. s. f. kurz Formeln derselben Gestalt, wie für $-X_x, \ldots -X_y$ gelten, nur steht an Stelle der isothermischen Elasticitätsconstanten c_{hk} eine andere, die adiabatische Elasticitätsconstante:

$$30) \qquad \gamma_{hk} = c_{hk} + \frac{q_h q_k \Theta}{A\varepsilon c_d}.$$

Genau ebenso treten an Stelle (der für die Anwendung so besonders wichtigen) isothermischen Constanten s_{hk} die adiabatischen σ_{hk} die aus dem System (21) hervorgehen, wenn man darin ϑ gemäß der in (22) eingesetzten Relation $U = 0$ eliminirt; man erhält

$$31) \qquad \sigma_{hk} = s_{hk} - \frac{a_h a_k \Theta}{A\varepsilon c_p}.$$

Diese Gleichung giebt Anlaß zu zwei merkwürdigen und einfachen Sätzen.

Der isothermische Dehnungscoefficient ist für einen beliebigen Krystall in einer durch die Richtungscosinus α, β, γ gegebenen Richtung:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{E} = {} & s_{11}\alpha^4 + s_{22}\beta^4 + s_{33}\gamma^4 + s_{44}\beta^2\gamma^2 + s_{55}\gamma^2\alpha^2 + s_{66}\alpha^2\beta^2 \\
& + 2[s_{23}\beta^2\gamma^2 + s_{31}\gamma^2\alpha^2 + s_{12}\alpha^2\beta^2 \\
& + \alpha^2(s_{14}\beta\gamma + s_{15}\gamma\alpha + s_{16}\alpha\beta) + \beta^2(s_{24}\beta\gamma + s_{25}\gamma\alpha + s_{26}\alpha\beta) \\
& + \gamma^2(s_{34}\beta\gamma + s_{35}\gamma\alpha + s_{36}\alpha\beta)].
\end{aligned}
\tag{32}
$$

Bildet man hieraus den adiabatischen Dehnungscoefficienten **E** indem man einfach die s_{hk} mit den σ_{hk} vertauscht und benutzt die Werthe (31), so resultirt in Hinblick auf (18′) leicht der allgemeine Satz

$$
\mathbf{E} = \mathrm{E} - \frac{a^2\Theta}{A\varepsilon c_p}, \tag{33}
$$

wo a der thermische lineäre Dilatationscoefficient für die Richtung λ ist.

Ferner ist der isothermische Drillungscoefficient T für ein rechteckiges Prisma, dessen Längsaxe α, β, γ, dessen größere Querdimension $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ zu Richtungscosinus hat:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{T} = {} & 4(s_{11}\alpha^2\alpha_1^2 + s_{22}\beta^2\beta_1^2 + s_{33}\gamma^2\gamma_1^2) + s_{44}(\beta\gamma_1 + \gamma\beta_1)^2 + s_{55}(\gamma\alpha_1 + \alpha\gamma_1)^2 \\
& + s_{66}(\alpha\beta_1 + \beta\alpha_1)^2 \\
& + 8(s_{23}\beta\gamma\,\beta_1\gamma_1 + s_{31}\gamma\alpha\,\gamma_1\alpha_1 + s_{12}\alpha\beta\,\alpha_1\beta_1) \\
& + 4(\beta\gamma_1 + \gamma\beta_1)(s_{14}\alpha\alpha_1 + s_{15}\beta\beta_1 + s_{16}\gamma\gamma_1) \\
& + 4(\gamma\alpha_1 + \alpha\gamma_1)(s_{24}\alpha\alpha_1 + s_{25}\beta\beta_1 + s_{26}\gamma\gamma_1) \\
& + 4(\alpha\beta_1 + \beta\alpha_1)(s_{34}\alpha\alpha_1 + s_{35}\beta\beta_1 + s_{36}\gamma\gamma_1) \\
& + 2[s_{56}(\gamma\alpha_1 + \alpha\gamma_1)(\alpha\beta_1 + \beta\alpha_1) + s_{64}(\alpha\beta_1 + \beta\alpha_1)(\beta\gamma_1 + \gamma\beta_1) \\
& + s_{45}(\beta\gamma_1 + \gamma\beta_1)(\gamma\alpha_1 + \alpha\gamma_1)].
\end{aligned}
\tag{34}
$$

Verfährt man hier wie bei E, so erhält man sogleich aus (18″)

$$
\mathbf{T} = \mathrm{T} - \frac{a_{01}'^2\Theta}{A\varepsilon c_p} \tag{35}
$$

wo a_{01}' die thermische Winkeländerung zwischen der Längs- und größeren Querrichtung des Prismas ist.

Für einen Kreiscylinder tritt neben dem obigen T das entsprechende auf, in welchem die Richtung $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ mit der dazu und zu α, β, γ normalen $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ vertauscht ist; die Summe beider, die wir als Drillungscoefficienten T^0 für den Kreiscylinder bezeichnen wollen, ist nur von α, β, γ abhängig. Man erkennt, daß hier die Relation gilt

$$
\mathbf{T}^0 = \mathrm{T}^0 - \frac{a'^2\Theta}{A\varepsilon c_p}, \tag{36}
$$

wenn a' die thermische Winkeländerung der Längsaxe gegen die Ebene des Querschnitts bezeichnet. Beide Sätze zeigen, in welchen

Fällen allein der isothermische und adiabatische Torsionscoefficient verschieden sind.

Für Krystalle mit zwei oder drei normalen Symmetrieaxen ist, falls man die Coordinatenaxen in dieselben legt,

$$c_{14}\ c_{24}\ c_{34}\ c_{15}\ c_{25}\ c_{35}\ c_{16}\ c_{26}\ c_{36}\ c_{56}\ c_{64}\ c_{45}$$

gleich Null, ebenso, wie schon oben benutzt,

$$q_4 = q_5 = q_6 = 0, \quad a_4 = a_5 = a_6 = 0.$$

Es wird hier also der Unterschied zwischen isothermischen und adiabatischen Constanten nur für die in $x_x\ y_y\ z_z$ resp. Ξ_x, H_y, Z_z multiplicirten Factoren der Gleichungen (16) resp. (21) stattfinden und gelten:

$$\gamma_{44} = c_{44}, \quad \gamma_{55} = c_{55}, \quad \gamma_{66} = c_{66}, \quad \text{ebenso}$$
$$\sigma_{44} = s_{44}, \quad \sigma_{55} = s_{55}, \quad \sigma_{66} = s_{66}.$$

Für reguläre Krystalle ist

$$c_{11} = c_{22} = c_{33}, \quad c_{23} = c_{31} = c_{12}, \quad c_{44} = c_{55} = c_{66}$$

und gilt analoges für die σ_{kl}; ferner ist

$$a_1 = a_2 = a_3 = a, \quad q_1 = q_2 = q_3 = q,$$

zugleich hier auch $c_d = c_v$.

Daher wird:

$$\gamma_{11} = c_{11} + \frac{q^2\Theta}{A\varepsilon c_v}, \quad \gamma_{12} = c_{12} + \frac{q^2\Theta}{A\varepsilon c_v},$$
$$\sigma_{11} = s_{11} - \frac{a^2\Theta}{A\varepsilon c_p}, \quad \sigma_{12} = s_{12} - \frac{a^2\Theta}{A\varepsilon c_p},$$

zugleich folgt aus (33) und (35) resp. (36):

$$\mathsf{E} = \mathrm{E} - \frac{a^2\Theta}{A\varepsilon c_p}, \quad \mathsf{T} = \mathrm{T},$$

die Differenz der adiabatischen und isothermischen Dehnungscoefficienten ist constant, die Drillungscoefficienten sind identisch.

Das System der Druckkräfte aber lautet, wenn $x_x + y_y + z_z = \delta$ gesetzt wird:

$$-\Xi_x = (c_{11} - c_{12})\, x_x + \left(c_{12} + \frac{q^2\Theta}{A\varepsilon c_v}\right)\delta,$$
$$\cdots\cdots$$
$$-\mathrm{H}_x = c_{44}\, y_z.$$
$$\cdots\cdots$$

Dasselbe gilt für isotrope Medien, nur ist da specieller

$c_{44} = \frac{c_{11} - c_{12}}{2}$ und dem entsprechend $s_{44} = 2(s_{11} - s_{12})$; man erhält so für E das lang bekannte specielle Resultat.

Man erkennt, daß hier ein Unterschied zwischen adiabatischen und isothermischen Deformationen nur dann eintritt, wenn bei denselben die räumliche Dilatation δ von Null verschieden ist.

Im Folgenden gebe ich nun für die von mir bisher untersuchten Krystalle sowie für zwei Glassorten die Zahlwerthe, die nach den vorstehenden Formeln berechnet sind.

Die Elasticitätsconstanten c_{hk} und die Determinantenverhältnisse s_{hk} sind den unten vermerkten Abhandlungen[1]) entnommen und die ihnen zu Grunde liegenden Einheiten — Grammgewicht als Kraft, Millimeter als Längeneinheit — auch in den übrigen benutzt, auch die Masse eines Grammes als Masseneinheit zugefügt. Demgemäß drückt sich die Dichtigkeit in einer tausendmal kleineren Zahl aus, wie gewöhnlich, — das mechanische Wärmeäquivalent in einer tausendmal größeren; A ist 426000 gesetzt. Indem Grammcalorien vorausgesetzt sind, geben sich die specifischen Wärmen in den gebräuchlichen Zahlen.

Für die Dichtigkeiten sind die Werthe angenommen, die Kopp gefunden hat, für die specifischen Wärmen, soweit sie vorliegen gleichfalls; für Beryll und Topas habe ich letztere nach der Mischungsmethode bestimmt.

Für die thermischen linearen Ausdehnungscoefficienten a sind die Werthe für Flußspath, Pyrit, Baryt nach Pfaff, für Beryll, Bergkrystall, Topas nach Fizeau eingeführt; für die Glassorten, für Steinsalz und Sylvin sind sie mit Hülfe von Herrn Pockels hier neu bestimmt. Die Coefficienten q_h der thermischen Drucke sind aus ihnen nach Formel (20) berechnet.

Die benutzten Dichtigkeiten, specifischen Wärmen, Ausdehnungscoefficienten sind zum größten Theil nicht an demselben Material bestimmt, welches die Elasticitätsconstanten geliefert hat; dies ist unbedenklich, da es sich um die Bestimmung nur kleiner Variationen handelt, die sich der Beobachtung fast entziehen.

Glas.

1. Guinand'sches grünes Glas.

$\varepsilon = 2{,}54.10^{-3}$, $c_p = 0{,}19$, $a = 9{,}8.10^{-6}$, $q = 111$.

$s_{11} = 15{,}4.10^{-6}$, $s_{12} = -3{,}3.10^{-6}$, $s_{44} = 2(s_{11} - s_{12}) = 37{,}4.10^{-6}$

$s_{11} - \sigma_{11} = s_{12} - \sigma_{12} = 0{,}014.10^{-6}$.

1) W. Voigt, Gött. Nachr. 1886 No. 3 u. 4, 1887 No. 19 u. 20, 1888 No. 11 u. 12.

$c_{11} = 6{,}23.10^6$, $c_{12} = 1{,}88.10^6$, $c_{44} = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12}) = 2{,}17.10^6$
$\gamma_{11} - c_{11} = \gamma_{12} - c_{12} = 0{,}018.10^6$
$c_p - c_v = 0{,}0009$, $\varkappa = 1{,}0046$.

2. Weißes rheinisches Spiegelglas.
$\varepsilon = 2{,}56.10^{-6}$, $c_p = 0{,}19$, $a = 8{,}0.10^{-6}$, $q = 100$.
$s_{11} = 13{,}6.10^{-6}$, $s_{12} = -2{,}8.10^{-6}$, $s_{44} = 2(s_{11} - s_{12}) = 32{,}8.10^{-6}$
$s_{11} - \sigma_{11} = s_{12} - \sigma_{12} = 0{,}009.10^{-6}$.

$c_{11} = 8{,}27.10^6$, $c_{12} = 2{,}18.10^6$, $c_{44} = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12}) = 3{,}05.10^6$
$\gamma_{11} - c_{11} = \gamma_{12} - c_{12} = 0{,}014.10^6$
$c_p - c_v = 0{,}0006$, $\varkappa = 1{,}0034$.

Reguläre Krystalle.

1. Flußspath (vom Brienzer See).
$\varepsilon = 3{,}18.10^{-6}$, $c_p = 0{,}209$, $a = 19{,}5.10^{-6}$, $q = 505$;

$s_{11} = 679.10^{-6}$, $s_{12} = -1{,}46.10^{-6}$, $s_{44} = 29{,}02.10^{-6}$
$s_{11} - \sigma_{11} = s_{12} - \sigma_{12} = 0{,}040.10^{-6}$

$c_{11} = 16{,}70.10^6$, $c_{12} = 4{,}57.10^6$, $c_{44} = 3{,}45.10^6$
$\gamma_{11} - c_{11} = \gamma_{12} - c_{12} = 0{,}27.10^6$
$c_p - c_v = 0{,}0065$, $\varkappa = 1{,}031$.

2. Pyrit (aus Cornwallis).
$\varepsilon = 5{,}03.10^{-6}$, $c_p = 0{,}126$, $a = 10{,}1.10^{-6}$, $q = 273$;

$s_{11} = 2{,}83.10^{-6}$, $s_{12} = 0{,}43.10^{-6}$, $s_{44} = 9{,}30.10^{-6}$
$s_{11} - \sigma_{11} = s_{12} - \sigma_{12} = 0{,}011.10^{-6}$

$c_{11} = 36{,}80.10^6$, $c_{12} = -4{,}83.10^6$, $c_{44} = 10{,}75.10^6$
$\gamma_{11} - c_{11} = \gamma_{12} - c_{12} = 0{,}083.10^6$
$c_p - c_v = 0{,}0012$, $\varkappa = 1{,}009$.

3. Steinsalz (aus Staßfurth).
$\varepsilon = 2{,}15.10^{-6}$, $c_p = 0{,}219$, $a = 40{,}6.10^{-6}$, $q = 301$.

$s_{11} = 23{,}82.10^{-6}$, $s_{12} = -5{,}16.10^{-6}$, $s_{44} = 77{,}29.10^{-6}$
$s_{11} - \sigma_{11} = s_{12} - \sigma_{12} = 0{,}25.10^{-6}$

$c_{11} = 4{,}77.10^6$, $c_{12} = 1{,}32.10^6$, $c_{44} = 1{,}29.10^6$
$\gamma_{11} - c_{11} = \gamma_{12} - c_{12} = 0{,}135.10^6$
$c_p - c_v = 0{,}0120$, $\varkappa = 1{,}048$.

Bei Steinsalz haben also alle Differenzen zwischen isothermischen und adiabatischen Constanten einen sehr bedeutenden Werth.

Die Dehnungscoefficienten parallel der Würfel-, Granatoëder- und Octaëdernormale sind resp.

	W.	G.	O.
isothermisch	$23{,}82.10^{-6}$,	$28{,}65.10^{-6}$,	$30{,}26.10^{-6}$,
adiabatisch	$23{,}57.10^{-6}$,	$28{,}40.10^{-6}$,	$30{,}01.10^{-6}$

analog die Elasticitätscoefficienten oder Dehnungswiderstände:

	W.	G.	O.
isothermisch	$4{,}198.10^{6}$,	$3{,}489.10^{6}$,	$3{,}306.10^{6}$,
adiabatisch	$4{,}243.10^{6}$,	$3{,}522.10^{6}$,	$3{,}332.10^{6}$.

Bestimmungen dieser Größen durch Schwingungsbeobachtungen sollten also wohl den Unterschied direct zu constatiren vermögen. Herr Groth[1]) hat dergleichen leider nur zur Bestimmung des Verhältnisses E_p/E_w angewandt, das sich von E_p/E_w nur um 1/600 unterscheidet, d. h. um eine nicht sicher nachweisbare Größe.

4. Sylvin (aus Staßfurth).

$\varepsilon = 1{,}98.10^{-3}$, $c_p = 0{,}171$, $a = 37{,}1.10^{-6}$, $q = 154$.

$s_{11} = 26{,}85.10^{-6}$, $s_{12} = -1{,}35.10^{-6}$, $s_{44} = 153{,}0.10^{-6}$

$s_{11} - \sigma_{11} = s_{12} - \sigma_{12} = 0{,}29.10^{-6}$.

$c_{11} = 3{,}75.10^{6}$, $c_{12} = 0{,}20.10^{6}$, $c_{44} = 0{,}655.10^{6}$,

$\gamma_{11} - c_{11} = \gamma_{12} - c_{12} = 0{,}043.10^{6}$,

$c_p - c_v = 0{,}0061$, $\varkappa = 1{,}036$.

Hexagonale Krystalle.

1. Beryll (aus Nertschinsk).

$\varepsilon = 2{,}70.10^{-3}$, $c_p = 0{,}212$, $a_1 = a_2 = 1{,}37.10^{-6}$, $a_3 = -1{,}06{,}10^{-6}$

$q_1 = q_2 = +43{,}9$, $q_3 = -7{,}10$.

$s_{11} = 4{,}33.10^{-6}$, $s_{12} = -1{,}34.10^{-6}$, $s_{13} = -0{,}84.10^{-6}$

$s_{33} = 4{,}62.10^{-6}$, $s_{44} = 15{,}00.10^{-6}$

$s_{11} - \sigma_{11} = s_{12} - \sigma_{12} = 0{,}00023.10^{-6}$,

$s_{13} - \sigma_{13} = -0{,}00017.10^{-6}$, $s_{33} - \sigma_{33} = 0{,}00014.10^{-6}$.

$c_{11} = 27{,}5.10^{6}$, $c_{12} = 9{,}80.10^{6}$, $c_{13} = 6{,}74.10^{6}$

$c_{33} = 24{,}1.10^{6}$, $c_{44} = 6{,}66.10^{6}$.

$\gamma_{11} - c_{11} = \gamma_{12} - c_{12} = 0{,}0023.10^{6}$,

$\gamma_{13} - c_{13} = -0{,}00038.10^{6}$, $\gamma_{33} - c_{33} = 0{,}00006.10^{6}$.

$c_p - c_v = 0{,}000033$, $\varkappa = 1{,}00016$.

1) P. Groth, Berl. Ber. v. 5. Aug. 1875.

2. Bergkrystall (aus Brasilien).

$\varepsilon = 2{,}65.10^{-3}$, $c_p = 0{,}186$, $a_1 = a_2 = 14{,}2.10^{-6}$, $a_3 = 7{,}8.10^{-6}$
$q_1 = q_2 = 144$, $q_3 = 125$.

$s_{11} = 12{,}73.10^{-6}$, $s_{12} = -1{,}63.10^{-6}$, $s_{13} = -1{,}49.10^{-6}$,
$s_{14} = -4{,}23.10^{-6}$, $s_{33} = 9{,}71.10^{-6}$, $s_{44} = 19{,}67.10^{-6}$,
$s_{11} - \sigma_{11} = s_{12} - \sigma_{12} = 0{,}028.10^{-6}$,
$s_{13} - \sigma_{13} = 0{,}016.10^{-6}$, $s_{33} - \sigma_{33} = 0{,}0085.10^{-6}$.

$c_{11} = 8{,}68.10^{6}$, $c_{12} = 0{,}71.10^{6}$, $c_{13} = 1{,}44.10^{6}$,
$c_{14} = 1{,}72.10^{6}$, $c_{33} = 10{,}75.10^{6}$, $c_{44} = 5{,}82.10^{6}$,
$\gamma_{11} - c_{11} = \gamma_{12} - c_{12} = 0{,}029.10^{6}$,
$\gamma_{13} - c_{13} = 0{,}025.10^{6}$, $\gamma_{33} - c_{33} = 0{,}022.10^{6}$.
$c_p - c_d = 0{,}0013$, $\varkappa = 1{,}0070$.

Rhombische Krystalle.

1. Topas (aus Mursinka).

$\varepsilon = 3{,}54.10^{-3}$, $c_p = 0{,}206$,
$a_1 = 4{,}84.10^{-6}$, $a_2 = 4{,}14.10^{-6}$, $a_3 = 5{,}92.10^{-6}$.
$q_1 = 243$, $q_2 = 263$, $q_3 = 256$.

$s_{11} = 4{,}34.10^{-6}$, $s_{22} = 3{,}46.10^{-6}$, $s_{33} = 3{,}77.10^{-6}$,
$s_{23} = -0{,}65.10^{-6}$, $s_{31} = -0{,}84.10^{-6}$, $s_{12} = -1{,}35.10^{-6}$,
$s_{44} = 9{,}06.10^{-6}$, $s_{55} = 7{,}39.10^{-6}$, $s_{66} = 7{,}49.10^{-6}$.
$s_{11} - \sigma_{11} = 0{,}0023.10^{-6}$, $s_{22} - \sigma_{22} = 0{,}0016.10^{-6}$, $s_{33} - \sigma_{33} = 0{,}0031.10^{-6}$,
$s_{23} - \sigma_{23} = 0{,}0023.10^{-6}$, $s_{31} - \sigma_{31} = 0{,}0026.10^{-6}$, $s_{12} - \sigma_{12} = 0{,}0019.10^{-6}$.

$c_{11} = 28{,}7.10^{6}$, $c_{22} = 35{,}6.10^{6}$, $c_{33} = 30{,}0.10^{6}$,
$c_{23} = 9{,}0.10^{6}$, $c_{31} = 8{,}6.10^{6}$, $c_{12} = 12{,}8.10^{6}$,
$c_{44} = 11{,}0.10^{6}$, $c_{55} = 13{,}5.10^{6}$, $c_{66} = 13{,}4.10^{6}$,
$\gamma_{11} - c_{11} = 0{,}055.10^{6}$, $\gamma_{22} - c_{22} = 0{,}066.10^{6}$, $\gamma_{33} - c_{33} = 0{,}062.10^{6}$,
$\gamma_{23} - c_{23} = 0{,}060.10^{6}$, $\gamma_{31} - c_{31} = 0{,}058.10^{6}$, $\gamma_{12} - c_{12} = 0{,}061.10^{6}$.
$c_p - c_d = 0{,}00037$, $\varkappa = 1{,}0039$.

---

2. Baryt (aus Cumberland).

$\varepsilon = 4{,}48.10^{-3}$, $c_p = 0{,}108$,
$a_1 = 14{,}3.10^{-6}$, $a_2 = 22{,}5.10^{-6}$, $a_3 = 14.9.10^{-6}$
$q_1 = 276$, $q_2 = 288$, $q_3 = 263$.

$s_{11} = 16{,}13.10^{-6}$, $s_{22} = 18{,}57.10^{-6}$, $s_{33} = 10{,}42.10^{-6}$,
$s_{23} = -2{,}46.10^{-6}$, $s_{31} = -1{,}88.10^{-6}$, $s_{12} = -8{,}80.10^{-6}$,
$s_{44} = 82{,}30.10^{-6}$, $s_{55} = 34{,}16.10^{-6}$, $s_{66} = 35{,}36.10^{-6}$,

$s_{11}-\sigma_{11}=0{,}029.10^{-6}$, $s_{22}-\sigma_{22}=0{,}072.10^{-6}$, $s_{33}-\sigma_{33}=0{,}032.10^{-6}$,
$s_{23}-\sigma_{23}=0{,}048.10^{-6}$, $s_{31}-\sigma_{31}=0{,}030.10^{-6}$, $s_{12}-\sigma_{12}=0{,}046.10^{-6}$.

$c_{11}=9{,}07.10^{6}$, $c_{22}=8{,}00.10^{6}$, $c_{33}=10{,}74.10^{6}$,
$c_{23}=2{,}78.10^{6}$, $c_{31}=2{,}75.10^{6}$, $c_{12}=4{,}68.10^{6}$,
$c_{44}=1{,}22.10^{6}$, $c_{55}=2{,}93.10^{6}$, $c_{66}=2{,}83.10^{6}$,
$\gamma_{11}-c_{11}=0{,}108.10^{6}$, $\gamma_{22}-c_{22}=0{,}118.10^{6}$, $\gamma_{33}-c_{33}=0{,}098.10^{6}$,
$\gamma_{23}-c_{23}=0{,}108.10^{6}$, $\gamma_{31}-c_{31}=0{,}103.10^{6}$, $\gamma_{12}-c_{12}=0{,}113.10^{6}$.
$c_p-c_a=0{,}00220$, $\varkappa=1{,}020$.

Für größere Temperaturänderungen, aber noch immer sehr kleine Deformationen (eine Annahme, die in praxi wohl nie aufgegeben zu werden braucht), kann man den Ansatz (15) noch immer benutzen, wenn man nur die dort als constant angenommenen Factoren als Functionen der Temperatur einführt. Die Werthe der Druckcomponenten $\Xi_x \ldots \Xi_y$ bleiben dann gleichfalls in derselben Form, nur der Werth von U complicirt sich.

Nimmt man die Elasticitätsconstanten als lineäre Functionen der Temperatur

$$c_{\lambda\mu}=c^0_{\lambda\mu}+c'_{\lambda\mu}\vartheta$$

und betrachtet das zweite Glied als eine neben dem ersten kleine Größe — Beobachtungen für Krystalle, welche die Aenderung aller Constanten mit ϑ ergeben, liegen noch nicht vor, daher ist die Tragweite dieser Annahme noch nicht zu übersehen — und setzt man ebenso den Coefficienten des thermischen Druckes

$$q_\lambda=q^0_\lambda+q'_\lambda\vartheta,$$

die Coefficienten der thermischen Dilatationen

$$a_\lambda=a^0_\lambda+a'_\lambda\vartheta,$$

so lassen sich einige einfache Folgerungen ziehen.

Man erhält durch die Beobachtungen zunächst die Determinantenverhältnisse

$$s_{\lambda\mu}=s^0_{\lambda\mu}+s'_{\lambda\mu}\vartheta,$$

aus diesen folgen die Elasticitätsconstanten $c_{\lambda\mu}$.

Setzt man die Determinante

$$\begin{vmatrix} s_{11} \ldots s_{16} \\ s_{61} \ldots s_{66} \end{vmatrix} = P$$

und hierin den Coefficienten des $h$ten Elementes der $k$ten Reihe gleich P_{kh} und kürzt ab

$$P_{hk}/P = p_{hk},$$

so ist:

$$c_{hk} = p_{hk}$$

oder:

$$c^0_{hk} + \vartheta c'_{hk} = p^0_{hk} + \vartheta \left(\frac{\partial p_{hk}}{\partial \vartheta}\right)_{\vartheta=0}$$

indem die Voraussetzung benutzt wird, daß mit dem zweiten Glied abgebrochen werden kann. Es folgt also:

$$c^0_{hk} = p^0_{hk}, \quad c'_{hk} = \left(\frac{\partial p_{hk}}{\partial \vartheta}\right)_{\vartheta=0}.$$

Letzteres läßt sich ausrechnen. Da nämlich ϑ nur in den Verbindungen $s^0_{mn} + \vartheta s'_{mn}$ in p_{hk} vorkömmt, so ist

$$c'_{hk} = \sum_{m\,n} s'_{mn} \frac{\partial p^0_{hk}}{\partial s^0_{mn}} = \sum_{m\,n} s'_{mn} \cdot \frac{\partial c^0_{hk}}{\partial s^0_{mn}}.$$

Nun gelten, z. B. für die $c_{11} \ldots c_{16}$ die Formeln:

$$\begin{aligned} 1 &= c^0_{11} s^0_{11} + \cdots c^0_{16} s^0_{16} \\ 0 &= c^0_{11} s^0_{21} + \cdots c^0_{16} s^0_{26} \\ &\cdots\cdots\cdots \\ 0 &= c^0_{11} s^0_{61} + \cdots c^0_{16} s^0_{66}, \end{aligned}$$

ähnlich für die übrigen, und hieraus folgt leicht

$$\frac{\partial c^0_{11}}{\partial s^0_{11}} = -c^0_{11} c^0_{11}, \quad \frac{\partial c^0_{12}}{\partial s^0_{11}} = -c^0_{11} c^0_{12}, \quad \frac{\partial c^0_{13}}{\partial s^0_{11}} = -c^0_{11} c^0_{13}, \ldots$$

$$\frac{\partial c^0_{11}}{\partial s^0_{12}} = -2c^0_{11} c^0_{12}, \quad \frac{\partial c^0_{12}}{\partial s^0_{12}} = -c^0_{12} c^0_{12} - c^0_{11} c^0_{22}, \quad \frac{\partial c^0_{13}}{\partial s^0_{12}} = -c^0_{12} c^0_{13} - c^0_{11} c^0_{23}, \ldots.$$

Demgemäß wird schließlich:

$$c'_{hk} = -\sum_{m\,n} s'_{mn} c^0_{hm} c^0_{kn},$$

die Summe über alle Combinationen m, n mit Wiederholungen genommen.

Diese Formel ist zu benutzen, um aus den Beobachtungen die Variationen der Elasticitätsconstanten mit der Temperatur zu berechnen.

Die neuen syrischen Typen des Hauses Drugulin.

Von

Paul de Lagarde.

Es ist selbstverständlich, muß aber, wie die Dinge bei uns liegen, ausdrücklich gesagt werden, daß die syrische Schrift selbst in dem Zeitraume, in dem Wir sie kennen, das heißt, von 411 nach Christus bis heute, eine Geschichte gehabt hat, daß sie auch nach den Landschaften, in denen sie gebraucht wurde, verschieden war. Die in Wrights Kataloge und in der Oriental Series der Palaeographical Society vorliegenden Schrifttafeln beweisen dies ebenso sicher, wie es die Vergleichung der beiden (drei) Photolithographien Cerianis beweist. Man lese auch meine Mittheilungen 2 257ᶠ.

Daraus folgt, daß wer syrische Typen herzustellen unternimmt, vor allen Dingen sich darüber schlüssig zu machen hat, welcher Zeit und welcher Gegend Ductus er dem von ihm zur Arbeit berufenen Stempelschneider als Muster vorlegen will.

Ich stand nicht an, als es sich 1886 darum zu handeln anfieng, neue Typen für meine Bibliotheca Syriaca zu beschaffen, zu bedenken, daß es sich für einen menschenfreundlichen Mann in erster Linie empfehlen müsse sicher auszumachen, welche syrische Schrift noch heute den syrisch schreibenden und lesenden Christen Süd-WestAsiens genehm ist: dieser Tausende Wünsche zu berücksichtigen, schien mir richtiger, als auf die Laune irgend eines — bald abgethanen — Condottiere des Tages Rücksicht zu nehmen. Das non scholae, sed vitae discere hatte ich überdies von jeher verstanden und beherzigt. Wie ich Schwedisch mit Runenschrift zu drucken im Jahre 1888 widerrathen würde, so muß ich auch widerrathen, die Litteratur eines in irgend welchen Resten noch vorhandenen Volkes in einer Gestalt vorzulegen, die den Nachkommen der Schriftsteller erschwert aus dem Vorgelegten Nutzen zu ziehen.

Ich mußte mir sagen, daß, falls meine Anschauung von der Sache berechtigt ist, nur zwei Gestalten der syrischen Schrift in Betracht kommen würden, die maronitische des Libanon, und die nestorianische, wie sie in Urûmia gebraucht wird. Was in Syrien lebt, lebt entweder durch den Zusammenhang der Maroniten mit Rom oder durch die amerikanischen Missionen.

Die nestorianisch-syrische Schrift der in Urûmia angesiedelten amerikanischen Missionare ist von einem Herrn Breath angefertigt: JPerkins in ZDMG 4 518 519. Matrizen der von diesem Breath

geschnittenen Punzen sind von den Urûmier Missionaren der amerikanischen morgenländischen Gesellschaft geliefert worden: JPerkins in ZDMG 7 572. Der Augenschein lehrt mich, daß Drugulins nestorianisches Syrisch nach Breath gearbeitet ist: das in Wrights Kataloge erscheinende nestorianische Syrisch mag von WMWatts (jetzt Gilbert and Rivington) selbstständig geschnitten sein.

Diese Schrift ist sowohl aus London von Gilbert and Rivington, als aus Leipzig von Drugulin zu beziehen. Wider sie spricht die Thatsache, daß sie zu Fehllesungen, also auch zu Druckfehlern, viel Anlaß gibt. Sie ist an und für sich ein Zerrbild, und weil sie unbequem zu lesen ist, so widersinnig wie Butzenscheiben aus grünem Flaschenglase in dem Arbeitszimmer eines Mikroskopikers. Ich habe Ein Semester hindurch recht fleißige Studenten mit diesen Typen gedruckte Texte brauchen heißen, und will nach den dabei gemachten Erfahrungen von diesen Typen nichts wissen. Ich glaube auch eher an den Erfolg der jesuitischen Missionare als an den der protestantischen Amerikaner: darum glaube ich nicht an den Sieg des nestorianischen, sondern an den des maronitischen Ductus. Ob die geplante katholische Universität in Seërt (FTuch, ZDMG 1 57) zu Stande gekommen ist, weiß ich nicht: die in Beirût besteht.

Die maronitische Schrift empfiehlt sich aber auch noch aus anderen Rücksichten, als der Erwägung, daß sie siegen wird.

Watts Estrangelo, das allein, falls das neue Nestorianisch verworfen wird, neben der maronitischen Schrift in Betracht kommt, ist nicht sparsam genug, vor Allem, weil es ein viel Raum fressendes Aleph hat, und Aleph im Syrischen einer der häufigsten Buchstaben ist. Ich habe stets auf eigene Kosten zu drucken gehabt, habe es noch zu thun, und bin in Folge davon mit dem Estrangelo-Aleph auf sehr gespanntem Fuße. Wer weiß, ob nicht, nachdem die Mittelmäßigkeit endgültig gesiegt haben wird, ein tiefsinniger Psychologe der Nachwelt meine „Marotte", syrische Wörter ohne den durch nachgesetztes Aleph ausgedrückten Artikel aufzuführen [1]), aus dem Aerger über die Kosten herleiten wird, die der bei den späteren Syrern eingerissene Misbrauch der Artikelform mir in meinen EstrangeloDrucken verursacht hat. In einer syrischen Klein-Oktav-Zeile findet sich Aleph durchschnittlich sechs

1) Die Leute, die aus Feigheit mit dem Strome schwimmen, mögen sich gefälligst klar machen, daß die übliche Art, syrische Substantiva zu citieren, auf das Griechische übertragen, zur Folge haben würde, daß griechische Substantiva im Lexicon nur unter ὁ ἡ τ zu suchen wären, da ὁ ἡ τὸ vor jedem Substantivum als dessen Bestandtheil stehn müßte.

bis sieben mal, das heißt, man braucht, wann mit Estrangelo gedruckt wird, statt acht Zeilen deren neun, also, falls 30 Zeilen zu je 40 m auf die Seite gehn, $\frac{480}{8}$ = 60 Zeilen mehr: das heißt, man verdruckt in Estrangelo 18 Seiten, wo man mit maronitischer Schrift nur 16 braucht.

Dazu kommt, daß die drei elegantesten Zeichen des Estrangelo, Schluß-Nûn, Schluß-Caf und Çade, der Druckerpresse nicht Stand halten. Brechen sie, so sieht der Satz häßlich aus, und seine nicht abzuleugnende Häßlichkeit gestattet wohlwollenden Kritikern einem huomine discaro gegenüber — man erlaube mir, den bezeichnenden Ausdruck der Italiener zu gebrauchen, und hinzuzufügen, daß die Weiterentwickelung der Menschheit stets an den discari hängt — diese Häßlichkeit gestattet den Kritikern, ihren Wahrheit und Gerechtigkeit heilig haltenden Herzen in entrüsteten oder höhnischen Anmerkungen über die immer zunehmende Vernachlässigung des typographischen Anstandes Luft zu machen. Es wird sich empfehlen, durch Annahme der maronitischen Schrift Schluß-Nûn, Schluß-Caf und Çade vor Schaden, und die Recensenten du jour (wollte sagen du quart de siècle) davor zu hüten, ihre innerste Gesinnung all zu offen zu zeigen.

Fragt man sich, welche der zur Wahl stehenden maronitischen Typen ich empfehle, so ist, ehe ich antworte, hervorzuheben, daß alle von Europäern nach ihrem eigenen Geschmacke geschnittenen Typen von vorne herein zu verwerfen sind. Syrische Schrift hat auch in Europa so auszusehen wie die Syrer selbst schreiben, nicht wie die Mehrheit einer aus Pedanten bestehenden Versammlung deutscher Stubengelehrten oder einer Gesellschaft deutscher in Rosswein erzogener Stempelschneider a priori festsetzt, daß sie aussehen solle.

Da fliegen über Bord die Typen, welche GBickell in seinem Isaac, diejenigen, welche GHBernstein in seiner Chrestomathie, diejenigen, welche WWright in seinem „Iosua" angewandt hat: Bickell und Wright gewis nur aus Noth, Bernstein augenscheinlich in beseligendem Vollgefühle erlesenster Tugendhaftigkeit, wie sie etwa eine Schulvorsteherin des stylisierten Namens Choulçé jeden Morgen dem lieben Gotte als bei ihr vorhanden vorweist. Kein Syrer hat jemals so geschrieben, wie Bickell, Bernstein, Wright in den angeführten Büchern syrisch drucken: der verrückteste Syrer in seinen verrücktesten Stunden hat es nicht gethan. Das sind Stempelschneider-Phantasien. GHBernstein selbst schrieb die Schrift seiner Chrestomathie: gemacht 1829, a. a. O. iv.

Weiter fliegen über Bord die syrischen Typen, mit denen die Universität Marburg 1865 dem Marburger Professor der Theologie

und der morgenländischen Sprachen Franz Dietrich ein Programm gedruckt hat. GHBernstein mußte ZDMG 10 549—561 dieses Buch des verstorbenen Marburger Professor Franz Dietrich[1]) besprechen, und hat dabei auch über diese syrischen Typen seine Meinung gesagt. Keine Sylbe ist da zu viel, weder in dem über Dietrich noch in dem über die syrischen Typen Dietrichs Geschriebenen. Aber zehn Jahre nach dieser bei FABrockhaus erschienenen Recension der ZDMG — Deutschland ist ein glückliches Land mit seinem treuen Festhalten an lieb gewordenem Alten — zehn Jahre nach dieser Recension druckte der Vorstand der DMG, Herausgeber der Zeitschrift, in der Bernstein so gerecht gescholten hatte, Bickells carmina nisibena bei FABrockhaus mit diesen so hart verurtheilten Typen: 1869 kaufte sich Herr Wagner in Innsbruck diesen burlesken, hier und da ankorrigierten, Unrath für des sehr ernsthaften GMoesinger Monumenta syriaca: 1876 mußte Bickell sein Qalîlag und Damnag mit ihnen unter „freudigem Danke“ dafür setzen, daß GHBernstein sein Werk nicht mehr zu Gesicht bekommen werde: und des Rabbiner ILevy chaldäisches Wörterbuch führt dieselben Grazien noch 1888 an die Luft der Bibliotheken.

Ueber die von dem Hause Teubner in Leipzig angefertigten syrischen Schriften berichtete 1853 GHBernstein in seiner Ausgabe der harklensischen Uebersetzung des Evangeliums Iohannes xxix xxx. Die Vorlagen für Teubners Stempelschneider hat der Schwede Otto Tullberg[2]) geliefert, und zwar in höchst anerkennenswerther Weise. Etwas zu viel Stylisierung ist freilich vorhanden: der eigentliche Mangel der Schrift, mit der ich ja selbst oft gedruckt habe, ist der, daß der Anschluß der einzelnen Zeichen an einander leicht versagt, ist weiter der, daß kein Punkt und kein Vokal angegossen ist, was zur Folge hat, daß stets eine eigene Zeile für die Vokale zu bezahlen ist (in der die Vokale übergeschlossen werden), und daß die übergeschlossenen Zeichen nur von sehr geübten Setzern genau angebracht werden können: Setzer, die im arabischen und syrischen Satze Vokale überschließen können, lassen sich ausnehmend

1) PdeLagarde, Mittheilungen 1 61.

2) Ich will hier ein in den Symmicta 2 140 gemachtes Versehen berichtigen. Die Durchsicht alter Briefschaften, namentlich eines am 15 März 1853 geschriebenen Briefes, hat mich gelehrt, daß ich an den Londoner Handschriften des syrischen Hexaplatextes 1852 nicht allein deshalb vorübergegangen bin, weil sich nichts Vollständiges herstellen ließ, sondern hauptsächlich, weil OTullberg diese Handschriften schon abgeschrieben hatte. Ich habe diese Thatsache nachmals vergessen, und nach Tullbergs frühzeitig erfolgtem Tode hat meines Wissens Niemand je jener Abschriften gedacht.

hoch honorieren. Ich will aus Rücksicht den geforderten und in einzelnen Fällen wirklich gezahlten Preis nicht angeben.

Von Tullbergs Typen ist ein guter Vorrath (Bernstein a. a. O. xxx) nach Schweden, ein anderer nach Breslau gekommen. Wo Ersterer jetzt steckt, weiß ich nicht: der letztere sollte für den Druck von GHBernsteins syrischem Wörterbuche dienen, das sich späterhin als eine Niete erwiesen hat, so daß die verhältnismäßig große, von dem Minister von Raumer diesem Freunde des GORR Wiese für syrische Typen bewilligte Summe weggeworfen ist: ich würde das Geld besser fruchtbar gemacht haben: aber ich war ein „Subjekt".

Als es sich darum handelte, den Thesaurus Syriacus des Herrn Robert Payne Smith in Verlag zu nehmen, haben die Delegates of the Oxford University Press natürlich die Nothwendigkeit eingesehen, die für dies Unternehmen nöthigen, nicht zu kleinen und nicht zu großen, ohne Sperrungen vokalisierbaren, mit anderen Schriften gut stehenden syrischen Typen zu beschaffen. Was sie beschafft haben, konnte gar nicht besser beschafft werden. Ich weiß aus den Akten natürlich nichts über die Sache: was ich vortrage, ruht auf selbstständig, durch den Augenschein, gewonnenem Wissen.

In Paris besitzt man syrische Typen, deren Herkunft im Jahre 1787 in der Vorrede zum ersten Bande der notices et extraits des manuscrits de la bibliothèque du roi de Guignes festgestellt hat. Ein französischer Staatsmann, Franz [discours hinter der unten citierten relation 16, Scialac in meinem Psalterium Iob Proverbia arabice 3] Savary de Brêves [1]), war unter Heinrich dem Vierten

1) Alles was ich über diesen mir höchst sympathischen Diplomaten weiß, weiß ich aus Relation des voyages de Monsievr de Breves faits en Hiervsalem, terre saincte [für ASocin interessant], Constantinople, Aegypte, Affrique, Barbarie, qu'aux Royaume de Tunis et Arger, qu'autres lieux. Ensemble un traicté faict entre le Roy Henry le Grand et l'Empereur des Turcs, en l'an 1604. Et trois discours des moyens et aduis pour aneantir l'Empire des Turcs. Le tovt recveilli par S. D. C., Paris 1630 [klein Quart]. Jeder deutsch empfindende Mann wird mit Freuden lesen, in welcher wahrhaft vornehmen, alt-germanischen Weise dieser echt adlige Franz Savary de Brêves am 23 April 1618 sein Amt als Erzieher des Herzogs Gaston von Anjou dem Bruder des Erzogenen, dem Könige Ludwig XIII, zurückgab. Näheres in Le Clerc, vie de Richelieu [2] (Amsterdam 1714) 1 107 108. Jener Prinz Gaston war bis 1615 der Frau von Montglas anvertraut gewesen, gouvernante des Enfans de France (ein entzückender, Deutsch nicht wiederzugebender Ausdruck, der beweist wie monarchisch [nicht byzantinisch] wirkliche Franzosen denken): er gieng, nachdem der allmächtige Herzog von Luynes des Franz de Brêves alt-vornehme Tüchtigkeit unbequem gefunden hatte, in die Obhut eines Grafen du Lude über, bei dem der Herzog von Luynes einst Bedienter gewesen war. Ich verdanke de Guignes die Kenntnis der beiden angeführten Bücher, de Guignes Aufsatz selbst habe ich schon als Student durch

Botschafter Frankreichs in Konstantinopel: er war ein hochgebildeter, warmherziger Mensch, der sich mit kühnen Plänen in Betreff des sogenannten Morgenlandes trug, Plänen wie sie Papst Gregor XIII (Ugo Buoncompagni aus Bologna) gehegt hatte, und wie sie später der 1605 auf den Stuhl Petri gestiegene Papst Paul der Fünfte (Camillo Borghese) hegte. Gregor XIII hatte in Rom die nachmals mediceische Druckerei zu errichten gestattet oder geholfen — ich weiß nicht genau genug Bescheid —, Savary de Brêves wünschte für Frankreich zu schaffen, wo möglich in verbesserter Gestalt zu schaffen, was italienischer Patriotismus und der Glaubenseifer der Päpste in Italien zu Stande gebracht hatte. Seine Punzen hieß er im Morgenlande schneiden (de Guignes xix), und daher rührt ihre Vorzüglichkeit. Das erste syrische Buch, das mit Savarys syrischen Typen gedruckt wurde, war der Psalter (1625), so schön ausgestattet, daß ich es noch heute mit Lust anschaue. Mittelbar oder unmittelbar ist der zum Besten von PSmiths thesaurus syriacus in Arbeit gestellte Stempelschneider auf Savarys Typen zurückgegangen.

Ich habe die Oxforder Typen, die in Smiths Thesaurus verwendet werden, kaufen wollen, bin aber mit meinem Ansuchen abgewiesen worden. Die Lincei in Rom sind glücklicher gewesen als ich, denn in ihren Schriften wird das neue Oxforder Syrisch verwendet. Die Gründe für dies Messen mit zweierlei Maß zu erfragen, ist weit unter meiner Würde. Ich mußte mir schließlich auch gestehn, daß für meine zwei Quartbände füllende Bibliotheca Syriaca die von mir gewünschte neue Oxforder Syrisch zu klein, und daß das Ueberschließen der nöthigen Vokale nicht angenehm sein, jedenfalls zu den oben angegebenen Unannehmlichkeiten führen werde.

Ich habe, nachdem ich in Oxford wenig artig abgewiesen worden war, Herrn Iohannes Baensch, den Besitzer des bekannten Hauses Drugulin in Leipzig, dafür gewonnen, nach dem unter IASdeSacys Oberleitung zu Paris gedruckten karschunischen neuen Testamente — denn die Pariser Staatsdruckerei darf nichts verkaufen — neue syrische Typen zu schneiden.

Ich legte Gewicht auf folgende Punkte:

IGEichhorns allgemeine Bibliothek der biblischen Litteratur 2 377—410 kennen gelernt. Ich wollte recht, ich könnte auch einmal einem Zeitgenossen dankbar sein. Des Franz de Brêves einfaches Wappen sieht man auf der letzten Seite von Scialacs Psalter, Romae Ex Typographia Sauariana, 1614, den ich in meiner für Niemanden und für Nichts gearbeiteten oben citierten Ausgabe (1876) ϖ genannt habe.

1. Die Typen müssen der Vorlage so ähnlich wie möglich, verwechselbare müssen möglichst charakteristisch geschnitten sein:

2. sie müssen die Vokale und Seyâmîn angegossen haben.

3. Es ist die äußerste Sorgfalt darauf zu verwenden, daß der Anschluß des Einen Konsonanten an den Anderen so eng wie möglich sei, und daß der Buchstab ganz im Fleische liege.

Anderthalb Jahre hat die Arbeit gedauert: Herr Baensch wird mir das Zeugnis geben, daß ich mich redlich gemüht habe, ihm zu helfen, wie ich ihm für sein unermüdliches Entgegenkommen herzlich zu danken habe.

Ich habe allerdings, da ich zunächst für meine Bibliotheca Syriaca zu sorgen hatte, auf Vorzüge verzichtet, deren Fehlen mir ohne Frage von meinen hochverehrten Fachgenossen in der sie auszeichnenden Güte und Demuth irgendwo vorgerückt werden wird.

Es gibt nemlich an den حيهمه keine Unterscheidung von ههمه und ههمه:

es gibt nur griechische Vokalzeichen.

Dem erstgenannten Mangel ist durch Setzung der Vokale nicht durchgängig, aber wenigstens einigermaßen abzuhelfen: auch steht es ja den das große Wort führenden Semitisten frei, endlich einmal auch ihrerseits Mühe und Geld für ihr Fach aufzuwenden.

Punktvokale würden dem Abbrechen, auch wann sie angegossen gewesen wären, in sehr viel höherem Grade ausgesetzt sein, als die griechischen Zeichen. Ich habe genügende Erfahrung im Drucken, um dies mit voller Bestimmtheit sagen zu dürfen: ich habe allerdings auch genügende Menschenkenntnis, um zu wissen, daß, da es im Drucke nicht angehn mag, auf Orientalistenversammlungen und in Vorlesungen wegen meiner griechischen Vokale mündlich das dem Charakter der Redenden Entsprechende geredet werden wird. Uebrigens sind bei maronitischen Konsonanten griechische Vokalzeichen das eigentlich „Stilgemäße".

Der Setzkasten ist durch die von mir getroffene Einrichtung der Schrift sehr groß, aber nicht größer als der Setzkasten einer mit allen Ligaturen ausgestatteten Sanskritschrift. Wer sich bei dem Drucker der deutschen Uebersetzung von Franz Kielhorns Sanscrit grammar erkundigen will, wie sich der reiche Sanskritkasten bewährt hat, wird vermuthlich zu glauben wagen, daß auch ein reicher syrischer Kasten sich bewähren werde.

Herr Baensch ist bereit, die Schrift zu verbessern, sowie sich das Bedürfnis es zu thun herausstellt: daß die Verbesserungsvorschläge, ehe sie ausgeführt werden, von mir zu begutachten sind, versteht sich von selbst. Ein zuverlässiger Gießzettel wird sich

erst anfertigen lassen, nachdem einige Bogen meiner Bibliotheca Syriaca gedruckt sein werden. So Gott will, wird der Druck dieser Bibliotheca noch eher anfangen, als der Druck des anderen Bandes meines Giordano Bruno beendet sein wird.

Ich gebe nun als Probe der Schrift einen vollständigen Text, der so ziemlich das ganze Typenmaterial vorführen, der mindestens einen Eindruck von der neuen Schrift verschaffen dürfte.

ܐ ܐܠܗܝܐ ܐܝܟ ܐܢܬ ܐܠܗܝ ܘܐܝܟ ܐܢܬ ܡܫܝܚܐ
ܕܟܬܒ ܠܢ ܫܡܐ ܩܕܝܫܐ ܒܟܠ ܥܡܡܐ ܘܠܫܢ̈ܐ:
ܕܡܫܬܒܚ̈ܝܢ ܘܡܬܡܫܝ̈ܚ ܐܢ̈ܐ ܠܟ̈ܘ
ܕܟܬܒ ܕܡܝ̈ܐ ܕܐܠ ܐܠܗ̈ܐ ܕܠܐ ܐܠܗ̈ܐ ܐܠܐ ܐܢ̈ܐ:
ܐܢ̈ܐ ܐܠܗ̈ܐ ܕܫܡ̈ܝܐ ܘܐܪ̈ܥܐ ܘܝܡ̈ܐ ܘܟܠ ܕܒܗ̈ܘܢ ܘܒܪ̈ܝܬ̈ܐ
ܐܠ ܐܠ̈ܗ̈ܐ ܕܫܡ̈ܝܐ ܘܐܪ̈ܥܐ ܘܝܡ̈ܐ ܘܟܠ ܕܒܗ̈ܘܢ ܘܒܪ̈ܝܬ̈ܐ:
ܐܢ̈ܐ ܐܠ̈ܗ̈ܐ ܕܫܡ̈ܝܐ ܘܐܪ̈ܥܐ ܘܝܡ̈ܐ ܘܟܠ ܕܒܗ̈ܘܢ ܘܒܪ̈ܝܬ̈ܐ.
ܐܢ̈ܐ

ܒܢܐ ܩܕܡܝܐ: ܡܕܝܢܬܐ ܚܩܒܗ: ܒܚܝܬܒܗ
ܒܟܪ ܩܒܗ ܒ ܩܦܢܗ ܒܩܐ ܩܒܗ:
ܒܝ ܒܚܒܫ ܐܒ ܒܒܥ ܒܐ ܡܒܥ.
ܠܐ ܬܚܫܒ ܒܚܝ ܒܚ ܚܕܐ ܒ ܟܥܒ:
ܒܚܒ ܚܫܒ ܐܒܫ ܕܫܐ ܒܚܒ 35
ܚܒܚ ܒܥ ܐܒܩܢ ܚܩ ܟܥܒ:
ܚ ܒ ܐ ܒ ܩܢ ܒ ܐ ܒ ܐ.
ܒ ܐ ܒ ܩ ܐ ܒ ܐ ܒ ܐ ܒ

von dieser Schrift, die er in seinem klassischen Latein »alter typorum fons, mole minori, pari pulchritudine« heißt. Solch *fons* ist dem DuCange so unbekannt wie dem Cicero: da im Englischen fount *fons* und eine Ableitung von *fundere* zusammenlaufen, hat der Lexikograph fount *Guß* durch fons = fount *Quelle* übersetzt. Mit dieser zweiten Estrangelo ist mein Titus und mein Clemens gesetzt: sie scheint in Leipzig nachgeschnitten worden zu sein.

Das dritte zur Zeit vorhandene Estrangelo ist Mein Werk. Ich hieß von mir sorgsam ausgewählte Buchstaben aus dem anderen Theile der pariser Handschrift Saint-Germain 38 durchpausen. Aus dieser Handschrift, weil ich, als das Werk begonnen wurde, keine andere brauchbare zur Verfügung hatte. Ich hieß durchpausen, weil meine plumpen Finger nicht zeichnen können. Der Mann, der für mich arbeitete, ein Herr Erbe, war Decorationenmaler bei irgend einem Theater. Seine Kleider, die aus nicht sehr lebensfrischem Tuche bestanden, und sein verhungerter Leib bewiesen, daß er die Gunst der Welt nicht genoß, also auch ein großer Künstler nicht war: aber ich wußte, als ich ihn dang, nicht, daß nachmals Herr von Auer den meinem Zeichner zu zahlenden (herzlich geringen) Lohn auf die Kasse der Wiener Staatsdruckerei übernehmen werde, und hatte daher nur mit meinem eigenen Finanzminister zu überlegen, wen ich anstellen könne. Schlecht hat Erbe seine Sache nicht gemacht. Erbes Pausen hat Aloys von Auer 1854 in Wien schneiden heißen.

Das Wiener Estrangelo (von 1854/56) hat verschiedene Beurtheilungen erfahren.

Durch tiefes Schweigen strafte es the Very Rev. Robert Payne Smith »festo Lucae« 1858 in der Vorrede zu seinem Cyrill.

1862 schrieb Herr JPNLand in seinen Anecdota Syriaca 1 99:

> Officinae Imperiali Austriacae alphabetum majusculum praescripsisse dicitur v. d. de Lagarde; quem tamen optimae notae philologum characteres tam egregiae et exquisitae deformitatis quales in ejus Reliquiis Juris Ecclesiastici apparent, ipsum delineasse vix credo.

Herr Land lobt unmittelbar darauf Curetons beide Estrangelo, die wir oben ihn tadeln hörten, und weiß nicht, daß meine Typen unmittelbare Durchzeichnungen aus dem neunten Jahrhunderte stammender Originale wiedergeben: dabei hat er über syrische Palaeographie ex professo gehandelt.

Im LCB 1871, 1016 urtheilte ein Anonymus von den mit meinem Estrangelo gesetzten Inedita Syriaca des Herrn Akademiker Sachau:

die Hof- und Staatsdruckerei zu Wien hat für eine glänzende Ausstattung Sorge getragen,

und ZDMG 25 287 schrieb ein „alter Freund“ (Grammatik vom Jahre 1880) des Herrn Land, Herr Noeldeke[1]):

Die Ausstattung des verdienstvollen Werkes ist sehr gut; der Druck ist mit den von Lagarde besorgten Estrangelâ-Typen ... gemacht, die mir allerdings nicht ganz so gut gefallen wie die etwas eleganteren Londoner, vielleicht aber den Character der Handschriften noch treuer wiedergeben.

Endlich in der Academy 1872, 118[2] Herr PMartin in Paris:

The Syriac is beautifully printed.

Allerdings nimmt sich dies mein Estrangelo auf dem (nicht von mir selbst ausgewählten) groben Papiere meiner »Reliquiae« und dem der »aramäischen Pflanzennamen« Loews nicht so gut aus wie auf dem modernen Stoffe Sachaus und Amiauds.

Es lag mir am Herzen zu zeigen, daß was den nach mir benannten EstrangeloTypen an Tadel wie an Lob gespendet wird, mich selbst gar nicht trifft, da diese Typen die unstylisierte Wiedergabe der Buchstaben einer noch heute in Paris vorhandenen Handschrift des neunten Jahrhunderts sind.

Um mancherlei Leuten Anfragen zu ersparen, bemerke ich, daß die neuen syrischen Typen der akademischen Druckerei zu Goettingen, sowohl die für den Text als die für die Anmerkungen bestimmten, nur für mich da sind. Ich werde nicht einmal einzelne Buchstaben derselben Anderen überlassen: man mag sich mit dem Materiale begnügen, das IDMichaelis hat anschaffen heißen, das HEwald und EBertheau so lange Jahre hindurch für ausreichend gut gehalten haben: dies Material dürfte von AGutbier in Hamburg herrühren, also rund 220 Jahre alt sein. Jene Weigerung meine Typen von Andern benutzen zu lassen, beruht auf verschiedenen Gründen. Den ersten dieser Gründe, meine Erlebnisse, bin ich bereit anderswo mit der ganzen Grobheit, mit der allein er dargelegt werden kann, darzulegen: an dieser Stelle muß ich über ihn schweigen. Mein zweiter Grund ist der Wunsch, das Leihbibliothekssystem, das die Studierten Deutschlands öffentlichen und privaten Büchersammlungen gegenüber in so schmachvoller Weise durchzuführen sich nicht schämen, nicht noch auf Druckermaterialien übertragen zu helfen. Drittens hat das Haus Drugulin den

1) Es wird sich empfehlen, mit den beiden oben angeführten Recensionen zu vergleichen, was GHoffmann (Kiel) GGA 1871, 1201—1236 über das in Rede stehende Buch auseinandergesetzt hat. Die Inedita Sachaus werden in meine Bibliotheca Syriaca aufgenommen werden.

Anspruch darauf, daß seine mit großer Mühe und vielen Kosten hergestellten neuen syrischen Typen ihm selbst abgekauft, nicht ohne daß das anfertigende Haus Nutzen davon hat, Jemandem, der sie ihm abgekauft, abgeborgt werden.

Bei der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

Juni und Anfang Juli 1888.

Fortsetzung.

Proceedings of the Academy of Natural Sciences of Philadelphia. 1887. Part. III. Sept.-Dec. Philadelphia 1887.

Pennsylvania Geological Survey:

a. Atlas. Bucks and Montgomery Counties.
b. Atlas. Western Middle Anthracite Field. Part. II.
c. Atlas to the Annual Report 1886. Part. III.
d. Annual Report of the Geological Survey of Pennsylvania for 1886. Part. III. Harrisburg 1887.

Bulletin of the California Academy of Sciences. vol. II. No. 8. Nov. 1887. San Francisco 1887.

Verhandlungen des deutschen wissenschaftlichen Vereins zu Santiago. 6. Heft. 1888.

Anales de la Sociedad Científica Argentina. Tomo XXV. Entr. 3. 4. Buenos Aires 1888.

Kaiserlich-Japanische Universität:

a. Mittheilungen aus d. medicinischen Fakultät. Bd. I. No. 2. Tokio 1888.
b. The Journal of the College of Science. vol. II. Part. I. Tokyo 1888.

Mittheilungen der deutschen Gesellschaft für Natur- und Völkerkunde Ostasiens in Tokio. 39. Heft. Bd. IV. S. 399—421. April 1888. Yokohama.

Note sur deux nouveaux genres d'algues perforantes par MM. Bornet et Flahault. (Extrait du Journal de Botanique du 16 mai 1888. Paris.

(Fortsetzung folgt.)

Inhalt von No. 14.

W. Voigt, über adiabatische Elasticitätsconstanten. — *Paul de Lagarde*, die neuen syrischen Typen des Hauses Drugulin. — Eingegangene Druckschriften.

Für die Redaction verantwortlich: *E. Stuppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (*W. Fr. Kaestner*).

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

ROYAL COLLEGE OF ... OF ENGLAND
18 DEC 88
LIBRARY

21. November. **№ 15.** 1888.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 7. Januar.

Beiträge zur Geschichte und Erklärung der deutschen Rechtsbücher.

Von

F. Frensdorff.

Die unter diesem gemeinsamen Titel nach und nach zu veröffentlichenden Mittheilungen wollen Erläuterungen zu dem Text einzelner Rechtsbücher bringen, ihr Verhältniß zu einander untersuchen oder die Kenntniß ihrer Geschichte erweitern. Der erste Beitrag gehört der letztgenannten Kategorie an.

I.

Zu den interessantesten Vorgängen aus der Geschichte des Sachsenspiegels gehört unstreitig seine Verfolgung durch die Kirche. Anziehend durch seinen Gegenstand, gewinnt das Thema an Reiz durch die Schwierigkeiten, welche das Quellenmaterial der Forschung bietet. Seit den Anfängen der deutschen Rechtsgeschichte hat man es beachtet, aber immer verschiedenen Seiten des Herganges die Aufmerksamkeit zugewandt. Am frühesten dem Endpunkte, der Verdammung von Seiten der Kirchengewalt, da die päpstliche Bulle das einzige Zeugniß war, das man über den ganzen Vorgang besaß. Erst seit dem vorigen Jahrhundert wurde bekannt, daß das Einschreiten des Papstes durch die Denuntiationsschrift eines Geistlichen des 14. Jahrhunderts veranlaßt sei. Seitdem trat seine Person und seine Thätigkeit in den Mittelpunkt des Interesses.

Wie dieser Autor in Niedersachsen lebte und einem verbreiteten angesehenen Adelsgeschlechte Niedersachsens angehörte, so haben auch am frühesten Gelehrte unsres Landes seine Beziehungen zum sächsischen Rechtsbuche behandelt. Zuerst Grupen, dann Scheidt. Keiner von beiden aus bloßem Localinteresse. Der gelehrte Bürgermeister der Stadt Hannnover wurde durch seine Studien über den Sachsenspiegel, seine Vorbereitung eines umfassenden Sachsenspiegelwerkes, deren Zeugnisse die Bibliothek des Oberlandesgerichts zu Celle aufbewahrt [1]), darauf geführt; Scheidt durch eine Handschrift der Königlichen Bibliothek zu Hannover, deren Vorstand er von 1748 bis zu seinem Tode (1761) war. Während aber Grupens Untersuchung das Schicksal der übrigen gelehrten Arbeiten des Verfassers theilte, die durch buchhändlerisches Mißgeschick, zugleich durch eine gewisse Maßlosigkeit des Planes der zeitgenössischen Forschung vorenthalten blieben und erst 1822 durch Spangenbergs Herausgabe in den Beyträgen zu den Teutschen Rechten des Mittelalters zugänglich wurden, hat Scheidt seine Nachforschungen alsbald einem großen Publicum vorgelegt. In den Hannoverschen Gelehrten Anzeigen, einem seit 1750 neben den wöchentlichen Hannoverschen Anzeigen erscheinenden Organe für wissenschaftliche und gemeinnützige Mittheilungen aller Art, hat er ausgehend von dem „allgemeinen Vorgeben, daß der Sachsenspiegel auf der Kirchenversammlung zu Basel als ketzerisch verdammet worden sey“ eine Reihe die Verfolgung des Rechtsbuchs betreffender Fragen eingehend erörtert (1753 Stück 84—86) und 1758 in seiner Bibliotheca historica Goettingensis das Decadicon magistri Johannis Clenkok contra errores speculi Saxonici veröffentlicht [2]).

---

1) Er schenkte seine Bücher und Hss. dem Oberappellationsgerichte, „weil er nicht ahnte“, wie Hugo sagt, „daß sein Enkel — Thibaut — ein noch viel berühmterer Rechtsgelehrter werden würde.“

2) Der Titel des Scheidtschen Buches hat Böhlau dazu verleitet, die Handschrift des Decadicon, welche übrigens schon Scheidts unmittelbarer Vorgänger, Gruber, kannte (Hannov. Gel. Anz. S. 1277), nach Göttingen zu versetzen (Z. f. RG. IV. 120). Auch die Angabe Böhlaus, Scheidts Ausgabe habe zugleich eine Wolfenbüttler Hs. benutzt, beruht auf einem Versehen (vgl. Hannov. Gel. Anz. S. 1275). Die Stücke der Scheidtschen Sammlung stammen sämmtlich aus Hss. der Königl. Bibliothek zu Hannover. Vgl. Bodemann, die Hss. der Kgl. öffentl. Bibliothek zu Hannover: Nr. 279 (Joh. Klenkok), 186 (Meginhart, transl. s. Alexandri), 857 (Joh. de Essendia). Den Namen der Göttingischen Bibliothek gab Scheidt seinem Werke entweder in Erinnerung an seine frühere, während der J. 1738—39 bekleidete Professur oder was wahrscheinlicher mit Rücksicht auf den Verlagsort.

Als Grupen aus der Mainzer Hs. des Ssp. von 1421 (Homeyer, Verz. der Rechtsb. Nr. 434) in der Glosse zu I 3 § 3, der berühmten Stelle über die Eheverbote mit dem Protest gegen die Berechtigung des Papstes das Land- oder Lehnrecht zu ändern, den meister Klenkoch, monch von dem orden heremitarum erwähnt fand als einen, der dussen artikel strafede — die Stelle ist jetzt am besten bei Steffenhagen, Sitzungsberichte der Kaiserl. Akademie der Wiss. CVI S. 208 abgedruckt — wußte er ihn sofort nach seiner geistlichen Stellung, seiner sonstigen schriftstellerischen Thätigkeit wie nach seiner Zugehörigkeit zu „der alten in den hiesigen Landen angesehenen adelichen Familie von Klenke, welche sich in alten Urkunden Clenko, Klenkoke schrieb" unterzubringen. Scheidt hat dies dann noch vervollständigt und Johann Klenkok selbst wie seine Verwandten aus Urkunden nachgewiesen. Zusammenfassend hat sich über die Familie am besten Havemann, Gesch. der Lande Braunschweig u. Lüneburg I 524 geäußert. Ursprünglich ein erzbischöflich-bremisches Dienstmannengeschlecht, am linken Ufer der unteren Weser angesessen, insbesondere zu Thedinghausen, wie denn der Vater Johann Klenkoks von Erzb. Giselbert von Bremen 1290 als castellanus noster in Thedighusen bezeichnet wird (Scheidt S. 110), ist es durch seinen wachsenden Reichthum seit dem 15. Jh. in die Lage gekommen, einträgliche Pfandschaften und Lehen in den Nachbargebieten, namentlich im Territorium der Herzöge von Braunschweig und Lüneburg in seine Hand zu bringen. Am bekanntesten unter seinen Erwerbungen ist das zwischen Hameln und Pyrmont gelegene Schloß Hämelschenburg — eigentlich de Hermerscheborg, nach dem später ausgegangenen Dorfe Hermersen (Meinardus, UB. der Stadt Hameln S. 598) benannt — das noch heute im Besitze der Familie ist und zur Unterscheidung der beiden Linien des Hauses in die zu Thedinghausen und die zu Hämelschenburg den Anlaß gegeben hat. Eine hannoversche Adelsfamilie ähnlichen Namens, die sich jetzt von Klenck schreibt, hängt mit den genannten Klenckes nicht zusammen.

Nach den Arbeiten Grupens und Scheidts hat die Forschung über unsern Gegenstand lange geruht. Erst durch Homeyers Abhandlung: Johannes Klenkok wider den Sachsenspiegel (Abhandlgn. der Königl. Akad. der Wiss. zu Berlin 1855) ist das Interesse an dem Thema neu belebt. Homeyer, dem bei seinen Arbeiten für eine wissenschaftlichen Zwecken genügende Sachsenspiegelausgabe neue die Verfolgung des Rechtsbuches beleuchtende Schriftstücke bekannt geworden waren, beschränkte sich nicht auf deren Veröffentlichung, sondern faßte in seiner Abhandlung alles über

den Hergang Erreichbare zusammen. Den Mittelpunkt bildete aber Klenkok. Da nach Homeyers Arbeit noch mancherlei neues Material aufgefundeu worden ist, so wurden die Resultate seiner Untersuchung nachgehends in einzelnen Punkten erweitert und berichtigt. Die Arbeiten des holländischen Rechtshistorikers de Geer, der 1882 in Utrecht eine neue ursprünglichere Form der Streitschrift Klenkoks aufgefunden hat, Böhlaus in der Zeitschrift für Rechtsgeschichte N. F. Bd. IV (1883), Franklins in einer kleinen als Ms. gedruckten Abhandlung (Tüb. 1884) beschäftigen sich theils mit einer Vergleichung der verschiedenen gegen den Sachsenspiegel gerichteten Schriften, theils mit den einzelnen Vorgängen der durch Klenkoks Auftreten in den geistlichen Kreisen hervorgerufenen Bewegung und suchen namentlich die chronologische Ordnung der einzelnen Vorkommnisse herzustellen; denn nicht nur daß die meisten Urkunden, Actenstücke und Nachrichten, die das Thema betreffen, des Datums entbehren, auch wo einmal Daten überliefert sind, machten sich Zweifel an ihrer Zuverlässigkeit geltend.

Hat nun auch die fortgesetzte Arbeit allmählich die verschiedenen Seiten des Herganges berühren müssen, so hat doch die Beschaffenheit des Quellenmaterials nicht gestattet, auf alle gleichmäßig gründlich einzugehen. Die Thatsache der Verfolgung ruft die natürliche Frage hervor, was denn zur Vertheidigung des Rechtsbuches geschehen sei. Was wir darüber wissen, ist geringfügig und beruht zunächst auf den eigenen Angaben des Anklägers. Ein Reprobaciones magistri Johannis Clenkoc überschriebener Aufsatz, den eine Münster'sche Sachsenspiegelhandschrift aus dem Anfang des 15. Jahrhunderts (Homeyer Nr. 496) überliefert und Homeyers Abhandlung S. 416 abdruckt, erzählt, daß die Rathleute von Magdeburg vierhundert Städten oder mehr und „den vorsten und den heren, de dar bi weren“ schwerliche Briefe mit Anklagen gegen Joh. Klenkok geschrieben haben. Eine Bestätigung dieser Nachricht vermochte Homeyer nur aus der allgemeinen Angabe der zu Anfang des 16. Jh. entstandenen Chronik der Oldenburger Grafen von Schiphower zu erbringen, Klenkok habe in der Stadt Magdeburg wegen seines Auftretens für die Wahrheit vielerlei Verfolgung zu erdulden gehabt. Ein Ereigniß, das die Stadt Magdeburg nach Klenkoks Zeugniß in so große Aufregung versetzt hat, sollte man meinen, müßte in der Magdeburger Schöffenchronik Ausdruck gefunden haben. Zeichnet sich doch grade diese Stadtchronik vor vielen andern, die an den Vorgängen des Rechtslebens schweigend vorübergehen, durch lebhaftes

Interesse für Recht und Verfassung aus, nimmt sie doch auf Bestimmungen der Rechtsbücher häufig Rücksicht, wie das alles bei einem Werke, das aus der Hand des Schreibers am Schöffenstuhl hervorgieng und seinen Herren, den Schöffen der Stadt Magdeburg, zu Liebe unternommen wurde, leicht erklärlich ist. Grade die Jahre 1350 bis 1372 sind in der Chronik eingehend geschildert; es ist die vom Verfasser selbst in der Stadt erlebte Zeit. Trotz alledem findet sich über die dem Sachsenspiegel bereitete Verfolgung und die Veranstaltungen zu deren Abwehr kein Wort. Ob seine priesterliche Eigenschaft dem Chronisten den Mund geschlossen hat? Wahrscheinlicher erklärt sich sein Schweigen daraus, daß er den Abschluß des Vorganges abwarten wollte, ehe er einen Bericht darüber in seine Chronik aufnahm. Er legte aber die Feder zu Anfang des J. 1373 nieder (Städtechron. VII S. 263, vgl. Gött. gel. Anz. 1869 S. 1634); erst 1374 erfolgte die reprobirende Bulle des Papstes. War keine chronikalische Bestätigung der Angabe Klenkoks vorhanden, so lag es nahe, nach einer urkundlichen zu forschen. Mußte auch der Verlust des Magdeburger Stadtarchivs sowie der Bücher und Documente des Schöffenstuhls in Folge der Ereignisse von 1631 auf Magdeburg selbst verzichten lassen, so ließ doch die Angabe von den 400 durch Magdeburg entsandten Schreiben erwarten, die reichen Publicationen aus städtischen Archiven, welche die letzten zwanzig, dreißig Jahre gebracht haben, hätten irgendwo ein Exemplar des Magdeburger Rundschreibens zu Tage gefördert. Ein Original ist bisher nicht aufgefunden, nur eine Copie hat sich in einer Handschrift des Königsberger Staatsarchivs aus dem 15. Jh. erhalten (Hom. n. 361; Steffenhagen, deutsche Rechtsquellen in Preußen n. 80). Unter ihren Magdeburger Urtheilen für Thorn, welche sie neben anderen Bestandtheilen enthält, findet sich ein undatirtes Schreiben in deutscher Sprache mit einem lateinischen Eingange, in welchem die consules unionumque rectores civitatis Magdeburgensis den Vorstehern, Richtern und Rathmannen „civitatum et villarum jure Saxonum gaudentibus seu utentibus“ Nachricht von dem Mönch Cleynekoch und seinem gegen den Sachsenspiegel gerichteten Buche, das nennet her den codicon, geben. Die Kenntniß dieses Schreibens verdankt man Steffenhagen, der es in seinem Catalogus codd. mss. bibliothecae regiae et universitatis Regimontanae 1 fasc. (Regim. 1861) S. 73 veröffentlicht hat.

Bei solchem Stande des Materials muß es als ein willkommener Zuwachs gelten, wenn sich neuerdings ein weiteres Zeugniß für die von den Magdeburgern unternommenen Vertheidigung ihres

Rechtsbuches ergeben hat. Das Zeugniß ist in einem der Urkundenbücher norddeutscher Städte aufgetaucht, welche in den letzten Jahren so vielfach werthvolle historische und rechtshistorische Belehrung verschafft haben.

Der zweite Band des Urkundenbuches der Stadt Hildesheim, von Dr. R. Döbner, Geh. Staatsarchivar zu Berlin, herausgegeben (Hildesheim 1886), ist zwar rechtshistorisch nicht so reichhaltig wie der erste Band, über welchen ich unter besonderer Berücksichtigung dieser Seite seines Inhalts in den Gött. Gel. Anzeigen 1883 S. 328 ff. berichtet habe, aber enthält doch grade eine den rechtshistorischen Vorgang, der hier interessirt, betreffende Urkunde. Der Rath von Hildesheim fordert darin drei (nicht vier) genannte Ritter und ihre Nachbarn zu einer Zusammenkunft auf, als deren Hauptgegenstand er bezeichnet: „dar welde we juk openbaren, dat os gheopenbaret is, dat en monik ghedichtet heft boke wedder der Sassen recht unde wel der Sassen recht mede krenken“ (n. 249).

Die Urkunde ist offenbar durch sich selbst von Interesse; fraglich ist, ob sie zugleich dazu dient, den ganzen Vorgang der Verfolgung des Ssp. aufzuhellen.

Um mit der letzteren Beziehung anzufangen, so leidet auch dies Zeugniß an dem Mangel der Undatirtheit. Doch ist er in diesem Falle ziemlich sicher zu heben. Das Schreiben stammt aus dem ältesten Missivbuche des Hildesheimer Raths. Ursprünglich sind offenbar blos Missivhefte geführt worden, die dann hintennach zu einem Bande vereinigt sind. Das voranstehende älteste Heft enthält unsere Urkunde. Wie die in einzelnen Schreiben vorkommenden Tagesangaben erkennen lassen, sind die Eintragungen in das Heft gleichzeitig mit der Entsendung der Originale geschehen. Diese chronologische Ordnung ermöglicht es, die undatirten Stücke mit annähernder Sicherheit zu datiren. Da das die Rückseite von Bl. 1 beginnende Schreiben vom 21. August 1368 datirt (n. 253) und die Richtigkeit dieses Datums durch Urkunden der Hanserecesse Bd. I gesichert ist, so werden die vorangehenden Stücke, in denen Tagesangaben der Monate März und Juni vorkommen, der ersten Hälfte desselben Jahres zuzuschreiben sein. Das unserem Schreiben voraufgehende ist vom 14. März datirt; in unserm Schreiben wird der Dienstag der Pfingstwoche als Versammlungstag in Vorschlag gebracht. Der Herausgeber hat also mit Recht dasselbe 1368 zwischen März 14 und Mai 30 gesetzt.

Als der Rath von Hildesheim sein Schreiben erließ, handelte er auf Grund des Schreibens der Magdeburger. Daß er nicht aus

eigener Initiative vorging, zeigen die Worte: we openbaren juk, dat os gheopenbaret is; daß die Magdeburger die Anregung gegeben haben, folgt nicht bloß aus dem negativen Umstande, daß wir von keinem andern Auftreten gegen Klenkok wissen, sondern aus dem positiven, daß der Brief des Hildesheimer Raths Bekanntschaft mit dem Rundschreiben der Magdeburger zeigt. Entsprechend der Aufforderung: das vort den (to) vorkundigen, dy bey euch besessen sint verfährt man in Hildesheim und ebenso wie die Magdeburger von einem monch sprechen, der bucher getichtet hat . . wedir Sachsen recht, drücken sich die Hildesheimer in ihrem Briefe aus (oben S. 392.). Demnach würde das Schreiben der Magdeburger vor Pfingsten 1368, und da es unwahrscheinlich ist, daß der Hildesheimer Rath längere Zeit nach Empfang desselben hätte verstreichen lassen, in den Frühling des Jahres 1368 zu setzen sein.

Besäßen wir das Ausschreiben der Magdeburger nicht blos in der Ueberlieferung einer um mindestens siebzig Jahre jüngern Handschrift, — ihren letzten Bestandtheil bilden ermländische Verordnungen von 1435 — so würde sich eine seiner eigenen Angaben für die Datirung verwerthen lassen. Es bezeichnet die Schrift des Klenkok als gegen das Sachsenrecht gerichtet, das unser eldern wol sebendehalb hundert jor sechs jor myn haben gehat d. h. das 644 Jahr gegolten hat. Solche Angaben über die Geltungsdauer des Sachsenspiegels begegnen in der Zeit verschiedene, wie schon Homeyer in seiner Abhandlung S. 385 angemerkt hat. Noch bei der Berathung der Carolina im Jahre 1530 ist dem Sachsenrecht das Wort geredet als „beschrieben und von den vorigen kaisern privilegirt und mer denn 700 jahren in gebrauch gehalten“ (Güterbock, Entstehungsgeschichte der Carolina [1876] S. 135 u. 185). Mögen auch die Nachrichten über die Geltungszeit des Sachsenspiegels unter sich schwanken, es ist ersichtlich, daß man den Beginn seiner Geltung in ein bestimmtes Jahr setzte. Dem liegt eine zu immer größerer Detaillirung fortschreitende Entwickelung der Rechtssage zu Grunde. Hatte schon Eike von Repgow selbst Karl den Großen als den Urheber des Sachsenrechts aufgefaßt (Textus prologi: Karl an den Sassenland noch sines rechten tiüt), so erblickte hundert Jahr später der Verfasser des Glossenprologs Johann von Buch in einem bestimmten Exemplar des Sachsenspiegels das authentische mit dem Reichssiegel versehene Privilegium [1]). Wenig später muß sich dann die Fortbildung hinzu-

1) Homeyer, Prolog zur Glosse des sächs. LR. (Abhdlgn v. J. 1854). S. 22 ff. Steffenhagen Glossenprolog (Sitzungsberichte Bd. CXIII) v. 219—221

gesellt haben, das Privilegium des Sachsenspiegels sei von Karl dem Großen zu Sachsenburg am 10. Februar 810 den Sachsen ertheilt worden. Wenn auch erst Sachsenspiegelhandschriften seit dem Ende des 14. Jahrh. diese Angabe kennen, sie in den Text oder in die Glosse aufnehmen und unter Berufung auf die Constitution Justinians v. 537 Ut nomen imperatoris imponatur documentis (Nov. 47) einen solchen Vermerk für nothwendig erklären [1]), so muß die Nachricht doch schon in der zweiten Hälfte des 14. Jh. gekannt und geglaubt sein, denn die Magdeburger Schöffenchronik hat sie schon ihrer Erzählung an der entsprechenden Stelle zum J. 810 eingereiht (Städtechron. VII. 38 [2]). Da die Chronik, wie früher (Gött. gel. Anz. 1869 S. 1625) gezeigt, die Glosse benutzt hat, so wird man annehmen müßen, daß schon Hss. aus der Mitte des 14. Jh., die uns nicht mehr zugänglich sind, jene Nachricht von der nach Jahr und Tag bestimmten Verleihung kannten. Wie man übrigens zu diesem Datum gelangt sei, ist noch immer unerklärt; für die unfindbare Sachsenburg liegt vielleicht die Erklärung in dem castrum quod dicitur Saochseburg, wozu einzelne Ueberlieferungen die Nachrichten der Annalen zum J. 743 von der Einnahme der Feste Hohseoburg durch Karlmann entstellt haben (Ann. Tiliani pars altera, M. G. SS. I. 219). Von diesem angeblichen Entstehungsdatum hat man seit dem späteren Mittelalter die Geltungsdauer des Sachsenspiegels bemessen und deren Umfang je nach der Zeit, in welcher eine Urkunde abgefaßt oder abgeschrieben wurde, verschieden ausgerechnet. Besäßen wir das Magdeburger Ausschreiben zum Schutz des Sachsenspiegels im Original, so würde darin vermuthlich eine der Differenz zwischen 810 und 1368 entsprechende Geltungsdauer des Rechtsbuches erwähnt sein. Wenn wir in der jetzigen Ueberlieferung 644 Jahre antreffen, so wird sich das aus der Zeit erklären, da die Sammlung von Magdeburg-Thorner Urtheilen zusammengestellt oder abgeschrieben wurde; daß man sich zu Aenderungen solcher Art für befugt erachtete, ist auch bei anderen Ueberlieferungen von Schöffensprüchen nachweisbar.

Es bleibt noch übrig, die Hildesheimer Urkunde um ihrer selbst willen zu betrachten. Nach dem bisherigen Stand unsrer Kenntniß konnte die Stadt Hildesheim nicht zu dem Kreise des eigentlichen Sachsenrechts d. h. derer, die nach dem Sachsenspie-

1) Homeyer Ssp. dritte Ausgabe III 82 Note 6. Steffenhagen, Sitzungsberichte Bd. CI 758. Am frühesten scheint die Notiz in der Berliner Sachsenspiegelhs. von 1382 (Nr. 34,35; vgl. Steffenhagens Verz. 17,18) vorzukommen. Homeyer, Prolog z. Glosse S. 23 A. 1.

gel leben, gerechnet werden. Für Hildesheim galt sein Statutarrecht, das in zwei umfassenden Aufzeichnungen während des Mittelalters niedergelegt ist, einer lateinischen aus der Mitte, einer deutschen vom Ende des 13. Jahrhunderts (UB. der Stadt Hildesheim I n. 209 und n. 548). Ein Einfluß des Sachsenspiegels auf diese Rechtssammlungen ist nur in sehr beschränktem Umfange nachweisbar: die deutsche beginnt mit dem Satze des Sachsenspiegels I 5 § 2: wif mach mit unkuschheit irs lives etc. Das ist aber auch alles. Daß in Hildesheim wirklich der Sachsenspiegel [1]) neben dem Statutarrecht gebraucht wurde, läßt sich aber aus Zeugnissen des Urkundenbuches erweisen: eine Rechtsentscheidung, welche der Rath um 1350 nachgesucht hat, wird auf Grund des Ssp. gefällt (II n. 63); der Hildesheimer Rath verweist 1396 den von Goslar wegen einer gegen die Stadt von Schloß Lutter am Barenberge verübten Gewalt auf cap. 72 des anderen bokes unses lantrechtes (Ssp. II 72) (II n. 900). In demselben Sinne redet Heinrich von Mackenrode, der von 1379 bis 1413 im Göttinger Rathe nachweisbar ist, in einem dem Hildesheimer Rathe ertheilten Rechtsgutachten von „der glose unses lantrechten“ (II n. 1186). In einem Schreiben der Hildesheimer an die Stadt Minden aus dem Ende des 14. Jh. heißt es: gy wethet ok wol des rechtes menynge yn deme 82 cap. des derden bukes (II n. 1193). Es bedarf also gar nicht erst einer Angabe der Rechtsquelle, aus welcher citirt wird; man weiß ohne weiteres, wo „des Rechtes Meinung“ zu finden ist. Dazu stimmt ein handschriftlicher Besitz des Hildesheimer Raths aus alter Zeit. Es ist das eine Sachsenspiegelglosse des 15. Jahrhunderts, interessant durch ihren Inhalt, eine Verkürzung der Glosse des Johann von Buch, wie durch ihre Form, eine Glosse ohne Text. Solcher Bestand läßt schließen, daß der Hildesheimer Rath auch eine Handschrift mit dem Sachsenspiegeltexte besaß. Die Glossenhandschrift ist erst neuerdiugs wieder zu Tage gekommen, fehlt deshalb in Homeyers Verzeichniß der Rechtsbücher wie in dem der Einleitung zur dritten Ausgabe des Ssp. S. 24, 25. Erst durch Steffenhagen, der sie in seinem 1887 aufgestellten Verzeichniß der glossirten Hss. als Nr. 61 aufführt (Sitzungsberichte CXIV S. 338) ist sie bekannt und benutzt worden. Ebendaselbst ist Nr. 105 (Homeyer n. 725) als Schwesterhandschrift der ersteren nachgewiesen. Eine andere Sachsenspiegelhandschrift Homeyer n. 56 Steffenhagen n. 12 ist nicht un-

1) In dem dem Rathe ertheilten Gutachten von c. 1400 (UB. II. n. 1215) ist unter dem keyserrechte der Schwabenspiegel zu verstehen. Die citirte Stelle ist c. 159 der Laßbergschen Ausgabe.

wahrscheinlich in Hildesheim geschrieben. Ein reichlich lebhafter Gebrauch des Sachsenspiegels ist damit dargethan.

Der Angriff auf das Rechtsbuch, von dem die Magdeburger gemeldet, veranlaßte den Hildesheimer Rath auf Maßregeln zu dessen Schutz zu sinnen. Der einzige Schritt, den er, soviel wir wissen, that, war die Aufforderung zu einer Zusammenkunft, auf welcher neben andern gemeinsamen Angelegenheiten auch diese berathen werden sollte. Die Aufforderung richtete sich an Heinrich von Gittelde, Ravo von Adelebsen und Sifrid tor Bork; aber auch außer ihnen sollte we dar ummelangh beseten were willkommen sein. Von den drei Rittern ist nur der erste, nach dem zwischen Seesen und Osterode gelegenen Gittelde (1210 Getlethe UB. der Stadt Hildesheim I n. 62) zubenannt, eine bekanntere Persönlichkeit. 1346 als Knecht, 1349 als Ritter bezeichnet (Sudendorf UB. von Braunschweig und Lüneburg II n. 171, 343), wurde er 1357 vom Bischof Heinrich von Hildesheim auf vier Jahr zum Amtmann und Vogt auf den Schlössern Hunnesrück (j. Pachtgut bei Dassel) und Dassel bestellt (das. III n. 8), die Simon, der letzte Graf von Dassel, 1310 dem Stifte Hildesheim verkauft hatte. 1368 befand sich Heinrich v. G. unter den Gästen des großen Turniers, welches Herzog Otto der Quade im Februar hier in Göttingen veranstaltete (Schmidt, UB. der Stadt Gött. I n. 249). In dem lüneburgischen Erbfolgekriege gehörte Heinrich v. Gittelde zu den Parteigängern des Herzogs Magnus, in Folge dessen er dann auch von K. Karl IV. 1371 geächtet wurde (Sudendorf IV 219). 1372 wird er als ratgeve des Herzogs genannt (das. n. 302), von dem er auch verschiedene finanzielle Zusicherungen und Schadlosbriefe empfangen hat (das. n. 15, 177, 190). Eine Urkunde von 1382 (das. X n. 14, 1) erwähnt ihn als verstorben. Als Ort der Zusammenkunft wird die Queneborch boven Loxstede vorgeschlagen: Lechstedt liegt südöstlich von Hildesheim; die Quenenburg mag am Quenenberge zu suchen sein, an welchem städtische Hopfengärten lagen, welche die Stadt verpachtete (UB. III n. 1168 § 30). Weshalb grade die drei genannten aus der benachbarten Ritterschaft zur Berathung eingeladen wurden, ob sie in einem Bundes- oder Dienstverhältniß zur Stadt standen, ist nicht ersichtlich. Es bleibt also nur übrig, den Grund für die Vereinigung von Stadt und Ritterschaft in dem Interesse zu suchen, das beide an dem unverkümmerten Genusse des Sachsenspiegelrechts hatten. Für die innern Verhältnisse der einzelnen Stadt mochte ihr Statutarrecht ausreichen. „Vele stede hebben ere sunderken rechte, de me in anderen steden nicht enpleght eder darff holden, vurder

wen me gerne wil", schreibt der Hildesheimer Rath 1407 nach Lüneburg (UB. III n. 323). In dem Verkehr von Stadt zu Stadt bezieht sich der Rath auf „unser Landrecht", auch grade in Streitigkeiten, an denen Mitglieder des Ritterstandes betheiligt sind (ob. S. 395). Für seine Ritter ließ 1336 der Graf Johann von Oldenburg eine Handschrift des Sachsenspiegels herstellen (Homeyer Nr. 659, früher Varel, jetzt Oldenburg, hg. v. Lübben [Oldenbg. 1879] S. 148). Unsere Urkunde lehrt uns in dem Rechtsbuche ein Band erkennen, das Stadt und Ritterschaft mit einander verknüpft.

Bei der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

Juli 1888.

Sitzungsberichte d. K. Pr. Akademie d. W. zu Berlin XXXI, XXXII, XXXIII, XXXIV.

Leopoldina Heft XXIV N. 11—12.

b. Nova Acta, Band 49, 50, 51, d. Kaiserl. Leop. Carol. Akademie.

c. Katalog Lieferg. I.

Kön. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig:

a. des X. Bandes N. IX. Abhandl. der philologisch-historischen Classe: Roscher, Umrisse der Naturlehre des Cäsarismus.

b. des XIV. Bandes N. IX. Abhandl. der mathematisch-physischen Classe: G. Heinricius und H. Cronecker, Beiträge zur Kenntniß des Einflusses der Respirationsbewegungen auf den Blutlauf im Aortensysteme.

Sitzungsberichte d. philosophisch-philologischen und historischen Classe zu München. 1888. Heft II.

Jahresbericht u. Abhandlungen des Naturwissenschaftl. Vereins in Magdeburg. 1887. Magdeburg 1888.

Unsere Vorzeit v. Fr. Tewes. Hannover 1888.

Gerhard vom Rath. Vortrag v. Laspeyres auf der Generalversammlung des naturhistorischen Vereins d. Pr. Rheinlande. 1888.

Jahrbuch der Hamburgischen wissenschaftlichen Anstalten. V. Jahrg. 1887. Hamburg 1888.

Rede zur Gedächtnißfeier S. M. Kaiser Friedrich am 30. Juni 1888. Geh. v. Rektor Georg Meyer.

Meterologische Zeitschrift. Jahrg. 5. 1888. Heft 7. Juli. Berlin.

Magnetische u. meteorologische Beobachtungen an d. K. K. Sternwarte zu Prag. 1887. Jahrg. 48. Prag.

Verhandlungen d. K. K. zoologisch-botanischen Station in Wien. Jahrg. 1888. Band XXXVIII. 1. u. 2. Quartal. Wien 1888.

a. Chronik des Vereines der Aerzte in Steiermark 1883—1888. Zur Erinnerung an die Feier d. 25j. Bestandes von Dr. Jos. Herzog. Graz 1888.

b. Mittheilungen d. Vereines der Aerzte in Steiermark, XXIV. Vereinsjahr. 1887. Graz.

Verhandlungen d. K. K. geologischen Reichsanstalt. 1888. N. 9 u. 10.

XVII. Jahresbericht der historisch-antiq. Gesellschaft von Graubünden. 1887. Chur.

a. Proceedings of the R. Irish Academy Science. Serie II. Vol. IV. N. 6. Dubliu.

b. Proceedings of the R. Irish Academy, Polite literature and antiquities. Serie II. Vol. II. N. 8. Dublin.

c. The transactions of the R. I. A. Vol. XXIX. Part 1 u. 2.
d. »Cunningham memoirs«. N. IV. Juni 1887.
e. List of the Papers published in the transactions, Cunningham memoirs and Irish manuscript series of the Irish Academy between the years 1786—1886. Dublin 1887.
Nature. Vol. 38. N. 976, 977, 978.
Proceedings of the Royal society. Vol. XLIV. N. 268, 269.
a. Proceedings of the Manchester literary and philosophical society. Vol. XXV, XXVI. Session 1885—6, 1886—7.
b. Memoirs. Vol. X. Third series. London 1887.
Records of the geological survey of India. Vol. XXI. Part 2. 1888. Calcutta.
Atti della R. Accademia dei Lincei 1888. Serie quarta Rendiconti. Vol. IV fasc. 9. 10. 1. Semestre.
Bollettino delle publicazioni italiane. 1888. N. 61.
Bollettino delle opere moderne straniere. Vol. II. 1887. Tit. u. Ind.
Atti della società toscana di scienze naturali, Processi verbali. Vol. VI. p. 73—81.
Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche. Tomo XX. Nov. 1887. Roma 1887.
Annuario da Universidade de Coimbra. Anno lectivo de 1887 a 1888. Coimbra.
Jornal de sciencias mathematicas e Astronomicas. Vol. VIII. N. 4.
Bulletin de l'Académie Roy. des sciences, des lettres et des beaux arts de Belgique, année 57, série 3, tome 15. N. 5, 6.
Archives neerlandaises des sciences exactes et naturelles. Tome XXII. Livr. 4 et 5.
Iduns Aebler. Et Bidrag til de nordiske Mythers Historie by Sophus Bugge.
Mémoires de l'Academie impériale des sciences de St. Petersbourg. VII. série. Tome XXXVI. N. 1. 2.
Meteorologische Beobachtungen. Dorpat. Januar — April 1888.
The American monthly microscopical Journal. Vol. IX. N. 7. N. 103.
American journal of mathematics. Vol. X. N. 3.
Bulletin of the scientific laboratories of Denison University. Vol. 1. 2. 3. Granville, Ohio.
Bulletin of the Am. Geographical society. Vol. XX. N. 2. June 30. 1888.
Proceedings of the Am. Philosophical society. Vol. XXV. N. 127.
Bulletin of the Museum of comparative Zoology at Harvard College. Vol. XIII. N. 9.
Journal of the Trenton natural history society. N. 3. 1888. Trenton.
Proceedings of the Academy of natural sciences of Philadelphia. Part 1. Jan.—Febr. 1888. Philadelphia.
Annual report of the Chief signal officer of the Army to the secretary of war for the year 1887. Part I. Washington 1887.
Memoirs of the Boston society of natural history. Vol. IV. N. 5, 6. Boston 1888.
Report of the scientific results of the exploring voyage of H. M. S. Challenger 1873—76. Zoology Vol. XXIII. XXIV. XXV. Plates for Vol. XXIV.

Inhalt von No. 15.

F. Frensdorff, Beiträge zur Geschichte und Erklärung der deutschen Rechtsbücher. — Eingegangene Druckschriften.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

22 JAN 89

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

5. December. № 16. 1888.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Sitzung vom 3. November.

Kleine Aufsätze zur Grammatik und Etymologie der indogermanischen Sprachen.

Von

Fritz Bechtel.

Erste Reihe.

1. Griech. *ἐῤῥύα.*

In der berühmten Mirakelinschrift von Epidauros, welche *Καββαδίας* in der *Ἐφημερὶς ἀρχαιολογική* 1885 1 ff. veröffentlicht hat, steht in der dritten Zeile die Form *ἐξεῤῥύα*, in der Verbindung *ὡς δ' ἐξεῤῥύα συχνὸν ὑγ[ρό]ν.* Zu der genannten Form kann ich den Conjunctiv aus Kalymna nachweisen: *[λ]εγόντω ἐς ὅκα τὸ ὕδωρ ἐ[γ]ρύαι* heißt es bei Newton Ancient Greek Inscriptions in the British Museum II. 85$_{51}$. Der Aorist *ἐξεῤῥύα* ist den *a*- Aoristen zuzuzählen, welche Fick GGA. 1881. 1430 zusammengestellt hat. Am nächsten kommt ihm lak. *ἀπεσσύα* resp. *ἀπεσσούα* in dem von Xenophon und Plutarch mitgeteilten Briefe des Hippokrates an die Spartaner (Bergk Kl. Schr. 2. 314 ff.). Ahrens hat dafür *ἀπέσσυα* vorgeschlagen (DD. 147), Mahlow wollte *ἀπέσσουε* schreiben (KZ. 24. 295), unter dem Beifalle GMeyers Gr. Gr.^{2} 484. Die oben angeführten Belege des *a*-Aorists *ἐῤῥύα* lehren, daß *ἀπεσσούα* richtig überliefert ist. Seine Erklärung erhält der Aorist *ἐῤῥύα* durch den vedischen Infinitiv *srávitavē*, welcher einen ursprachlichen Stamm *srévā-* bezeugt, zu dem *ἐῤῥύα* der regelrechte Aorist ist.

2. Griech. λελιημένος.

Es ist eine alte, zuletzt von JBaunack (Inschrift von Gortyn 52) wiederholte, Behauptung, daß λελιημένος für λελιλημένος stehe. Das Ausfallen des λ könnte vielleicht mit dem Hinweise auf ἐκ-παγλος, πύελος, φαῦλος gerechtfertigt werden; aber womit man die Verschleppung der Präsensreduplication λι in das Perfectum begründen will, sehe ich nicht: flectiert man etwa δεδίδωκα? Eine bessere Erklärung zu finden ist nicht schwer, seit zwei kretische Steine an den Tag gekommen sind, die hernach angeführt werden sollen. λελιημένος ist genau gebildet wie homerisch τετιημένος; das zugehörige active Participium heißt τετιηώς, mit dem man hom. κεκαφηώς, κεχαρηώς, πεπτηώς vergleiche. Da das reduplicierte Futurum auf dem Perfecte beruht, müssen auch die Formen κεχαρησέμεν, πεπιθήσω, πεφιδήσεται, κεκαδησόμεθ' u. s. f. hierhergezogen werden. Selbstverständlich entsprechen die Stämme auf -η den indischen auf -ā, wie cakrā- in cakrā-ṇáḥ, cakrā́-thē, cakrā́-tē, so gut wie der einzige Stamm auf -ε, welchen das griechische Perfectum aufweist, μεμβλε- in μέμβλετο, den indischen Perfectstämmen auf -a, wie cakrá- in cakrá, cakrá-thuḥ, cakrá-tuḥ, entspricht. Das Präsens zu τετιημένος ist τείω; also hat das zu λελιημένος gehörige Präsens λείω zu lauten. Dies Präsens ist vorhanden. Im Gesetze von Gortyn schreibt Baunack λῆῖοι, λῆῖονσαν, λῆῖονσι u. s. f., und erklärt noch in den Studien auf dem Gebiete des Griechischen und der arischen Sprachen I, 1 S. 35, in Uebereinstimmung mit Meister, dessen Arbeit ich nicht einsehen kann, ληίω für ein Denominativum zu *λη-εσ-. Daß indes das Ε einen kurzen e-Laut bezeichnet, lehren zwei neupublicierte kretische Inschriften. Die eine, in Knossos gefundene, ist im ionischen Alphabete abgefaßt, ein Zweifel also gar nicht möglich, wenn man auf ihr liest: καρταῖπος αἰ πρίαιτο κ' ἀποδόμεν λέοι[1]) (Museo Italiano 2. 678$_6$). Die andere, aus Oaxos stammende, ist in dem später bekannt gewordenen epichorischen Alphabete geschrieben, welches den kurzen und den langen e-Laut scheidet. Sie kann zwar nicht hergestellt werden, aber 2maliges λέοι ist sicher (Museo Italiano 2. 139/140$_{8.12}$.) Es stellt sich also heraus, daß Blass auf der elischen Inschrift Collitz no. 1151$_8$ mit vollem Rechte αἰ μὰν λεοίταν geschrieben hat. Daß zwischen Vocalen stehendes Iota im Elischen unbezeichnet bleiben kann, bedarf keiner Auseinandersetzung; für Kreta wird die gleiche Erscheinung durch ϝοικέα des Gesetzes von Gortyn erwiesen (Bau-

1) Hierzu die adnotatio auf S. 679: „in fine ΛΕΟΙ o più difficilmente ΔΕΟΙ".

nack 54). Man muß also λείω umschreiben; hiermit ist das mit τείω conforme Präsens gefunden.

Wie verhält sich nun λείω zu λῆν? Abgesehen von der Gestaltung des Ablautes genau wie ψαίω zu ψῆν, κναίω zu κνῆν. Die dorischen Formen λῶ, λῇι, λῶντι, λῆν sind schon urgriechisch aus λήω, λήει, λήοντι, λῆεν contrahiert. Morphologisch steht das Präsens, welches sie darstellen, mit den indischen Präsentien wie *gấyati*, *trḍyatē* u. s. f., den litauischen wie *sẽju*, *lóju* auf Einer Stufe. Dagegen ist λείω mit indischen Präsentien wie *dyáti*, *syáti*, *çyáti* morphologisch gleich. Es liegt nahe ein altes System zu vermuten, welches durch starke und schwache Formen ausgezeichnet war, also eine ursprachliche Flexion *lḗyō* : *leiési* anzusetzen. Auch τείω scheint einem solchen Systeme zu entstammen. Beachtet man nämlich, daß das entsprechende indische Verbum *cấyatē* (er benimmt sich ehrfürchtig) lautet, so fühlt man sich versucht die beiden auseinandergehenden Präsentien zu einem Systeme *cḗyō* : *ceiési* zu vereinigen.

---

3. Griech. πραπίδες.

Warum gebraucht Homer πραπίδες bloß im Plurale? Die Antwort darauf gibt die Etymologie des Wortes.

Leo Meyer hat sskr. *praçnáḥ* (Befragung) und lit. *prasẽ́ti* (fragen) mit gr. πρόπος in θεοπρόπος zusammen gestellt (KZ. 22.59). Es entsprechen sich also unter Umständen sskr. ç, lit. *s* und griech. π. Unter welchen Umständen, kann fraglich sein: die Erklärung, welche ich für richtig halte, steht bei Fick Spracheinheit 135 unter *markᵠ*, und in der vierten Auflage des Wörterbuchs, von der mir fünf Bogen vorliegen. Indem ich an LMeyers Zusammenstellung anknüpfe, identificiere ich den aus πραπίδες zu entnehmenden alten *i*-Stamm πραπί-ς mit dem von Geitler (Litauische Studien 104) angeführten litauischen *pirsẽis* (Brust). Was weiter über die Verwandtschaft der πραπίδες zu sagen ist, kann man den Combinationen Ficks (Wörterbuch II³ 609) entnehmen. Fick zieht zu lit. *pirsẽis* mit Miklosich ksl. *prŭsi* (Brust), ebenfalls ein plurale tantum, ferner sskr. *párçu-*, avest. *peresu-*, die beide „Rippe" bedeuten. Geht man von dieser letzteren Bedeutung aus, so wird klar, warum das älteste Griechisch wie das Slawische, wenn sie die Begriffe „Zwerchfell" oder „Brust" mit dem Nachkommen des ursprachlichen Wortes *pérçou-* ausdrücken wollten, den Plural angewendet haben: griech. πραπίδες, ksl. *prŭsi* bedeuten von Haus aus „die Rippen".

Ist mit Bugge (Paul-Braune 13. 320) außerdem got. *brusts* heranzuziehen? Ich wage noch keine Entscheidung.

---

4. Griech. ἄκμων.

Das griechische Wort ἄκμων, welches bereits Bopp mit sskr. *áçmā* und lit. *akmů̃* zusammengestellt hat, scheint mir wie griech. ἄγχω zu den wenigen bisher bekannten Bildungen zu gehören, welche aus der Ursprache stammendes prothetisches *a* aufweisen. Bisher hat man das in ἄκμων erscheinende *a* als Schwächung eines *ā* aufgefaßt; so de Saussure (Mémoire 181 „indo-eur. *Ākmān* à la place de *Ākmān*"), so Möller (Paul-Braune 7. 517), der die Vermutung äußert, das *ā* scheine in ksl. *kamy* bewahrt zu sein. Allein gerade das ksl. *kamy* weist auf einen anderen Weg. Da die Annahme einer Metathese auf Schwierigkeiten stößt, wird in ksl. *kamy* der getreue Reflex des alten ursprachlichen Nominativs vorliegen. Ich denke mir denselben als *çṓmō*, indem ich Verwandtschaft mit sskr. *çiçāti* (schärft, wetzt), gr. κῶνος, altn. *hein* (Schleifstein) voraussetze. Das ursprachliche Nomen *çṓmn* flectierte wie idg. *nṓmn* mit dreifacher Abstufung: Nom. *çṓmō*, Genet. *çaménos*, Instrum. *açmnḗ*. Der Nominativ *çṓmō* liegt, nur vermehrt um ein *n*, in ksl. *kamy* vor. Die Fortsetzung der in dem Genetive erscheinenden Stammform bildet einerseits altn. *hamarr*, ahd. *hamar* (Hammer), andrerseits lit. *akmeñs*: so wird das schon von JGrimm (Geschichte der deutschen Sprache 400) herangezogene deutsche Wort mit lit. *akmů̃* u. s. f. zu vereinigen sein. Endlich, aus den mit dem Instrumentale *açmnḗ* coordinierten Casus stammt das prothetische *a*. Schon in der Ursprache wurde das Paradigma durch Formausgleichungen vereinfacht; der Nominativ des neuen Paradigmas hieß *áçmō*, von ihm stammen griech. ἄκμων, lit. *akmů̃*, sskr. *áçmā* ab.

---

5. Das dorische Futurum.

Zu einer befriedigenden Erklärung des dorischen Futurums auf -σέω gelangt man, wenn man zu der, neuerdings mit Recht von Brugmann (Morphol. Unters. 3. 58 ff.) empfohlenen, Meinung der Vorgänger Bopps zurückkehrt, daß das griechische *s*-Futurum aus dem Conjunctive des *s*-Aorists hervorgegangen ist.

WSchulze hat die glückliche Entdeckung gemacht, daß in alten ionischen Inschriften die 3. Sg. Conjunctivi des *s*-Aorists auf -σει schließt: κατάξει, ἐκκόψει, ἀποκρύψει, ἐπάρει, ποιήσει (Hermes 20.491). Die gleiche Thatsache steht, wie JBaunack (Studien

auf dem Gebiete des Griechischen und der arischen Sprachen I, 1. 3) gesehen hat, für Kreta fest: Museo Italiano 2. 593. 7 ff. *αἰ δέ κα μὴ ἐπιδίηται . . ἢ μὴ ἐπελεύσει τὸ τετνακὸς ἢ μὴ δείξει ἄι ἔγρατται*; ebenda Z. 12 ff. *αἰ δέ κα σῦς καρταῖπος παρώσει ἢ κατασκένηι* u. s. f. Ich gebe auch darin Baunack Recht, wenn er in dem später in jeder Landschaft zu Tage tretenden Schwanken zwischen conjunctivischem *-ει* und *-ηι* die Nachwirkung dieses uralten, ursprünglich allen Dialekten gemeinsamen, Unterschiedes sieht. Man kann vielleicht sogar weiter gehn, und behaupten, daß es die baare Willkür ist den Conjunctiv *δόξει* eines so streng im Dialekte abgefaßten Denkmals, wie des Ehrendecrets aus Astypalaia CIG. no. 2483 (Z. 14 *αἰ δέ κα δόξει*), aus *δόξηι* entstanden sein zu lassen, Angesichts der Thatsache, daß Z. 21 *ὅπαι κα χρήιζηι* geschrieben ist. Die zu *ποιήσει* gehörige dritte Pluralis hat urgriechisch *ποιήσοντι* geheißen; sie ist in dem zweimal belegten chiischen *πρήξοισιν* (neben *λάβωισιν*) erhalten. Combiniert man die Endungen *-σει* und *-σοντι* mit den aus Homer bekannten Conjunctivendungen *-σομεν*, *-σετε*, *-σετον*, *-σομαι*, *-σεαι*, *-σεται*, *-σόμεσθα* (Aufzählung bei Curtius Verbum[2] 2. 283 f.), so gelangt man zu einem Paradigma des Conj. Aor., das sich von dem des Futurums nicht unterscheidet.

Die Frage ist, ob *δειξέω*, *δειξεῖς*, *δειξεῖ*, die Formen des dorischen Futurums, ebenso als Conjunctivformen betrachtet werden können. Ich meine, ja: diese Formen sind die mit den Formen des äolischen Optativs parallel gehenden Conjunctivformen.

Der „äolische" Optativ ist dadurch ausgezeichnet, daß er vor dem Moduszeichen das Element *σε* aufweist, dessen *ε* nicht mit *o* ablautet. Optativcharakter ist entweder *ī* wie in *φέροι*, *λύσαι*, oder *ια*, womit ich Beitr. 7. 2 das Optativzeichen von umbr. *portaia*, lit. *bucæią* verglichen habe. Ein sicher bezeugter Optativ der ersteren Art ist arkadisch *διακωλύσει* der Bauinschrift von Tegea (Collitz no. 1222 6. 7). Das andere Moduszeichen steckt in der 2. Sg. *-σειας*, und in der 3. Plur. *-σειαν*. Welche Beziehung zwischen den beiden Optativzeichen *ī* und *ια* Statt finde, und wie die 3. Sg. auf *-σειε* zu erklären sei, ist hier ohne Interesse: es kommt bloß darauf an zu constatieren, daß das Griechische einen Optativus Aoristi besitzt, vor dessen Moduszeichen das Element *σε* erscheint.

Wenn nun der Optativ, der zum Aoriststamme *δειξε-* gehört, **δείξει-ν* (nach att. *τρέφοιν*, *ἀμάρτοιν*, die Rutherford Phrynich. 450 ff. freilich bestreitet), **δείξει-ς*, *δείξει* (arkad. *διακωλύσει*) heißt, so kann der Conjunctiv, der ihm zur Seite geht, nur als **δειξέω* **δειξέεις*, **δειξέει* angesetzt werden. Daß diese Formen den historisch gegebenen gerecht werden, leuchtet ein.

Das Bisherige ist nur weitere Ausführung eines Gedankens, den man bei GMeyer Griech. Gramm.[2] 474 ausgesprochen findet. Aber in der weiteren Frage, wie der in δειξέω, δείξει auftretende Stamm δειξε- aufzufassen sei, gehn unsere Wege auseinander. GMeyer denkt sich δειξέω als Conjunctiv zu einem Indicative *ἐδείξεα, der mit indischem *áyāsišam* morphologisch gleich stehe. Die Form *ἐδείξεα hatte bereits Mahlow (KZ. 26. 586) nach sskr. *áyāsišam* construiert. Einen solchen Indicativ kann ich nicht zugeben. Mahlow hat sich hier durch Brugmanns bekannte Gleichung sskr. *ávēdišam* = gr. ἐϝείδεα blenden lassen. Diese Gleichung halte ich aus zwei Gründen für verfehlt. Erstens hat Brugmann nirgends erwiesen, daß in solcher Lage indisches *i* griechischem ε entspricht. Wo ε im Griechischem Schwa ist, liegen ganz bestimmte Umstände vor, die hier nicht eintreffen. Ich läugne, was Fick noch angenommen hat, ein *e* im Vortone und ein' *e* im Nachtone: in allen solchen Fällen gelingt es *e* dem Hochtone zuzuweisen. Brugmann kann für seine Auffassung Nichts anführen als das Zusammentreffen von sskr. *jani-* in *janitâ* und *janišyátē* mit griech. γενε- in γενετήϱ und μενε- in μενέω. Die ausführlichen Darlegungen, in denen Fick (GGA. 1881. 1424 ff.) dieses Zusammentreffen als ein bloß scheinbares hingestellt und so seine Schwa-Theorie selbst modificiert hat, sind von Brugmann bisher unbeachtet gelassen worden. Ich habe also keinen Grund auf die Sache zurückzukommen. Den zweiten Einwand, der gegen jene Gleichung erhoben werden muß, hat Mekler (Beiträge zur Bildung des griech. Verbums 84) ausgesprochen: die Contraction, die in ϝείδη angenommen werden müßte. Die Form ϝείδη ist (Mekler a. a. O. 72) bei Homer 22mal bezeugt, ϝείδεε besten Falls fünf Mal. Zieht man von den 22 Stellen die vier ab, an denen ϝείδη vor einem kurzen Vocale steht, wo man also auch ϝείδε' lesen könnte (*B* 33, *Λ* 741, *Υ* 466 = *γ* 146, *β* 122), und läßt *ψ* 220 unberücksicht, weil der Vers in einem Teile der Scholien ἀθετεῖται — so bleiben immer noch 17 übrig, an denen die zweisilbige Form durchaus sicher steht. Wenn nun ϝείδη aus *ϝείδεσε contrahiert ist, so muß die Contraction von εσε zu η zur Zeit der Entstehung der homerischen Gedichte schon vollzogen gewesen, die Zusammenziehung also auch sonst nachweisbar sein. Ist das der Fall? Sammelt man die mit ϝείδη, resp. ϝείδεε, gleichmeßenden Nominative Pluralis der masculinen *s*-Stämme, die bei Homer vorkommen, so ergibt sich das entgegengesetzte Resultat. In Uebereinstimmung mit LMeyer (Gedrängte Vergleichung der griechischen und lateinischen Declination 71) finde ich von zusammengezogenen Formen nur diese: ἐναϱγεῖς *Υ* 131, *η* 201,

π 161 (Versschluß); ἐπιδευεῖς *I* 225, *N* 622 (Versschluß); ζαχρηεῖς *M* 347, 360, *N* 684 (Versanfang); πρηνεῖς *Λ* 179 (Cäsur des dritten Fußes); ἀκληεῖς oder ἀκλειεῖς *M* 318 (desgleichen). Dazu kommt noch πρωτοπαγεῖς *E* 194 (ebenso; es folgt νεοτευχέες). Keine von ihnen taugt Etwas. Für ἀκλειεῖς setzen LMeyer (a. a. O.) und Nauck ἀκλεέες ein. ζαχρηεῖς ist schon von LMeyer (a. a. O.) in ζαχραέες geändert, ohne Zweifel nach der Hesychischen Glosse ζαχραεῖς· ἐξαπίνους. Der Vers *Λ* 179, in dem πρηνεῖς steht, wird von Zenodot und Aristarch verworfen. Zu *E* 194, wo πρωτοπαγεῖς νεοτευχέες neben einander stehn, wird überliefert: Ζηνόδοτος μετέθηκεν; hieraus ergibt sich wenigstens das, daß Zenodot den Vers in seiner jetzigen Gestalt beanstandet hat (Düntzer De Zenod. stud. hom. 17). An der ersten der beiden Stellen, wo ἐπιδευεῖς — neben ἐπιδευῆς in A — überliefert ist, kann man mit Fick ἐπιδευές (Mangel) lesen, vgl. *T* 180 ἵνα μή τι δίκης ἐπιδευὲς ἔχῃσθα; so fällt auch die Notwendigkeit hinweg ἐσμέν zu ergänzen, zu deren Vermeidung Aristarch ἐπιδεύει vorgeschlagen zu haben scheint (vgl. Lehrs Aristarch[3] 359 f.), was Lehrs mit Recht ablehnt. Die andere steht nicht weit von der jungen Form ἐριβρεμέτεω, die ein Kriterium auch ihres Alters ist. Bleibt ἐναργεῖς in den Versen: χαλεποὶ δὲ θεοὶ φαίνεσθαι ἐναργεῖς (*T* 131), οὐ γάρ πως πάντεσσι θεοὶ φαίνονται ἐναργεῖς (π 161), ähnlich η 201. Nichts hindert mit Fick ἐναργές zu schreiben [1]); ἐναργές als Adverb wie ἀσκελές neben ἀσκελέως, ἀσπερχές, ἀσφαλές neben ἀσφαλέως, ἀτρεκές neben ἀτρεκέως, νωλεμές neben νωλεμέως u. s. f. Also ist der Nom. Plur. auf -εῖς bei Homer so schlecht wie nur möglich bezeugt. Vortrefflich dagegen die offenen Formen: sie stehn im Verse immer gerade da, wo nach den Untersuchungen IBekkers (Homer. Blätt. I. 138 ff.) der Dactylus häufiger gebraucht ist als der Spondäus. Im ersten Fuße: πρηνέες *B* 418, *Δ* 544; in der bukolischen Cäsur: ἁλιαέες (δ 361), ἀολλέες (30 Mal), ἐπαρτέες (ϑ 151), περιμήκεες (μ 90, ν 107), ποδώκεες (Ψ 376); im fünften Fuße: εὐερκέες (ρ 267), ἐπιδευέες (φ 185. 253, ω 171), κενεαγχέες (Θ 230), πολυγηθέες (Φ 450). Es kann kein Zufall sein, daß der Nominativ Pluralis der masculinen *s*-Stämme immer da im Verse erscheint, wo man drei Silben erwartet, und da beständig fehlt, wo zwei Silben zu Hause sind. Fehlt aber in dieser Kategorie die Contraction, so kann die aus ϝείδεε contrahierte Form ϝείδη nicht aus *ϝείδεσε hergeleitet wer-

1) Wegen der Verbindung von φαίνομαι mit dem Adverbium verweise ich auf Soph. Elektr. 877 f.: πάρεσθ' Ὀρέστης . . . ἐναργῶς, ὥσπερ εἰκορᾶς ἐμέ. — Von den obigen drei Stellen werden zwei von der heutigen Homerkritik beanstandet: Kirchhoff scheidet die Verse η 185—232 von dem ursprünglichen Gedichte aus, Nauck zweifelt die Verse Υ 112—135 an.

den, so kann bei Homer überhaupt kein η aus εσε entstanden sein[1]). Damit fallen die weitgehenden Combinationen, die Brugmann auf seine Gleichung gebaut hat. — Ich lehne die Gleichung ab, bin folglich auch nicht im Stande an einen mit sskr. *áyāsiṣam* conformen Indicativ **ἐδεἰξεα* zu glauben.

Ich wage hier eine andere Vermutung. Die Vocalisation des in *δειξέω*, *δείξει* fungierenden Aoristelementes σε legt den Gedanken nahe, daß dieses Element einmal den Accent getragen hat. Ein *s*-Aorist, welcher dieser Forderung entspricht, ist der Kielhorn'sche siebente: den vedischen *dhukṣán*, *dhukṣánta*, *dhukṣásva* steht nur Einmal *dhúkṣata* (3. Sg.) gegenüber. Nehmen wir an, daß das Griechische diesen *s*-Aorist ebenfalls besessen habe, so gewinnen wir den Punkt, von dem das dorische Futurum und der äolische Optativ ausgegangen sind. Zu sskr. *adikṣam* wäre griech. **διξέω* der entsprechende Conjunctiv, **διξεῖας*, **διξεῖ* (3. Sg.) der entsprechende Optativ. Indem diese in das System der beiden anderen *s*-Aoriste, welche durch hom. *ἔξον* (über das hohe Alter dieses Aorists handelt Bezzenberger GGA. 1887. 428) und gemeingriech. *ἔδειξα* dargestellt sein mögen, hinein verbaut wurden, erhielten sie den Wurzelvocal, der den letzteren zukommt. Somit könnten das „dorische" Futurum und der „äolische" Optativ als Zeugnisse dafür gelten, daß der indische siebente Aorist auch dem Griechischen eigen gewesen ist. Im Sanskrit ist dieser Aorist bekanntlich auf eine bestimmte Verbalclasse beschränkt. Welchen Umfang er im Griechischen gehabt habe, läßt sich nicht mehr ausmachen. Hätte freilich Mahlow Recht, so wäre der fragliche Aorist im Gebiete des griechischen *s*-Aorists überhaupt nicht zu suchen. Mahlow schreibt (KZ. 26. 589): „Der indische *sa*-Aorist .... hat die Eigentümlichkeit nur bei Wurzeln auf Gutturale vorzukommen. Er ist augenscheinlich von einigen wenigen Wurzeln ausgegangen. Ich glaube .... daß er gar nicht mit *s* gebildet ist, sondern daß das *ksh* die Affection der Gutturale ist, die sich in *ksham*, *akshan* u. and. findet". Allein Mahlow ist hier ein Versehen begegnet, zu dessen Darlegung ein so kenntnisreicher Gelehrter wie Er sicher nicht erst meiner bedarf.

---

6. Griech. *χρείων*.

HWSmyth stellt in seiner Dissertation „Der Diphthong *ει* im Griechischen" (Göttingen 1885) das Wort *χρείων* (Herrscher) unter

1) So wenig wie *ω* aus *εσο*. Der Beweis steht zu Diensten.

die Bildungen, deren *ει* durch das Zusammenfließen der beiden ehemals durch ein ⏑ getrennten Kürzen entstanden sei (39, vgl. 81). Ich gebe Smyth in der Annahme, daß ein Spirant geschwunden sei, Recht; Unrecht darin, daß er in ⏑ den geschwundenen Spiranten sieht. Gesetzt, *σ* sei zwischen den beiden Vocalen untergegangen, so glaube ich eine brauchbare Etymologie des vielbesprochenen Wortes vorschlagen zu können. Ich denke an altn. *herser* (Grundform *harsiaz*), Vorsteher eines *heraþ*, einer Landschaft (eigentlich Hundertschaft nach Möbius). Bei dem altnordischen *herser* kommt die Beziehung auf die uralte Gliederung der indogermanischen Völker noch zu Tage; das homerische *χρείων* ist bloßer Ehrentitel geworden. Die Umstellung des *ερ* zu *ρε* in dem griechischen Worte hat in griech. ⏑*ρέζω* neben got. *waúrkja*, und in *πρεχνόν · ποικιλόχροον ἔλαφον* (Hes.) neben ahd. *forhana* (Forelle), griech. *περχνός* ihre Parallelen. Zweideutig ist griech. *τρέω*, da einerseits sskr. *trásati* (zittert), andererseits lat. *terreo*, lit. *trisẽti*, avest. *teresaiti* verglichen werden können; auf die Glosse *ἔτερσε · ἐφοβήθη* (Hes.) wage ich nicht zu bauen. Wie Mahlow (Die langen Vocale 5) und Fick (Beiträge 5. 166) erkannt haben, ist in solchen Fällen *ε* ein geschwächter Vocal. Die für *χρείων* angenommene Metathesis führt also auf ehemalige Suffixbbetonung. Ist aber Betonung der Schlußsilbe wahrscheinlich gemacht, so darf man in *χρείων* eine weitere Stütze der Regel Ficks sehen, nach der *i*, nicht *j*, „überall da erscheint, wo der Ton ursprünglich folgte“ (Beitr. 9. 318).

Der eben genannten Regel wäre es dienlicher, wenn einmal Jemand sich daran machte eine systematische Untersuchung über ihre Geltung anzustellen, als Einzelheiten für oder wider sie beizubringen. Ich bin leider ebenfalls nicht dazu gelangt die begehrte Untersuchung zu führen, muß mich also begnügen zu Dem, was Prellwitz (GGA. 1886. 762) und Bezzenberger (GGA. 1887. 429) beigesteuert haben, einen kleinen Nachtrag zu liefern.

Zunächst glaube ich die Erscheinung, daß die von den Indern angesetzte Wurzel *i* (gehn), sobald sie mit der Präposition *adhi* verbunden wird, vor „vocalischen Endungen ihr *i* zu *iy* verwandelt“ (Kielhorn § 270) mit der Fick'schen Regel erklären zu können. Formen wie *adhīyāthē adhīyānaḥ* neben *yánti*, *yántu*, *yán* sind eben so zu verstehn wie die Formen *καθημένου*, *κάθοδον* auf Inschriften der kleinasiatischen Ionier neben *ἀπ' οὗ*, *κατ' ἄπερ*, *κατ' ὅπερ* der gleichen Gegend: im Compositum ist die ursprüngliche Gestalt des Anlautes gebunden, im einfachen Worte unterliegt sie der Wirkung späterer Lautgesetze. Das Griechische ist hier con-

servativer als das Sanskrit: dem ursprachlichen Stamme *ié-*, der in sskr. *yá-nti*, *yá-ntu*, *yá-n* steckt und der dem Stamme *sé-* in sskr. *sá-nti* u. s. f. zur Seite geht, entspricht genau der griechische Stamm *ἑ-* in dem aus der Hesychischen Glosse *ἔσσα· βαδίζουσα* bekannten Femininum des Particips, das gleich gebildet ist mit lesbischem, trözenischem, epidaurischem *ἔσσα* (Sappho 75$_2$, Bull. de corr. hell. 10. 142$_{21}$, *Ἐφημ. ἀρχαιολ.* 1885. 3$_2$). In die *ō*- Conjugation übergeführt, aber noch mit dem alten Accente, erscheint dieser Stamm in *ἑών*.

Zweitens wage ich es griech. *ὑγιής* heranzuziehen. Die Schwierigkeiten, die das *ι* der Erklärung entgegensetzt, weiß ich nur so zu heben, daß ich von einer mit *j* erweiterten Verbalbasis ausgehe, wie sie in lateinisch *vigeo* vorliegt. Die für das Nomen geforderte Schlußbbetonung führte dann zu der Verkürzung des *ej* in *i*. Gegen meine Erklärung spricht, daß es kein anderes mit *s*-Suffix gebildetes Nomen gibt, welches an eine ähnliche Verbalbasis sich anschlösse. Für sie kann man geltend machen, daß nicht abzusehen ist, warum dem *s*- Suffixe das verboten sein soll, was anderen Suffixen erlaubt ist. Bekannt ist z. B., daß im Sanskrit von abgeleiteten Verbalstämmen Adjectiva auf *u* gebildet werden: *ṛtayú-*, *dēvayú-*, *tandrayú-* u. s. f. neben *ṛtáyati*, *dēvayáti*, *tandrayatē*. Indes bin ich gerne bereit meine Vermutung gegen eine bessere fallen zu lassen; nur, daß ich die von Osthoff geäußerte für eine bessere nicht nehmen kann. Nach Osthoff (Morphologische Untersuchungen 4. 180 ff.) soll *ὑγιής* „Contaminationsbildung" von *ὑγίεις* und **ὑγής* sein. *ὑγίεις* wird an lit. *ūgis* (Wachstum) angereiht, die Existenz eines griechischen **ὑγής* aber aus *ὑγεία* erschlossen, dessen Alter mit folgenden Worten verteidigt wird: „auch hinsichtlich der inschriftlichen Beglaubigung ist *ὑγεία*, soweit ich es controllieren kann, in keiner Beziehung ungünstiger als *ὑγίεια* gestellt". In einem Buche, welches das indische Lexikon Amarakōšaḥ zu einem Autor stempelt (82: „nur bei Amarakosha"), und die wichtigste altisländische Handschrift, das Stockholmer Homilienbuch, für altschwedisch ausgibt (207: „die altschwedischen Homilien von Wisén"), befremdet dieses Urteil nicht.

Endlich sei hingewiesen auf *δοιός* neben sskr. *dvayáḥ*, auf *σκοιός* (cf. *σκοιόν, σκοιά, ἐπίσκοιος* bei Hesych.) neben sskr. *chāyā́*, auf das ionische (GMeyer, Griech. Gramm.^{2} § 48) *φθόη*, dessen Hiatus, an dem Wackernagel (KZ. 25. 268) sich stößt, in der indischen Betonung *kšayáḥ* seine Rechtfertigung finden dürfte.

7. Griech. ἐϝάω.

Daß das griechische ἐϝάω Digamma im Inlaute gehabt hat, ist schon von Bugge (Neue Jahrb. f. Philol. 105. 93) aus der Hesychischen Glosse ἔβασον · ἔασον (vgl. dazu Ahrens DD. 49) geschlossen. Bugge hätte sich noch auf eine andere Glosse des Hesych. berufen können, die offenbar äolisch ist: εὖα· ἐπιφημισμὸς ληναικὸς καὶ μυστικός . καὶ ἔα. Mit diesem ἐϝάω verbindet Bugge höchst scharfsinnig lat. *desivare* bei Festus. Man sollte bei solcher Sachlage zwar *ἐϝάω erwarten; allein an dieser Schwierigkeit wird die Zusammenstellung gerade so wenig scheitern, wie eine andere geniale Etymologie Bugges, die Jeder kennt: griech. ἄτερ, mhd. *sunder* (Beitr. 3. 120). Es erhebt sich nun die Frage, wie die gräcoitalische Basis *seva-* zu vereinigen sei mit der ursprachlichen Wurzel *sē*, welche durch sskr. *sāyá-* (Einkehr, Abend), lat. *sērus* (spät; Bugge Curtius' Studien 4. 353 f.), gr. ἵημι, sskr. *syáti* u. s. f. vertreten ist. Um sie zu beantworten, muß ich etwas weiter ausgreifen.

In der neuen Auflage des Fick'schen Wörterbuches wird auf Grund der bekannten Infinitive sskr. *dāvánē*, kypr. δοϝέναι, ion. att. δοῦναι, urgriech. θεϝέναι, ion. att. θεῖναι ein *v*- Aorist angesetzt. Ich halte Ficks Vermutung für zutreffend, da sie auch auf einige andere, bisher nicht aufgeklärte, Bildungen Licht wirft.

Zunächst auf den ursprachlichen Infinitiv *jīvésai*, der wegen der schon von Bopp (Vergl. Gramm.[3] § 854) erkannten Uebereinstimmung des vedischen *jīvásē* mit lat. *vivere* angesetzt werden muß. Trennen wir das Infinitivzeichen *-sai* ab, so bleibt *jīvé-* übrig. An griech. δοϝέ-, θεϝέ-, ἑϝέ- u. s. f. gemessen, läßt sich *jīvé-* als Basis eines Aorists betrachten, dessen erster Vocal das Resultat einer Verkürzung vorstellt. Einer der Werte des idg. *ī* ist der, Schwächung von *yē* zu sein (de Saussure Mémoire 256). Also kann *jīvé-* Aorist zu *jyē-* sein, einer Basis, die in avest. *jyāiti-* und in griech. ζῆν tatsächlich vorliegt (JSchmidt KZ. 26. 382). Die Basis *jyē-* setzt ein ursprachliches Präsens *jéyō* voraus; dies ist in avest. *urvaṭjayaṭ* erhalten — ich würde auch sagen in homer. βέομαι (*O* 194), βέῃ (*Π* 852 = *Ω* 131) und βείομαι (*X* 431), wenn man nicht mit Nauck an allen Stellen die entsprechenden Formen von βίομαι vermuten könnte (vgl. auch Fick Ilias 87). *jyē-* gehört ursprünglich dem starken Aoriste und dem Perfectum an, wie aus dem indischen und griechischen Verbalbaue noch zu ersehen ist, wird dann aber durchflectiert (vgl. griech. ζῆν, ψῆν, sskr. *prā*, *psā* und ähnliche). Aber auch der *v*- Aorist wird durchflectiert: *jīvé-*, nominal verwendet in *jīvó-*, erhält ein Präsens *jívō*, wofür die Be-

lege bekannt sind, und ein anderes, das mittelst Infigierung des Elementes *né* gebildet wird: sskr. *jinṓši*, *jínvati*. Nach einer Vermutung JSchmidts (KZ. 26. 332.) ist als ursprüngliche Flexion zu denken **jinéumi* : **jinumés*. Die Vermutung wird dadurch unterstützt, daß neben dem mit *jínvati* conformen *pínvati* (er strotzt) griech. *πίνω* steht: da *πίνω* bei den Attikern ebenfalls langen Vocal hat, so muß nach den Ausführungen Wackernagels (KZ. 25.262) urgriech. *πίνϝω* angesetzt werden. Auch zu dem Aoriststamme *dové-*, von dem ich vorhin ausgegangen bin, wird ein Präsens geschaffen, und zwar ein *j*- Präsens, *dovjō*. Ueber *j*- Präsentien, die im Italischen aus alten Aoristen gebildet werden, spricht Thurneysen, Ueber Herkunft und Bildung der lateinischen Verba auf *io* 54 ff.; seinen Beispielen füge ich umbr. purtuvitu, purtuvetu, *purdovitu* (porricito) und purtuvies (porricies) hinzu. Das *j*- Präsens geht indes wol über das Italische hinaus, denn man kann von dem umbrischen Verbum, das Deecke und Siegismund (Curtius' Studien 7. 248) zuerst richtig mit den bekannten kyprischen Formen zusammengebracht haben, got. *taujan*, *tawida* (tun) nicht trennen. Wegen der Bedeutungsdifferenz beziehe ich mich auf die Ausführungen des Deutschen Wörterbuchs IV. 1 Col. 1701 f. unter 16). Denken wir uns endlich einen dem *δοϝέναι* analogen Infinitiv **jivénai*, so wird das litauische Verbum *gywenù* (wohne) verständlich; man kann dabei an kypr. *δυϝάνοι* erinnern, dessen Verhältnis zu *δοϝέναι* nun einen Einblick in die Entstehung der griechischen Verba auf *-άνω* gewährt.

Ist *jīvésai* ein alter Infinitiv Aoristi, so stellt, zweitens, idg. *pívon-* (sskr. *pívan-*, gr. *πίων*) ein altes Participium vor, in dessen Flexion das *t* noch nicht eingedrungen ist, das mithin ein Seitenstück zu griech. *ἀμφικτίονες* bildet. Daß ein Aorist *pīvé-* existiert hat, ergibt die Vocalisation des griech. *πίειρα* = sskr. *pívari*, des ursprachlichen Femininums zu *pívon-*. Man kann aber nicht entscheiden, ob *pívon-* Participium dieses Aorists mit verschobenem Accente, oder Participium des zu *pīvé-* neu geschaffenen Präsens *pívō* ist, welches ich in dem futurisch gebrauchten *πίομαι* sehe und mit Fick (Wörterbuch[4] 80) als Grundlage von sskr. *pinvānā́ḥ*, von gr. *πίνω* und sskr. *pínvati* betrachte. *pīvé-* ist *v*- Aorist zu *pyē-* (sskr. *pyā́yatē*, vgl. JSchmidt a. a. O.), *pyē-* verallgemeinerter Aorist- und Perfectstamm des Präsens *pέyō* (sskr. *páyatē*, *páyaḥ*).

Wie idg. *jívō* (lebe) ist sskr. *tū́rvati* (überwindet) aus einem *v*- Aoriste entstanden. Während *turváṇē* Aorist zu *tárati* ist, muß der Aorist zu **tárīti* (vgl. *tarīšáṇi*, *átārīt*) nach der bekannten Regel de Saussures **tūrváṇē* gelautet haben. Hieraus ist das Prä-

sens *tū́rvati* gefolgert. Ohne Zweifel sind die Präsentien *dhū́rvati* und *jū́rvati* eben so auf alte *v*- Aoriste zurückzuführen; der Beweis kann nicht erbracht werden, da die *a*- Präsentien, zu denen die Aoriststämme *dhūrvá-*, *jūrvá-* gehören würden, fehlen. Nur wenn Grassmann Recht hätte mit der Anknüpfung von *jū́rvati* an *juráti*, wäre der Beweis auch für *jū́rvati* geführt, da das zu *juráti* gehörende Part. Perf. Pass. *jūrṇáḥ* lautet.

Zu *jū́rvati* ist der *a*- Aorist *jū́rvīt* belegt. Es ist völlig unbedenklich zu *tū́rvati* einen analogen Aorist *tū́rvīt* zu vermuten. Jetzt sind wir im Stande das Verhältnis von *ἑϝάω* zu *sē* zu beurteilen. Der *v*- Aorist zu *sē* ist im griechischen Infinitive **ἑϝέναι*, att. *εἶναι*, gegeben. Daß zu diesem Aoriste ein neues Präsens **sévō* gebildet werden konnte, beweisen die soeben erläuterten Präsentien idg. *jívō*, *pívō*, sskr. *tū́rvati*. Der *a*- Aorist zu *tū́rvati* heißt **tū́rvīt* (vgl. *jū́rvīt*). Der *a*- Aorist zu **sévō* lautet *scvā̆-*, von ihm gehn die Präsentien *ἑϝάω*, *desivāre* aus. Ist das richtig, so muß man sich arkadisch *ἀπυδόας* (Collitz no. 1222$_{18}$), böot. *ἀνέθεαν* (oft belegt, siehe Meisters Index) als *ἀπυδόϝας*, *ἀνέθεϝαν* denken — wie in der Tat in Ficks Wörterbuch angenommen wird. Inschriftliche Bestätigung bleibt abzuwarten.

Wenn sich die neue Anschauung bewährt, so kann man auch der Wurzelanalyse — *ποτόν σε ἔπος φύγεν ἕρκος ὀδόντων*! — wieder näher treten — dieses Mal mit mehr Aussicht auf wissenschaftlichen Gewinn. Nehmen wir z. B. das Präsens *srévō*, welches durch sskr. *srávati* und griech. *ῥέϝω* als ursprachlich erwiesen wird. Wie *jívō* aus dem Aoriste *jivé-*, so *srévō-* aus dem Aoriste *srevé-*. Wie der Aorist *jivé-* auf das Präsens *jyē-*, so der Aorist *srevé-* auf das Präsens *sere-*, das in sskr. *sárati* (rinnt, strömt) erhalten ist.

---

8. *Ἀκεσσώ.*

Diesen Namen finde ich auf einer Weihinschrift von Anaphe, welche von Boeckh CIG. no. 2481, correcter in den Addenda mitgeteilt wird, wo Ross' Copie die Grundlage bildet. Die Inschrift lautet:

Σιμίας Τελεσικράτευς ὑπὲρ
τᾶς ματρὸς Ἀκεσσῶς Ἀπόλλωνι
Πυθίωι καὶ Ἀρτέμιτι Σωτείραι.

Es liegt nahe *Ἀκεσσώ* mit *ἀκέομαι* in Verbindung zu bringen: die Insel besaß ein Heiligtum des Asklapios, wie wir aus der merkwürdigen Inschrift wissen, die den *Ἀπόλλων Ἀσγελάτας* bezeugt (Rangabé A. H. no. 820, vgl. Wilamowitz Isyllos 92), und

in *Ἀχεστίμα* (Ross Archäol. Aufs. 2. 505 = CIG. no. 2481 *d*) ist ein Vollname belegt, dessen erstes Element das Participium *ἀχεστός* ist. In der Tat ist der Zusammenhang von Böckh und von Keil vermutet. Böckh schreibt: „ex nomine participiali *Ἀχέουσα* s. *Ἀχεῦσα* potuit *Ἀχευσὼ* formari". Allein die Koseformen auf *-σώ* beruhen auf Vollnamen, deren erstes Element mittelst eines *σ* abgeleitet ist. Darum offenbar hat Keil eine etwas abweichende Erklärung vorgeschlagen (Analecta epigraphica 108): „*Ἀχευσώ* . . . referendum id videtur ad formam *ἀχεύομαι*." Aber wo ist die von Keil statuierte Nebenform *ἀχεύομαι* bezeugt? Stößt also die Anschließung des Namens *Ἀχευσώ* an *ἀχέομαι* auf unüberwindliche Schwierigkeiten, so ist sie wol überhaupt falsch, also der Versuch einer neuen Deutung geboten. Hier folgt ein solcher. Ich setze *Ἀχευσώ* mit *Ἀκουσώ* gleich, und berufe mich auf kretisch *ἀχεύντος καδεστᾶ* (Gesetz von Gortyn 2. 17), von Bücheler übersetzt mit 'und es hört ein Verwandter'. Daß *ἀχεύω* zu *ἀκούω* sich verhält wie *ἐξοδεύω* zu kretisch *ἐξοδούω* (*ἐξοδούσαντες* CIG. no. 2556$_{53}$), bemerkt Prellwitz GGA. 1886. 707. Der Name *Ἀκουσώ* ist noch nicht belegt; allein da Vollnamen wie *Ἀκουσαγόρας* bezeugt sind, unterliegt dessen Voraussetzung keinem Bedenken.

---

9. Griech. *ἀθερίζω*.

Es hat sein Gutes gelegentlich die ältere sprachwissenschaftliche Litteratur zu durchmustern: Vieles, das die Generation, auf deren Schultern wir stehn, leise geahnt, können wir heute, von inzwischen gefundenen neuen Gesichtspunkten aus, zuversichtlicher behaupten. LMeyer bemerkt in seiner verdienstlichen Vergleichenden Grammatik II^1. 53: „*ἀθερίζειν*, verachten (ob zum altindischen *ádhara-*, der untere?)". Wir wissen jetzt, daß sskr. *ádharaḥ* im Griechischen **ἀθερος* heißen würde; wie zu *κακός* die Ableitung *κακίζειν*, so *ἀθερίζειν* zu **ἀθερος*. Daß die Griechen von dem Begriffe „unten" zu dem Begriffe „verachten" gelangen konnten, beweist ihre Zusammensetzung *καταφρονεῖν*. Im Indischen wird von *ádhara-* ebenfalls ein Wort abgeleitet, das den Begriff der Verachtung enthält: *adharīṇaḥ* (verachtet). Ich ziehe die Meyer'sche Etymologie der von Curtius (Grundz.^{4} 257) empfohlenen vor, weil die Bedeutung des griech. *ἀθερές* (*ἀνόητον, ἀνόσιον* Hes.), von dem Curtius *ἀθερίζω* ausgehn läßt, von der der angeblichen Ableitung weit abliegt.

Archäologische Mittheilungen.

Von

Friedrich Wieseler.

Vorgelegt in der Sitzung vom 3. Novbr. 1888.

Zuerst ein paar Nachträge zu den in diesen Nachrichten erschienenen Aufsätzen über die Einlegung von Bronzewerken und über den jugendlichen unbärtigen Asklepios.

I.

In Ch. Newton's Castellani Collection, 1874, Taf. 2 ist eine Bronzestatuette abbildlich mitgetheilt, in deren Augen kleine Diamanten nachweisbar sind und welche an dem Mittelstreifen des Gewandes einen Mäander in Silber eingelegt zeigt. Die Diamanten bezeugte mir auch Treu, welcher dieses höchst interessante Werk im Britischen Museum genauer geprüft hat. Dasselbe ist in Rom gefunden, stammt aber vermuthlich aus Etrurien.

Augen mit Resten von Vergoldung erwähnt von Sacken in den Bronzen des K. K. Ant.-Cab. zu Wien S. 82 z. T. XLVIII, 5.

An dem Gewande eines Röm. Genius läuft von der Schulter vertical ein eingelegter Silberstreif (Friederichs Berl. ant. Bildw. II, S. 441, nr. 2201).

Silberne bouts de seins finden sich auch an einer im Mus. Roy. d'antiquités in Brüssel aufbewahrten, zu Paestum gefundenen schönen Bronzestatuette, in welcher man einen Narcissus vorausgesetzt hat; vgl. Mus. de Ravestein, notice par Mr. E. de Ravestein, Brux. 1884, p. 254, nr. 857.

In der Arch. Ztg. XLIII, 1885, S. 237 wird nach Ch. Newton als aus der Castellanischen Sammlung zu Rom in das Brit. Mus. gelangt erwähnt eine Bronzeschale, reich mit Silber eingelegt, zwei Flöten und Mänadenköpfen in Relief.

Eine Fortunastatuette a été entièrement revêtue de lames d'argent et decorée de dorures (Adr. de Longpérier Bronzes du Louvre p. 106, nr. 478).

II.

Hinsichtlich der Münzen, welche in dem Aufsatze über Aesculap (Nachr. 1888, S. 143 fg.) besprochen sind, verdanke ich der zuvorkommenden Gefälligkeit unsres Correspondenten des Herrn Dr. Imhoof-Blumer zu Winterthur mehrere beachtenswerthe Bemerkungen und Zusätze.

Von der auf S. 149 besprochenen Münze von Zakynthos hat er in der Wiener Num. Zeit. XIV, 1884, Taf. V, nr. 5 ein schönes Exemplar neu herausgegeben. Er erklärt den Typus ebenfalls als Aesculap.

Ueber die „sehr rohe" Münze der Magneten (S. 150) bemerkt er, daß die betreffende Figur gewiß keine Kopfbedeckung habe.

In Betreff der S. 150 berührten Münze von Rhegium bei Garrucci t. CXV (so zu schr.!) nr. 12, über welche auch H. Dressel mir eine Mittheilung gemacht hat, s. Nachr. 1888, S. 143 (wo statt CXVI (nicht LXV) zu schr.: CXV), äußert Imhoof, daß er vier Exemplare mit einfachem Scepter besitze, woraus zu schließen sei, daß es sich um den Demos handele. Aber die betreffende Figur hat sowohl nach Poole Catal. of Gr. coins in the Brit. Mus. p. 381 als auch nach Dressel a. a. O. einen Schlangenstab, der einem Demos schwerlich beigelegt werden kann, während ein einfacher Stab zu dem Aesculap sehr wohl paßt. Auch kann der Wechsel von einfachem Stab und Schlangenstab bei diesem bei sonst gleicher Darstellungsweise nicht befremden.

Hinsichtlich der S. 152 erwähnten, von Fox herausgegebenen unter Hadrian geprägten Münze von Pergamum stimmt Imhoof nach seinem Exemplare ganz mit Dressel a. a. O. darin überein (ohne dessen Urtheil zu kennen), daß der Gegenstand in der Rechten der in Rede stehenden Figur ein Widderkopf sei, indem er hinzufügt, daß denselben auch die Münzen derselben Stadt aus der Zeit des Severus Alexander und Gallien zeigen.

Die eben erwähnte unter Sev. Alex. geprägte Münze von Pergamum, welche von mir S. 155 berührt und nach der Abbildung bei Gessner als mit einem Schlangenstab in der Linken versehen bezeichnet ist, zeigt nach dem Exemplare Imhoof's deutlich statt des Schlangenstabes ein Gewand. Dadurch wird die von mir geäußerte Vermuthung, daß auch hier Mercur gemeint sein könne, zur Gewißheit, während die Beziehung auf Aesculap in den Nachr. 1888, S. 342 aufzugeben ist.

Anlangend die von mir S. 155, Anm. nach Fox's Abbildung und Beschreibung erwähnte Münze von Heraclea, welche nachher noch nach einem Abdrucke des Fox'schen Exemplars, den ich der Güte Dressel's verdanke, in den Nachr. 1888, S. 341 besprochen ist, so bemerkt Imhoof (der für wahrscheinlich hält, daß der Prägeort Heraclea Cariae sei) mit Bezugnahme auf zwei Exemplare seines Besitzes, von denen mir durch seine Güte Abdrücke vorliegen, daß diese doch einen krummen Stab zu zeigen scheinen, den Aesculap in seiner Linken halte, stimmt also wesentlich mit Fox in dessen Beschreibung überein. Daß der Gegenstand in der

Hand gehalten werde, erhellt auch aus den Imhoof'schen Abdrücken nicht zur Genüge. Ein ähnlicher krummer Stab kommt sonst meines Wissens bei Aesculap nicht vor.

Daß das Thier auf der S. 159 fg. besprochenen Münze von Aegeae eine Ziege sei, nimmt auch Imhoof an, der zugleich bemerkt, daß die Ziege auch neben anderen Typen vorkomme und also nur als Staatswappen zu betrachten sei.

Zu dem auf S. 161 über die Kupfermünzen von Opus Gesagten macht Imhoof folgende Bemerkungen: „Der Kopf der Vorderseite des Exemplars Thorwaldsen ist unterhalb schlecht erhalten; auf allen von mir gesehenen Exemplaren erscheint ein Zeuskopf. Die Figur der Rückseite ist von allen Ajaxdarstellungen so verschieden, daß sie wohl den Opus darstellen könnte; behelmt scheint er nicht zu sein" (was Imhoof früher für wahrscheinlich gehalten hatte). Auf die Verschiedenheit von den anderen, sicheren Ajaxdarstellungen ist meines Erachtens nichts zu geben.

Wir kommen nun zu der Besprechung zweier bis jetzt in weiteren Kreisen noch nicht bekannt gewordenen Bildwerke, deren jedes ein in zahlreichen Darstellungen vorhandenes dämonisches Wesen in einer eigenthümlichen Weise gebildet zeigt.

III.

In dem K. Antikenmuseum zu Dresden sah ich in den eben abgelaufenen Michaelisferien den einen Henkel von einem Bronzegefäss mit einer nicht verzerrten Reliefmaske Griechisch-Römischer Arbeit, welche große Aehnlichkeit mit den auf die beste Kunstzeit zurückgehenden ovalen Gorgonenmasken hat, aber weder das Flügelpaar an den Schläfen, noch den auch bei den erwähnten Medusenmasken zuweilen nicht vorkommenden geöffneten Mund, endlich auch nicht das Schlangenattribut zeigt. Dagegen erblickt man oben zu beiden Seiten des Haares je einen Hundekopf und unterhalb der Maske stylisirte Gewächse, die gewiß nicht eine besondere Beziehung haben sollen [1]). Die Hunde zeigen deutlich, daß es sich um eine Scylla handelt. Wenn sie in eigenthümlicher Weise

1) Sie dienen wesentlich zur Raumausfüllung und Decoration ebenso wie — um nur ein paar auf dasselbe Wesen bezügliche Beispiele anzuführen — an dem Relief eines Spiegelgriffes mit der Darstellung einer Scyllafigur, welches Adrien de Longpérier Notice des bronzes ant. du Louvre p. 56, n. 252 beschreibt: la partie inférieur de cette figure est entée dans un fleuron composé de feuilles d'acanthe, und der schönen etwa aus dem dritten Jahrhundert v. Chr. stammenden Bronzeplatte bei Carapanos Dodone et ses ruines pl. XVIII, nr. 1, wo nach de Witte, p. 193, hinter einer Scylla il y a de chaque côté une large feuille d'acanthe

angebracht sind, so spricht das mit nichten gegen jene Erklärungsweise. Es geschah wesentlich in Rücksicht auf den gegebenen Raum. Auf zwei Münzen von Alliba(?), welche Reg. Stuart Poole Cat. of Gr. coins in the Brit. Mus., Italy, p. 73, nr. 4 u. 6 abbildlich mitgetheilt hat, ragen Hundevordertheile hinter dem Rücken zu den Seiten des menschlichen Kopfes hervor (Poole erwähnt dieselben nicht), ebenso auf den Münzen von Cumae bei Millingen Rec. de méd. Gr. inéd., pl. I, nr. 4, Poole a. a. O. p. 89, nr. 27 (wo die Hunde in der Beschreibung nicht unerwähnt geblieben sind) [1]).

Das Werk hat übrigens zwei Pendants oder einen. Schon die Archäol. Ztg. 1845, S. 42 erwähnt „eine seltene Gorgonenmaske von Erz, welche Seehunde in den Haaren und Fischschuppen an den Wangen zeigt". Gerhard bemerkt dazu: „ein Meerungethüm, etwa eine Scylla oder die Volsinische Volta". Wer wird aber nicht bloß an jene denken wollen? Das Bildwerk ist von Capranesi in der Adunanz des Römischen archäologischen Instituts am 21. April 1845 vorgelegt und war damals in den Besitz des Generals Ramsay übergegangen. Wo es sich jetzt befindet, ist nicht bekannt. Sollte es nicht etwa das im Britischen Museum sein, welches Ch. Newton's Guide to the Bronze room in the department of Gr. and Rom. antiq., London 1871, ohne Angabe der Herkunft verzeichnet? Hier heißt es p. 38, nr. 19: Head of Scylla, embossed in relief; on each side are the heads of her dogs; on the cheeks are notched lines to indicate the leaves of sea-weed. The face at first sight might be mistaken for that of Medusa, but the squareness and power of the jaws, and the thin compressed lips, give to this head of Scylla a peculiar character of animal ferocity which does not belong to the type of Medusa. A very similar bronze, called by Brunn a Marine Medusa, but also probably representing Scylla is engraved Mon. d. Inst. Arch. Rom. VIII, pl. 12. Der Umstand, daß in der ersten Angabe von Fischschuppen, in der anderen von Seegras die Rede ist, dürfte schwerlich unglaublich machen, daß es sich in der That um ein und dasselbe Bildwerk handle.

Die letzte Bemerkung Newton's veranlaßt uns hier auf den Umstand einzugehen, ob es wirklich Darstellungen einer von der Scylla verschiedenen Meermedusa giebt oder nicht.

---

1) Daß bei diesen Darstellungen nicht an eine Mehrzahl von Köpfen, deren der Scylla mehrere, auch drei zugeschrieben werden (Anaxilas bei Athen., XIII, 558, a, Eustath. zu Hom. p. 1714, 32), zu denken ist, liegt wohl auf der Hand.

Schon Gaedechens hat im „Glaukos“ S. 96 fg. diese Ansicht zu beweisen versucht; vgl. auch seinen Artikel Gorgo in der Hall. Allgem. Encyclop. d. Wiss. u. Künste Sect. I, Th. 74, S. 400, § 15. Auch Brunn hat sich zu ihr bekannt in der Besprechung des von Newton angeführten Bildwerks in den Annali d. Inst. XXXVI, 1864, p. 378 fg. und noch in dem December-Heft von Westermann's Monatsheften 1885, S. 336, wo S. 337 eine Wiederholung der Abbildung in den Mon. gegeben ist. Er nimmt hier an, die Medusa sei durch die Künstler zu einem Meerdämon umgewandelt. Zuletzt ist die Ansicht von den Gorgonen als Meerdämonen ebenfalls angenommen von W. Roscher in seinem Lexicon der Gr. u. Röm. Mythol. S. 1701 und Furtwängler ebenda S. 1725, welcher Letztere, wie Brunn, die Umbildung des Gorgoneions zu einem Meerwesen den phantasievollen Schöpfungen der hellenischen Kunst zuschreibt.

Zunächst die Bemerkung, daß es nach unserem Dafürhalten keine Schriftstelle der Alten giebt, welche mit Sicherheit dafür veranschlagt werden könnte, daß in den Zeiten, aus welchen die betreffenden bildlichen Darstellungen stammen, die Gorgonen als Meereswesen gegolten hätten, was sie ohne Zweifel ursprünglich nicht waren. Die nicht in dem Zusammenhang, in welchem sie ursprünglich standen, mitgetheilten Stellen bei Hesychius *Γοργίδες, αἱ Ὠκεανίδες* und *Γοργάδων, ἁλιάδων, Λαιδάλῳ Σοφοκλῆς* beweisen gar nichts. Nauck hat in den Fragm. trag. Gr. damit zusammengestellt Zonaras p. 448: *Γοργάδες, αἱ δέσποιναι*. Hier ist ohne Zweifel zu schreiben: *Δέσποιναι*, d. i. Demeter und Persephone. Vgl. über diese Benennung Welcker Griech. Götterlehre II, S. 533, wo auch Beispiele dafür beigebracht sind, daß dieselben Göttinnen *Πότνιαι* hießen und mit dem Epitheton *πότνια* oder *πολυπότνια* vorkommen. Das Epitheton *πότνια, πότνα* findet sich auch im Kreise der Okeaniden und Nereiden, z. B. bei Kalypso (Homer Od.) und auch Tethys heißt *πότνια* bei Hesiod Theog. 368. *Πότνα* wird bei Hesych., Phot., Suidas durch *δέσποινα* erklärt. Ob indessen daraus geschlossen werden kann, daß die Okeaniden und die Meernymphen überhaupt, jene *Γοργίδες*, diese *Γοργάδες*, beide Namen im Sinne von *Πότνιαι*, genannt worden seien, steht dahin. Mir ist es viel wahrscheinlicher, daß jene Namen im Zusammenhang stehen mit dem Worte *γοργὸς* in der bei Hesychius angegebenen Bedeutung von *εὐκίνητος, ταχύς*, die auch Zonaras kennt. Finden sich doch unter den Namen der Okeaniden und der Nereiden besonders viele, die sich auf die Beweglichkeit und Raschheit beziehen: Thoe (Okeanide und Nereide), Amphithoe, Hippothoe, Pasithoe, Okyroe. Auch die Nymphe Thoosa, Tochter des Meergreises Phorkys (Homer.

Od. XI, 71) gehört hierher. Wenn Natalis Comes Mythol. VII, 12, p. 745 angiebt: Menander in libro de Mysteriis Scyllam etiam memorat inter Gorgones a nonnullis numeratam fuisse, so wird man den Umstand, daß Scylla ein entschiedenes Meerwesen ist, nicht zu dem Schlusse mißbrauchen wollen, daß dieses auch von den Gorgonen anzunehmen sei. Mit jener Annahme kann etwa die Angabe von Tzetzes in den Schol. zu Lycophron 48 u. 650 und Anderen zusammengestellt werden, welche unter den sechs Köpfen der Scylla einen der Gorgo anführen.

Dann ist hervorzuheben, daß auch im Kreise der Bildwerke kein sicherer Beleg für den Zusammenhang der Gorgonen mit dem Meere nachweisbar ist. Die Annahme Gerhard's (Arch. Ztg. 1852, S. 218), daß auf dem bekannten Bronzerelief der Glypothek zu München in den Denkm. d. a. Kst. I, 89, 297 u. 298 (vgl. Brunn Glypt. n. 32—38, besonders S. 44 d. viert. Aufl., auch Körte, Arch. Ztg. XXXV, 1874, S. 114), wo eine zwei Löwen würgende „Gorgone" dargestellt ist, dabei ein Hippokamp, in der Nähe eine Frau, halb Mensch, halb Fisch, diese auf „Meerbehausen" der Gorgone deute, bedarf gar nicht der Berücksichtigung. Auch die Etruskische Münze in Poole's Cat. of the Gr. coins in the Brit. Mus. p. 4, nr. 4, welche auf dem Avers ein Gorgoneion und auf dem Revers einen cuttle-fish zeigt, kann schwerlich als Beleg der Beziehung der Medusa auf das Meer gelten. Freilich erscheint auf einer Münze derselben Stadt, Populonia, ein Paar von Delphinen (Denkm. d. alt. Kunst I, 63, 333). Aber die Rückseite dieser Münze ist glatt und typenlos. Die Delphine sollen schwerlich zu dem Gorgoneion in Beziehung stehen. Allerdings wird die Darstellung auf einem Etruskischen Spiegel in der Nationalbibliothek zu Paris von Chabouillet Catal. génér. et raisonn. p. 351, nr. 1327, so verzeichnet: Masque de Méduse de face, entourée de flots, au milieu desquels nagent des dauphins. Aber wenn es auch sicher ist, daß es sich um ein Meerwesen handelt, so steht es doch sehr in Frage, ob die Maske die der Medusa und nicht vielmehr die ihr ähnliche der Scylla ist, was ich eher glaube. Leider fehlt es an einer Abbildung. — Ebensowenig würde derjenige auf Beistimmung rechnen können, der etwa den Umstand, daß auf dem Relief bei Zoega Bassir. ant. T. II, t. IC = Millin's Gal. Myth. XVII, 58 im Giebel des Delphischen Tempels zwei geflügelte Tritonen die Medusenmaske umgebend und haltend dargestellt sind und auch im dem Giebel eines tempelartigen Grabbaues aus Römischer Zeit „ein von zwei Tritonen gehaltenes großes Gorgoneion" vorkommt (O. Benndorf „Vorläufiger Bericht über zwei Oesterr. Expeditionen nach

Kleinasien", Wien 1883) für die Verbindung der Gorgo mit jenen Wasserwesen veranschlagen wollte. — Noch weniger ist auf ein Bildwerk zu geben, welches Gaedechens in der Hall. Encyclop. a. a. O. hieherzieht. Wir meinen die Reliefs an einer aus einem Apulischen Grabe stammenden schönen Urna di Terracotta, welche Minervini Monum. ant. ined. di Raff. Barone T. XIII u. XIV herausgegeben und p. 63 fg. besprochen hat. Gaedechens glaubt, daß auch hier der Medusenkopf zwischen zwei Tritonen dargestellt sei und daß dadurch die Medusa als Meerwesen bezeichnet werde. Jenes liegt aber keinesweges klar zu Tage. Die betreffenden Tritonenvordertheile kommen vielmehr oberhalb des Kopfes rechts und links vor und dürfen mit größerem Scheine als eine Gruppe von klagenden Weibern umgebend betrachtet werden. Alle Figuren und der Medusenkopf hängen nur insofern zusammen als sie sepulcraler Beziehung sind [1]). Selbst der Umstand, daß an der äußeren Seite einer Fontäne zu Pompeji nach Helbig Bull. d. Inst. arch. 1865, p. 233 Amoren und Medusenköpfe angebracht sind, während sie sonst mit Meergottheiten, Fischen und Wasservögeln verziert ist, darf trotzdem, daß auch die Amoren selbst zu den Meerwesen gezählt werden können, nicht ohne weitere Kenntniß von den Gemälden für den Zusammenhang der Gorgonen mit den Meereswesen in Anschlag kommen, da der Kopf einer Scylla mit dem einer Gorgo Aehnlichkeit haben kann und die Mehrzahl von Scyllen bezeugt ist (Vergil. Aen. VI, 286 und Lucret. V, 890 fg.) [2]).

---

1) Dieser Umstand kann vielleicht zur Erklärung des Medusenhauptes und der Tritonen an dem erwähnten Grabbau in Kleinasien und selbst an dem Tempel zu Delphi dienen; denn selbst hier möchte nicht an einen beliebigen, nur zur Ausfüllung der Giebelfläche dienenden Schmuck zu denken sein. Daß im Tempel zu Delphi das Grab des Dionysos sein sollte, ist bekannt. Das Medusenhaupt und Tritonen kommen nicht selten in Gräbern vor. Der Untergang des Helios, Dionysos und der Thyiaden in dem einen Giebel des Delphischen Tempels nach Pausanias X, 19, 3 scheinen auch in Beziehung auf den Tod des Dionysos zu stehen.

2) Gegen die Identität der Scylla und der Medusa würde geradezu der von Gaedechens S. 95, A. 5 angenommene Umstand sprechen, daß es zwei Münzen gebe, auf denen jene und diese neben einander dargestellt seien. Die erste Münze soll die in den Denkm. d. a. Kst. II, 72, n. 919 sein. Hier ist die Abbildung einer Münze von Akragas gegeben, welche ein Gorgogesicht auf dem Rücken eines Krebses zeigen soll. Auch Poole hat Cat. of Gr. coins in the Brit. Mus., Sicily p. 141, nr. 2 eine ähnliche Münze der Stadt abgebildet und beschrieben: the shells of the crab presents the form of a human face. Ich erklärte die Darstellung als ein Amulet und darin ist Stephani im Compte rendu de la comm. imp. arch. p. 84, Anm. 4 a. f. beigetreten, vgl. auch das Amulet bei Minervini Bull. Nap., N. S., A. V, t. V, nr. 4. Aber auf jener Münze ist nicht auch Scylla dargestellt. Diese erscheint allerdings unterhalb einer Krabbe auf der Münze von

Mit einer Zusammenstellung der bildlichen Darstellungen der „Meermedusa“ hat schon Gaedechens Glaukos S. 96 einen Anfang gemacht, indem er freilich unter den acht beigebrachten Beispielen, denen von ihm in der Hall. Encycl. a. a. O. noch einige hinzugefügt wurden, auch die früher Ramsay'sche Maske (oben S. 416) und das eben erwähnte Münchener Bronzerelief mit aufführte [1]).

Diesen können mit gleichem oder größerem Scheine hinzugefügt werden

1) die auf der Thonlampe bei Caylus Rec. d'ant. V, 73, 4

Akragas in den D. a. K. I, 42, 196, bei Poole a. a. O. p. 12, aber ohne das Gesicht. Außerdem giebt Gaedechens a. a. O. an, daß auf der Münze bei Torremuzza Sic. vet. n. tb. I, n. 17 sich unter einem Medusenhaupte eine Scylla aus breite. Es handelt sich um eine Bronzemünze mit der Büste des HADRIANVS AVGVSTVS auf der Vorderseite, deren Rückseite unter der Aufschrift SICILIA eine weibliche Maske mit flatternden Haaren aber unverzerrtem Gesichte zeigt, und unterhalb derselben ein weibliches Monstrum ebenfalls in der Vorderansicht, dessen ausgebreitete Arme in Schlangenleibern bestehen, ebenso wie die gleichfalls ausgebreiteten Beine, während der Kopf mit kurzem Haar versehen, aber auch unverzerrt ist. Zwischen Armen und Beinen S C (Senatus Consulto). Die Maske kann sehr wohl die der Medusa sein, wird aber sicherlich nicht diese selbst angehen, sondern nur als symbolische Andeutung eines anderen Gegenstandes gelten können. Was das — wenn die Zeichnung genau ist — einzig in seiner Art dastehende Monstrum betrifft, so wird man zunächst an Charybdis denken wollen, auch deshalb weil diese an der Sicilischen Küste lag. Freilich ist Scylla viel berühmter als die in der Kunst der betreffenden Zeit nicht nachzuweisende Charybdis. Der Typus hat manche Aehnlichkeit mit, aber doch noch mehr Abweichendes von der Großbronze Hadrians, welche von Cohen Méd. impér. T. II, p. 247 , nr. 1141, verzeichnet ist. Avers: HADRIANVS AVG. COS. III. P. P. son buste nu à droite; Revers: SICILIA S. C.? La triquètre; au milieu la tête, de Méduse de face; dessous, le monstre Scylla; à gauche, deux? ou trois figures; à droite; un rocher? ou un gouvernail. Schade, daß keine Abbildung beigegeben ist! Die erste Darstellung soll gewiß die Sicilia darstellen, und so wird auch gewiß die Maske auf dem Exemplar bei Torremuzza zu fassen sein.

1) Nr. 1 bei Gaedechens ist die Reliefmaske am Henkel eines Bronzegefäßes aus Pompeji, abgebildet nicht im Real Mus. Borbon. t. X, sondern ebenda t. XXIII. Unter dem Kinn gewahrt man zwei gefleckte zusammengeknotete Schlangen, ähnlich wie sie sich an Medusenköpfen finden. Nr. 2 am Griffe eines Spiegels aus Pompeji ist nicht im Real M. B. XIII, t. XXXIII^2, sondern ebenda t. XXVII abbildlich mitgetheilt. Der Kopfschmuck besteht in einer Stephane Das Gesicht zeigt einen indifferenten Ausdruck, der Mund ist geschlossen. Die von Gaedechens Glaukos S. 97, nr. 6 aufgeführten Bronzehenkel aus Pompeji befinden sich jetzt im Mus. Roy. d. antiq. zu Brüssel, vgl. die Notice par E. de Meester de Ravestein, Brux. 1884, p. 341, nr. 1181. Die Henkel sind zuerst im Bull. de l'inst. arch. Rom. p. 1858, p. 52, dann von Brunn in den Ann. d. Inst. arch. XXXVI, p. 378 fg. besprochen und einer derselben ist in den Mon. ined. d. Inst. arch. VIII, t. XII, nr. 10 abgebildet. Die Beschreibung Gerhard's, welche Gaedechens a. a. O. wiederholt, ist ganz irrig.

(weibliches wildblickendes ovales Gesicht mit Binde oben an der Stirn, zackigen Ornamenten an den Seiten der Nase, unten an der Stirn und an den Wangen neben dem untersten Theile der Nase, kurze ohne Zweifel nur zur Raumausfüllung dienende Zweige, die wie solche von der Palme aussehen, neben den Wangen unten am Kinn);

2) die an einem Bronzegefäß zu Bologna, vergl. Catal. del museo civico di Bologna p. 124, nr. 2104: in mezzo rilievo la maschera di Medusa con capelli tagliati corti, orecchie faunine (sic) ed ali alle tempia: a ciascun fianco la figura di un delfino, colla testa al suolo;

3) die auf dem in den Mon. ined. d. Inst. arch. Vol. III, 1839, t. VIII, b abgebildeten Ruvesischen Terracottarelief, welche einen weiblichen ovalen durchaus nicht verzerrten, aber mit dem Oberkopfe eines wüthenden Meerungeheuers bedeckten Kopf hat. Abeken faßt in den Ann. d. Inst. arch. XI, 1839, p. 223 fg. den weiblichen Kopf, der mit eigenthümlichen Flügeln unterhalb der Schläfen versehen ist, als den der Gorgone Medusa.

Außer diesen Kopfbildern gehört auch die vollständige Figur auf der Arabeske aus den Thermen des Titus, welche in den Denkm. d. a. Kst. I, 73, 422 abgebildet ist, hierher. Man erblickt eine bis auf die Scham in menschlicher Bildung ausgeführte weibliche Figur, deren gesträubtes Kopfhaar sich ganz wie das einer Gorgone ausnimmt; herum zwei phantastische Seethiere.

Auch in der neueren Kunst kommen ähnliche Darstellungen vor. So findet sich bei Schütz „Die Renaissance in Italien“ Abth. C, H. 1, ein zu einer Thürdecoration im Palazzo ducale in Urbino gehörender Kopf wie der einer Medusa mit großen Flügeln, kalathosähnlicher Krone, nicht verzerrt, mitten über zwei Delphinen, resp. deren Schwänzen, zwischen denen eine Kammmuschel, inmitten anderer Meerwesen.

Ich hege die Ueberzeugung, daß alle diese Darstellnngen wegen der Blätter und Pflanzen am Körper, der Delphine in dem Haar oder meist neben ihnen u. s. w. auf die Scylla zu beziehen sind, welche ja als neben anderen Köpfen mit dem der Gorgo versehen betrachtet und selbst zu den Gorgonen gerechnet wurde. Die Flügel kommen übrigens auch sonst bei der Scylla vor. Selbst das Schlangenattribut kann nicht dagegen veranschlagt werden, da es ja auch Meerschlangen giebt, deren zwei an dem Unterkörper der Scylla an dem Bronzerelief vor Szamos-Ujvar (Arch. Ztg. 1858, T. CXII) vorkommen, wie auch auf zwei anderen Bronze-

reliefs, welche nur durch Beschreibung bekannt sind, der Körper in zwei dragons oder in „Schlangenleiber“ ausgeht, (vgl. Adr. de Longpérier Notice des bronzes ant. du Louvre p. 56 n. 252 und C. Friederichs Berlins ant. Bildw. II, S. 330, n. 1552, e. 6); vgl. außerdem die Anführungen bei Gaedechens Glaukos S. 94, A. 3. Die orecchie faunine, welche dem Verfasser des Katalogs der Sammlung zu Bologna bei einer „Medusa“ auffällig waren, erklären sich bei einer Scylla leicht, da diese ja als Tochter des Triton galt und in der Gestalt einer Tritonide gebildet ist; die Tritonen aber bekanntlich als Seesatyrn dargestellt wurden. Wenn einmal der geflügelte „Medusenkopf“, unter dessen Kinn sich zwei Delphine befinden, weinbekränztes Haar hat (Gaedechens Glaukos S. 96, nr. 3), welches allerdings bei der Gorgo mehrfach vorkommt (Gaedechens a. a. O. und in der Hall. Encycl. Sect. 1, Bd. 74, S. 406, Furtwängler in Roscher's Lex. S. 1722), so paßt die Bekränzung mit Wein auch zu der Scylla; man vgl. namentlich die zuletzt in Baumeisters Denkm. der class. Kunst und in Westermann's Monatsheften 1885, S. 328 u. 333 abgebildete Herme des Meerdämons im Vaticanischen Museum, die von Gaedechens auf Glaucus bezogen ist. Vielleicht läßt sich auch anführen, daß Scylla auf einer Römischen Lampe mit Weinlaub und Weinreben umgeben erscheint (J. de Witte Cab. Durand p. 392, nr. 1791). Wenn auf dem Henkel aus Pompeji im Mus. Ravestein (s. oben S. 420), Anm. die Blätter, welche das Gesicht umgeben, wirklich foglie di pianta aquatica wären, wie Brunn Ann. d. Inst. XXXV, p. 378 annimmt, so würden wir schon deshalb an eine Scylla denken müssen. Die Blätter bilden übrigens einen Strahlenkranz, der bei der Medusa mehrfach vorkommt. Das verschlägt indessen nichts, da er sich auch bei andern der Scylla nahestehenden Meergottheiten findet. Auch Glaucus oder Proteus kommt mit einem Strahlenkranze vor auf der Vase im Mus. Borbon. XIII, 58 (Heydemann Vasensammlung des Mus. nazion. zu Neapel n. 1767, S. 92 fg.), vgl. Stephani Nimbus u. Strahlenkranz S. 19 fg. und Gaedechens Glaukos S. 130 fg. Ja auch für Scylla läßt sich, wenn auch nicht ein Strahlenkranz, wie Gaedechens a. a. O. S. 93, durch eine ungenügende Abbildung getäuscht, meinte, so doch etwas Entsprechendes mit Wahrscheinlichkeit voraussetzen. Die Abbildung des betreffenden Contorniaten, welche Vinet in den Mon. ined. d. Inst. arch. Vol. III, t. LIII, nr. 15 herausgegeben hat, zeigt nichts weniger als Strahlen, sondern vielmehr eine runde Scheibe, ähnlich, aber doch nicht ganz gleich wie die bei Overbeck Galler. her. Bildw. T. XXXIII, der S. 799 den Gegenstand für einen Helm hält (er spricht freilich von nr. 8, meint aber ohne

Zweifel nr. 7); endlich auf der Abbildung in den Denkm. d. a. Kst. I, 72, 413, welche nach einem Mionnet'schen Schwefelabdrucke gemacht ist, nimmt sich der Gegenstand wie ein nach hinten zurückgebogenes Horn aus. An einen gewöhnlichen Helm kann nicht wohl gedacht werden, da sich dieser meines Wissens bei der Scylla nie findet. Ich zweifle nicht, daß es sich um einen Nimbus handelt, der in kunstsymbolischer Hinsicht bekanntlich dem Strahlenkranz gleich steht.

Die Beziehung des Kopfes im Mus. Borbon. XIII, 27 auf die Medusa scheint auch wegen der Stephane unzulässig. In Betreff der weiblichen Figur auf dem Gemälde aus den Titusthermen wird schwerlich Jemand an eine Gorgone denken; doch ist sicherlich nicht anzunehmen, daß es sich um ein bloßes Phantasiebild handle. So hat die Beziehung auf Scylla trotz des Mangels der habituellen Attribute derselben die größte Wahrscheinlichkeit. Man vergleiche hinsichtlich des Untertheils der Figur die Scylla auf dem Herculanensischen Gemälde in den Mon. ined. d. Inst. arch. Vol. III, t. LIII, nr. 3, und in Overbeck's Galler. heroischer Bildw. Taf. XXXIII, nr. 1.

IV.

Bei einem Besuche der akademischen Kunstsammlung der Universität Würzburg in den verwichenen Michaelisferien traf ich eine bedeutend unterlebensgroße Marmorstatue an, welche in ihrer Art einzig dasteht. Hercules hält im linken Arme eine todte Schlange mit weiblichem menschlichem Kopfe, dessen Haare nur in todten Schlangen bestehen, wie denn auch die Augen im Kopfe geschlossen sind. Es handelt sich ohne Zweifel um die von Hercules getödtete Lernäische Hydra. Das Werk ist nebst anderen interessanten im Winter 1887/88 von L. von Urlichs zu Rom für die Würzburger Sammlung erstanden.

Allerdings fehlt es nicht an einem Fragment einer Gruppe aus Marmor, welche den Hercules die nur mit einem Menschenkopf versehene Hydra tödtend darstellt. Das colossale Werk befindet sich zu Rom im Capitolinischen Museum und ist abgebildet bei Armellini Scult. d. Campidoglio t. 55, nr. 4. Die letzte Beschreibung hat Baumeister nach Autopsie gegeben in den Denkm. des class. Alterthums S. 657 fg. — Nach ihm ist die sich um das linke Bein des Hercules windende Hydra auch nur mit einem Schlangenleibe dargestellt und mit einem weiblichen Kopfe, aus dessen Haaren Schlangen hervorwachsen, deren Köpfe der Held mit einer Fackel abbrennt. Dagegen wird in der Beschr. der Stadt Rom von

Ernst Platner u. A. Bd. III, Abth. 1, S. 140, nr. 4 das betreffende Werk so verzeichnet: „ein Bein des Hercules mit der Hydra, schönes Fragment einer Gruppe. Die Hydra hat weiblichen Kopf und Hals; der Körper endigt in mehrere Schlangen, von denen die eine sich um das Bein des Heros windet". In der Abbildung bei Armellini erscheint der Kopf der Hydra mit verzerrtem Gesicht und weitgeöffnetem zahnlosen Munde, oben auf dem Kopfe kommt etwas von dem Haar, aber in demselben keine Spur von einer Schlange zum Vorschein; auch scheint es, als ob sich an der Wange und dem Kinn dünnes Flaumhaar befinde. Links von dem erhaltenen linken Bein, um welches sich eine Schlange windet, erblickt der Beschauer Schuppen, die zu dem oberen Theile des Hauptleibes der Hydra gehören. In der Beschr. d. Stadt Rom a. a. O., S. 145, nr. 32 wird mit Recht bemerkt, daß dies Fragment, welches in Armellini's Text p. 7 als Capriccio ammanierato moderno forse del secolo XVII bezeichnet wird, zu der bekannten Gruppe gehöre, welche im Mus. Capitol. T. II, t. 27, in Righetti's Descriz. del Campidoglio T. I, t. 28 und bei Armellini a. a. O. t. 182 abgebildet ist (nach dem Mus. Cap. auch in Millin's Gal. myth. pl. CIX, nr. 435).

Die Tödtung der Hydra als menschenköpfiger Schlange kommt meines Erachtens auch auf Römischen Münzen und Medaillons dargestellt vor. Die betreffenden numismatischen Monumente, Goldmünzen, welche mir durch Abbildung bekannt sind, finden sich bei Cohen Méd. impér. T. VI, p. 504 fg., nr. 11, 12, 13 (Valentinian III.), pl. XIX, Petronius Maximus, Majorianus, Severus III. Es handelt sich um den Reverstypus von Goldmünzen dieser Kaiser (von welchen wir außerdem noch drei Exemplare Valentinian's III. durch die Beschreibung Cohen's a. a. O. p. 504 fg., nr. 11 fg. kennen), in dem die Kaiser stehend in militärischer Rüstung, das große Kreuz mit der Rechten aufstützend, auf der linken Hand die auf einer Kugel stehende Victoria haltend, den rechten Fuß auf den unbärtigen menschlichen Kopf einer Schlange setzend dargestellt sind. Die Umschrift lautet VICTORIA AVGG.[1]). Cohen giebt gar keine

1) Cohen beschreibt a. a. O. p. 405, nr. 56 eine Großbronze Valentinian's I. folgendermaßen: Figure armée, débout, tenant de la main droite la haste surmontée d'une croix et portant de la gauche une petite Victoire, le pied droit sur un casque; à sa gauche, un bouclier. Herum VICTORIA AVGGG. Das Werk, dessen Aufbewahrungsort nicht angegeben wird, ist aller Wahrscheinlichkeit nach, ja sicher, dasselbe, von welchem in David's Mus. de Flor. T. VI, pl. LXXX nr. II eine verkehrte Abbildung gegeben und das im Texte p. 161 auf Valerian I. bezogen wird mit dem Zusatze, daß dieser de son pied écrase un serpent sur une pierre. Der Gegenstand, auf welchen der Kaiser tritt, ist im

Deutung und bezeichnet das Monstrum als „dragon“. Ohne Zweifel ist die Hydra gemeint und zwar als Symbol eines besiegten Feindes des Kaisers. Auf einem Medaillon M. Aurel's bei David Mus. de Florence, T. V, pl. LII, nr. 1 findet sie sich am Triumphwagen des Kaisers und seines Sohnes dargestellt. Der Revers eines Medaillons des Maximinianus Herculeus bei Froehner Méd. de l'Empire Rom. p. 255 zeigt den Hercules im Kampfe mit der Lernäischen Hydra. Froehner betrachtet p. 256 mit größter Wahrscheinlichkeit diesen Typus als auf die Besiegung der Bagauden durch Maximinian bezüglich. In beiden Fällen hat die Hydra ihre gewöhnliche Gestalt. Daß die Bildung mit menschlichem Kopf und einem Schlangenleib, wie wir sie auf den oben erwähnten Goldmünzen aus dem fünften Jahrhundert n. Chr. finden, sich auch auf die Hydra beziehen könne, erhellt aus den vorher berücksichtigten Marmorwerken, von denen das im Capitolinischen Museum wohl als das älteste gelten darf.

Daß die Hydra auch mit bis zur Scham hinabreichendem menschlichem Leibe, der anstatt der menschlichen Beine in zwei Schlangen ausläuft (während von dem Schlangenhaar oder den Schlangen im Haare nichts zu sehen ist), dargestellt wurde, scheint aus dem Basrelief „schönen Stils“ der Villa Albani bei Zoega Bassir. d. Villa Albani t. LXV = Panofka Argos Panoptes, Berlin 1838, T. 1, n. 1 zu erhellen, und daß es sich hier um Echidna handle, wie Panofka S. 5 annimmt, wird jetzt wohl Niemand glauben. Eher könnte man an die Scylla denken, welche Hercules zu erschlagen im Begriffe ist, weil sie ihm Geryonische Rinder raubte (Eustath. z. Hom. p. 1714, 45, Tzetzes z. Lycophr. 45, Hyg. praef.).

Original ohne Zweifel undeutlich. Die Beschreibung bei Cohen läßt voraussetzen, daß dieser die Schlange für eine Helmzierde hielt; die bei David trifft in Betreff des Steins gewiß nicht das Richtige. Läßt sich annehmen, daß eine Schlange mit Menschengesicht gemeint ist, so wird man dieses Beispiel den eben beigebrachten hinzuzufügen und anzunehmen haben, daß der Typus schon unter Valentinian I. vorkommt.

Der germanische Himmelsgott.

(Ein Beitrag zur Geographie und Geschichte der deutschen Götterwelt).

Von

Dr. **Julius Hoffory.**

Von den wenigen sicheren und wichtigen Thatsachen der urgermanischen Mythologie ist die, daß unsere Vorfahren schon in der Zeit des gemeinschaftlichen Zusammenlebens Tivaz (got. *Tius, ahd. Ziu, altn. Týr), den Herrscher des Himmels, als das Oberhaupt der Götter verehrten, zweifellos die sicherste und wichtigste. Und Niemand bezweifelt ferner, daß der germanische Tivaz wie der indische Djāuḥ und der griechische *Ζεύς* von einem urindogermanischen leuchtenden Himmelsgott herstammt, der als oberster Herrscher über Göttern und Menschen thronte.

Von Djāuḥ und *Ζεύς* unterscheidet sich aber Tivaz dadurch, daß er in weit höherem Grade als jene auch Sonnengott ist. Obschon die Sonne nach Caesars Zeugniß bereits vor Christi Geburt bei den Germanen Gegenstand göttlicher Verehrung war (Bell. Gall. 6, 21), so gelangte doch die germanische Mythologie niemals dazu, einen selbständigen, dem indischen Sūrjaḥ oder dem griechischen *Ἥλιος* vergleichbaren und vom Himmelsgott verschiedenen Sonnengott zu schaffen, sondern Tivaz war Sonnen- und Himmelsgott zugleich.

Schon der indogermanische Himmelsgott ist sowol Herrscher der leblosen Natur als der lebendigen Menschenwelt. Beim indischen Djāuḥ tritt eine solche Doppelheit allerdings nicht besonders deutlich hervor, da dieser frühzeitig zurückgedrängt und auf ein verhältnißmäßig enges Gebiet beschränkt wurde (Bradke, Djāus Asura 110 ff.). Dagegen sehen wir beide Seiten reich entfaltet sowol beim griechischen *Ζεύς* als beim germanischen Tivaz. Und an zwei Puncten findet sich eine so auffallende Uebereinstimmung zwischen beiden, daß die Annahme, sie stamme aus der indogermanischen Urzeit, sich auf keine Weise umgehen läßt.

Als Naturgott ist Tivaz wie *Ζεύς* der Herrscher der Wolken. Während aber dieser einfach *νεφεληγερέτης*, der Wolkensammler, heißt, führt jener den poetischeren Beinamen *hohnijaz*, d. h. der schwanengleiche, denn die Wolken wurden in der Vorstellung der alten Germanen zu Schwänen, und nach dem Schwan wurde bei ihnen der Wolkengott genannt (vgl. meine Bemerkungen in den Göttingischen gelehrten Anzeigen 1888, 168).

Als Culturgott ist Tivaz wie *Ζεύς* der oberste Lenker des öffentlichen Lebens, und wie *Ζεύς* in dieser Eigenschaft das Prädicat *ἀγοραῖος* führt, so trägt Tivaz den gleichbedeutenden Beinamen *þingsaz*. Beide hüten das Recht und schirmen die Eide, beide gebieten über Krieg und Sieg, nur tritt gemäß dem verschiedenen Volkscharacter bei *Ζεύς* die friedliche bei Tivaz die kriegerische Thätigkeit stärker in den Vordergrund. (Vgl. Preller, Griechische Mythologie S. 97 f., Scherer in den Sitzungsberichten der Kgl. Preußischen Academie der Wissenschaften 1884, S. 7 ff.). Von anderen altarischen Göttern des Luftraums sind in urgermanischer Zeit nur zwei: Vōđanaz (altn. *'Óþinn*, ahd. *Wuotan*), der Winddämon, und Vlōđuraz (altn. *Lóþurr*), der Wärmegott, für uns erkennbar. Jener entspricht dem indischen *Vātaḥ*, dieser dem indischen *Vṛtraḥ* (vgl. Zimmer, Parjanya Fiörgyn, Vâta Vôdan, Zeitschrift für deutsches Alterthum 19, 164 ff., Noreen Lóþurr-Vṛtra in der Nord. Tidskrift for Philologie, N. R. IV, 28 ff., und meine Bemerkungen in den Göttingischen gelehrten Anzeigen 1888 170 f.).

Daß der Tivaz-Cultus bei dem vornehmsten und ältesten der drei westdeutschen Hauptstämme, bei den Erminonen im Binnenlande, deren Gebiet sich von der Donau bis zur Spree erstreckte, in den ersten Jahrhunderten unserer Zeitrechnung noch in höchster Blüthe stand, wies Müllenhoff nach in jener denkwürdigen Abhandlung, die für immer die feste Grundlage unserer besseren Einsicht in den ältesten Götterglauben der Germanen bilden wird (Ueber Tuisco und seine Nachkommen, Schmidt's Zeitschrift für Geschichte VIII, 209 ff.). Unter dem Beinamen Irmin, in urgermanischer Form *ermnaz*, d. h. der Erhabene, wurde von den Erminonen Tivaz als oberster Ahnherr des Volkes, als *regnator omnium deus*, dem *cetera subjecta atque parentia* sind, in knechtischer Demuth verehrt, und noch im 12. Jahrhundert wird er von einem Glossator der Corveyer Annalen *dominator dominantium* genannt (Tacitus Germ. cap. XXXIX, Grimm Mythologie[4] 92, Müllenhoff a. a. O. 248 und Zeitschrift f. d. Alterthum XXIII, 1 ff.). Sein Symbol bestand in einer Säule, der Irminsûl, und diese war nach dem Ausdruck Roberts von Fulda eine *columna universalis quasi sustinens omnia* (vgl. Müllenhoff a. a. O. 248). Sie wurde gegen Morgen errichtet, weil Irmin, wie Widukind von Corvey (1, 12 vgl. Grimm Mythologie [4]92) ausdrücklich bezeugt und Müllenhoff mit Unrecht bezweifelt, nicht nur Himmels- sondern zugleich auch Sonnengott war. Am ausgeprägtesten war sein Cultus bei dem hervorragendsten erminonischen Volk, bei den Semnonen, den späteren Schwaben,

und wenn dieselben auch den Namen Ziuwarii, d. h. Nachkommen des Ziu, führen, so legt ebenfalls diese Bezeichnung Zeugniß ab für die Verehrung, welche zu Anfang unserer Zeitrechnung von dem ersten der westdeutschen Hauptstämme dem Irmin-Tiu, dem urgermanischen Himmels- und Sonnengott Tivaz ermnaz, dargebracht wurde.

Unterliegt es somit keinem Zweifel, daß Tivaz im deutschen Binnenlande den Mittelpunct des Cultus bildete, so hat uns vor nicht langer Zeit ein merkwürdiger Fund die Gewißheit gebracht, daß sein Name auch an der deutschen Nordseeküste im dritten Jahrhundert nach Christus noch unvergessen war.

In der Nähe von Borcovicium, dem jetzigen Housesteads, einer der römischen Stationen am Hadrianswall im nördlichen England, befindet sich ein kleiner Hügel, welcher den Namen Chapel Hill führt. An dem nördlichen Abhang dieses Hügels sah eines Novembertages 1883 der Schafhirte von Housesteads einen kunstvoll zugehauenen Stein aus dem Erdreich hervorragen, und auf seine Anzeige hin wurden alsbald Nachgrabungen angestellt, wobei ein halbrundes bogenartiges Relief mit Sculpturen und zwei mit Inschriften versehene anscheinend römische Altäre zum Vorschein kamen. Das Relief zeigt in ziemlich roher Ausführung eine mit Helm, Speer und Schild bewaffnete Kriegergestalt, zu deren Rechten ein langhalsiger, schwanenartiger Vogel sich befindet. Zu beiden Seiten des bewaffneten Kriegers sieht man zwei ganz gleichartige schwebende Figuren, die in der einen Hand ein Schwert oder einen Stab, in der anderen einen kreisrunden Kranz halten.

Die durchgehends wohl erhaltenen und sich gegenseitig ergänzenden Inschriften wurden nebst Abbildungen der Sculpturen herausgegeben und erläutert von W. Thomson Watkin in der Archaeologia Aeliana 1884, Vol. X, 150 ff., und von E. Hübner in der westdeutschen Zeitschrift für Geschichte und Kunst III, 120 ff. Die erste Inschrift lautet:

D E O
M A R T I
T H I N G S O
E T D V A B V S
A L A E S I A G I S
B E D E E T F I
M M I L E N E
E T N A V G G E R
M C I V E S T V
I H A N T I
V · S · L · M

oder nach Hübners Lesung:

Deo | Marti | Thingso | et duabus | Alaesiagis | Bede et Fi | mmilene | et n(umini) Aug(usti) Ger|m(ani) cives Tu|ihanti v(otum) s(olverunt) l(ibentes) m(erito).

D. h.: dem Gotte Mars Thingsus und den beiden Alaesiagen Beda und Fimmilena und der Gottheit des Kaisers haben Tuihanten, Germanische Bürger, ihr Gelübde gern und schuldigermaaßen eingelöst.

Die Inschrift des zweiten Altars lautet:

D E O
MARTI·ET·DVABVS
ALAESIAGIS·ET·N·AVG
GER·CIVES·TVIHANTI
CVNEI·FRISIORVM
VER·SER·ALEXAND
RIANI VOTVM
SOLVERV[NT]
LIBENT
M

oder nach Hübners Lesung:

Deo | Marti et duabus | Alaisiagis et n(umini) Aug(usti) | Ger(mani) cives Tuihanti | cunei Frisiorum | Ver. Ser. Alexand. riani votum solveru[nt] libent[es] m(erito).

D. h.: Dem Gotte Mars und den beiden Alaisiagen und der Gottheit des Kaisers haben Tuihanten, germanische Bürger aus der nach Severus Alexander benannten Heeresabtheilung der Friesen ihr Gelübde gern und schuldigermaaßen eingelöst.

Ob die Verbindung VER in der zweiten Inschrift als Abkürzung eines zu FRISIORVM gehörenden Adjectivs aufzufassen, oder ob VER SER falsche Schreibung für Sever. ist, kommt für unsere Untersuchung nicht in Betracht.

Diese drei in jeder Hinsicht merkwürdigen Denkmäler haben bald nach ihrem Bekanntwerden eine ganze kleine Literatur ins Leben gerufen. Th. Mommsen hat nachgewiesen, daß sie für die Kenntniß des römischen Heerwesens nicht ohne Interesse sind (Hermes 19, 231 ff.), R. Heinzel hat mit ihrer Hülfe die altfriesische Rechtsordnung beleuchtet (cfr. Hübner in der Westdeutschen Zeitschrift für Geschichte u. Kunst III, 292 f.) und W. Pleyte hat ihre Wichtigkeit für die germanische Sagengeschichte nachdrücklich hervorgehoben (Verslagen en Mededeelingen der Koninglijke Academie der Wetenschapen, derde Reeks, tweede Deel, 109 ff.)

Am größten ist jedoch ihre Bedeutung für die altgermanische Mythologie und diese hat W. Scherer zum Gegenstand einer schönen und scharfsinnigen Abhandlung gemacht (*Mars Thingsus*, Sitzungsberichte der Kgl. Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1884, 571 ff.). Es ist indes nicht zweifelhaft, daß die Denkmäler nach dieser Seite hin von unermeßlich viel größerer Tragweite sind, als Scherer vermuthete oder im Jahre 1884 vermuthen konnte.

Beide Altäre sind von Tuihanten errichtet, germanischen Bürgern, die in römischen Diensten standen, und, wie die zweite Inschrift hinzufügt, der friesischen Heeresabtheilung angehörten. Die Altäre sind dem Gotte Mars geweiht, der, wie die erste Inschrift besagt, den Beinamen Thingsus führte, den beiden 'Alaesiagen', die, wie uns dieselbe Inschrift lehrt, die Namen Beda und Fimmilena trugen, und der Gottheit des Kaisers, d. h., nach Ausweis der zweiten Inschrift, des Kaisers Severus Alexander (222—235). Der Gott Mars Thingsus ist auf dem halbrunden Relief bildlich dargestellt als ein bewaffneter Krieger, an dessen Seite sich ein schwanenähnlicher Vogel befindet.

Die Tuihanten sind, wie Scherer a. a. O. 573 nachgewiesen hat, die Bewohner der Landschaft Tuianti, des heutigen Twenthe im Osten der Zuidersee. Ob sie, wie Scherer anzunehmen geneigt ist, eine Unterabtheilung der Friesen bildeten oder nur deren Nachbarn waren, ist in diesem Zusammenhang ohne Bedeutung. Uns genügt es zu wissen, daß die friesische Heeresabtheilung, zu der auch die Tuihanten gehörten, einem Gotte Mars Thingsus und zwei Alaesiagen Namens Beda und Fimmilena verehrte. Ueber dit sprachliche Bedeutung des Wortes Alaesiagae oder Alaisiagae sind verschiedene Vermuthungen aufgestellt worden, von denen die von Weinhold (Zeitschr. f. d. Philologie XXI, 5 ff.) sicher die unglücklichste war. Es kann aber keinem Zweifel unterliegen, daß unter Alaesiagae zwei weibliche Gottheiten der Friesen zu verstehen sind, die zu der friesischen Rechtsverfassung in sehr nahen Beziehungen standen, denn die Namen Beda und Fimmilena hängen, wie Heinzel a. a. O. dargethan hat, mit den beiden Hauptthingen der Friesen, dem Bodthing und dem Fimmelthing, aufs engste zusammen: Beda ist die Personification des Bodthings, Fimmilena des Fimmelthings. Die beiden Alaesiagen sind naturgemäß dem obersten Thinggott der Friesen untergeordnet. Derselbe führt hier den Namen Mars, und dies ist, wie jedermann weiß, die interpretatio romana des germanischen Tivaz. Der Mars Thingsus der Friesen ist also kein Anderer als der Tivaz þingsaz der Urgermanen. Dieser letztere war aber, wie wir sahen, nicht nur

der Gott des Gerichts, sondern auch und in noch höherem Grade der Gott des Krieges, und es ist mehr als wahrscheinlich, daß dasselbe mit dem friesischen Mars Thingsus der Fall war. Direct bestätigt wird dies durch den Umstand, daß wir den Gott auf dem Relief von Housesteads in kriegerischer Ausrüstung: mit Helm, Schild und Speer dargestellt finden. Bei den Friesen wie bei den Urgermanen war Tivaz der oberste Befehlshaber des in Heer und Thing versammelten Volkes (vgl. Scherer a. a. O. 578). Aber der machtvolle Gott der Volksversammlung war bei den Urgermanen zugleich der schwanengleiche Herrscher der Wolken: Tivaz þingsaz war zugleich Tivaz hohnijaz. Und daß auch bei den Friesen Tivaz beide Functionen in sich vereinigte: das zeigt für jeden, der sehen will, der Schwan, der mit wunderbarer Zutraulichkeit sich an die behelmte Gestalt des Mars Thingsus schmiegt.

Wir wissen also jetzt, daß die Friesen zu Anfang des dritten Jahrhunderts sowol den Tivaz þingsaz als den Tivaz hohnijaz kannten. Sie stellten sich ihn dar als einen bewaffneten, gewaltigen Krieger, der von einem Schwan begleitet wird. Es war seine Aufgabe, das Recht mit starker Hand zu stützen und zu vertheidigen.

Ganz dieselbe Vorstellung bildet den unverrückbaren Mittelpunct einer Sage, deren ursprüngliche Heimath in der nächsten Nähe des friesischen Gebietes sich befand. Ich meine die Sage vom Schwanritter.

Die Schwanrittersage tritt uns in einer Unzahl von Recensionen entgegen, die alle auf das nordwestliche Deutschland als Ursprungsort hinweisen.

Daß ihre Grundlage mythischer Natur sei, darüber herrscht seit Jacob Grimm kein Zweifel mehr; daß aber die Person des Schwanritters mit dem Mars Thingsus der Friesen in engster Verbindung steht, hat zuerst W. Pleyte a. a. O. glücklich betont, wenn auch im einzelnen nicht immer glücklich begründet.

Will man den mythischen Kern möglichst klar erkennen, muß man natürlich von der ursprünglichsten und einfachsten Gestalt der Sage ausgehen. Dieselbe liegt vor in dem schönen Gedicht Konrads von Würzburg, dessen wesentlichen Inhalt ich in der unübertrefflichen Nacherzählung der Brüder Grimm (Deutsche Sagen II, 312 ff.) hier folgen lasse.

Herzog Gottfried von Brabant war gestorben, ohne männliche Erben zu hinterlassen; er hatte aber in einer Urkunde gestiftet, daß sein Land der Herzogin und seiner Tochter verbleiben sollte. Hieran kehrte sich jedoch Gottfrieds Bruder, der mächtige Herzog

von Sachsen wenig: sondern bemächtigte sich, aller Klagen der Wittwe und Waise unerachtet, des Landes, das nach deutschem Rechte auf keine Weiber erben könne.

Die Herzogin beschloß daher, bei dem König zu klagen; und als bald darauf Carl nach Niederland zog und einen Tag zu Neumagen am Rheine halten wollte, kam sie mit ihrer Tochter dahin und begehrte Recht. Dahin war auch der Sachsen Herzog gekommen, und wollte der Klage zu Antwort stehen. Es ereignete sich aber, daß der König durch ein Fenster schaute; da erblickte er einen weißen Schwan, der schwamm den Rhein heran und zog an einer silbernen Kette, die hell glänzte, ein Schifflein nach sich; in dem Schiff aber ruhte ein schlafender Ritter, ein Schild war sein Hauptkissen, und neben ihm lagen Helm und Halsberg; der Schwan steuerte gleich einem geschickten Seemann, und brachte sein Schiff an das Gestade. Carl und der ganze Hof verwunderten sich höchlich ob diesem seltsamen Ereigniß; jedermann vergaß der Klage der Frauen, und lief hinab dem Ufer zu. Unterdessen war der Ritter erwacht und stieg aus der Barke; wohl und herrlich empfing ihn der König, nahm ihn selbst zur Hand, und führte ihn gegen die Burg. Da sprach der junge Held zum Vogel: flieg deinen Weg wohl, lieber Schwan! wann ich dein wieder bedarf, will ich dir schon rufen. Sogleich schwang sich der Schwan, und fuhr mit dem Schifflein aus aller Augen weg. Jedermann schaute den fremden Gast neugierig an; Carl ging wieder ins Gestühl zu seinem Gericht, und wies jenem eine Stelle unter den andern Fürsten an.

Die Herzogin von Brabant, in Gegenwart ihrer schönen Tochter, hub nunmehr ausführlich zu klagen an und hernach vertheidigte sich auch der Herzog von Sachsen. Endlich erbot er sich zum Kampf für sein Recht, und die Herzogin solle ihm einen Gegner stellen, das ihre zu bewähren. Da erschrak sie heftig; denn er war ein auserwählter Held, an den sich niemand wagen würde; vergebens ließ sie im ganzen Saale die Augen umgehen. Keiner war da, der sich ihr erboten hätte. Ihre Tochter klagte laut und weinte; da erhob sich der Ritter, den der Schwan ins Land geführt hatte und gelobte, ihr Kämpfer zu sein. Hierauf wurde sich zum Streit gerüstet, und nach einem langen und hartnäckigen Gefecht war der Sieg endlich auf Seiten des Schwanritters. Der Herzog von Sachsen verlor sein Leben, und der Herzogin Erbe wurde wieder frei und ledig. Da neigten sie und die Tochter dem Helden, der sie erlöst hatte, und er nahm die ihm angetragene Hand der Jungfrau mit dem Beding an: daß sie nie und zu keiner

Zeit fragen solle „woher er gekommen, und welches sein Geschlecht sei?“ denn außerdem müsse sie ihn verlieren.

Der Herzog und die Herzogin zeugten zwei Kinder zusammen, die waren wohl gerathen; aber immer fing es an ihre Mutter zu drücken, daß sie gar nicht wußte, wer ihr Vater war; und endlich that sie an ihn die verbotene Frage. Der Ritter erschrak herzlich und sprach: nun hast du selbst unser Glück zerbrochen und mich am längsten gesehen. Die Herzogin bereute es aber zu spät, alle Leute fielen zu seinen Füßen und baten ihn zu bleiben. Der Held waffnete sich, und der Schwan kam mit demselben Schifflein geschwommen, darauf küßte er beide Kinder, nahm Abschied von seinem Gemahl und segnete das ganze Volk; dann trat er ins Schiff, fuhr seine Straße und kehrte nimmer wieder. Der Frau ging der Kummer zu Bein und Herzen, doch zog sie fleißig ihre Kinder auf. Aus dem Saamen dieser Kinder stammen viel edle Geschlechter, die von Geldern sowohl als Cleve, auch die rienker Grafen und manche andre; alle führen den Schwan im Wappen.

Der Zusammenhang des Schwanritters mit dem altgermanischen Tivaz, in dessen doppelter Function als Volksversammlungsgott und Wolkenherrscher, springt jedem sofort in die Augen: wie Tivaz ist der Schwanritter ein gewaltiger Krieger, wie Tivaz schirmt er Recht und Gesetz, wie Tivaz wird er von einem Schwan begleitet. Doch vollständig wird uns sein Wesen und Wirken erst klar, wenn wir uns entsinnen, daß Tivaz nicht nur Himmels- sondern zugleich auch Sonnengott war: denn sicherlich ist der strahlende Ritter, der vom Schwan geleitet anlangt und vom Schwan geleitet wieder verschwindet, im letzten Grunde nichts Anderes als die leuchtende Sonne, die am Morgen beim Aufgang die Wolken durchbricht und am Abend hinter Wolken sich wieder verbirgt. Und mit dieser Auffassung stimmt auch des Schwanritters Mahnung, ihn nie zu fragen, woher er gekommen und welches Ursprungs er sei, aufs Allerschönste überein. Unsern Vätern galt die Sonne nicht nur als das höchste Gut, sondern auch als das tiefste Räthsel: aus unbekannter Ferne kommt der Herrscher des Lichts zu der Menschen Geschlecht; sie freuen sich seines Glanzes und gedeihen in seiner Kraft: doch kaum regt sich die Frage nach seiner Herkunft und Art, da eilt er wieder von dannen und strebt der unbekannten Ferne zu.

Aus den Denkmälern von Housesteads ersehen wir, daß die Vorstellung von dem Krieger mit dem Schwan zu Anfang des dritten Jahrhunderts bei den Friesen an der Nordseeküste zu Hause war, und dort wird auch die Sage zuerst feste Gestalt angenommen

haben. Später localisirte sie sich bei den nächsten und ältesten Nachbarn der Friesen, bei den Franken an den Rheinmündungen und bald finden wir Cleve, bald Nijmegen, bald Antwerpen als ihren Heimathsort angegeben. Von den Rheinmündungen zieht die Schwanrittersage wie der Schwanritter selbst weiter den Rhein hinauf, wird theils mit der Genovefen-, theils mit der Gralssage in Verbindung gebracht und büßt dadurch nicht wenig von ihrem alten mythischen Gehalt und ihrer alten reinen Schönheit ein.

Aber nicht nur diesseits auch jenseits der Nordsee begegnen wir derselben Sage, wenn sie sich auch den dortigen Natur- und Culturverhältnissen in characteristischer Weise angepaßt hat. Wie Jacob Grimm (Myth. ^{1}218, ^{2}343, ^{4}306) zuerst sah und nach ihm Heinrich Leo (Bëówulf S. 18 ff.) trefflich ausführte, ist der angelsächsische Mythus vom Urkönig Sceáf nur als eine andere Gestaltung der Schwanrittersage zu betrachten.

Der Mythus von Sceáf ist uns theils in lateinischer Sprache in mehreren altenglischen Berichten, theils in angelsächsischer Sprache in den einleitenden Versen des Beowulf erhalten. Jene geben uns Nachricht von der Ankunft, diese erzählen uns von der Abfahrt des göttlichen Helden. Daß im Beowulf die Sage nicht von Sceáf selbst, sondern von seinem Sohne Scyld berichtet wird, hat natürlich, wie schon Kemble gesehen hat (Translation of the Anglo-Saxon Poem of Beowulf V, vgl. auch ten Brink Beowulf 195 f. gegen Möller Altengl. Volksepos 43 f. und Müllenhoff, Beovulf 9 f.) seinen Grund in späterer Uebertragung. Hält man beide Ueberlieferungen zusammen, so ergiebt sich die ursprüngliche Fassung des Mythus von selbst:

Auf einem steuerlosen Schiffe treibt ein junger hilfloser Knabe ans Land. Er ruht schlafend auf einer Garbe (*sceáf*), von Waffen umgeben, und ist den Bewohnern des Landes unbekannt. Sie nehmen ihn gastlich auf, erziehen ihn und machen ihn nachmals zu ihrem König. Nach langer und ruhmreicher Regierung stirbt Sceáf und wird von seinen Mannen wieder auf das Schiff gelegt, das sie, mit Kleinodien und Waffen reich gerüstet, trauernden Herzens den Wellen übergeben. Aber Niemand konnte sagen, wer diese Last empfing. (Vgl. die Berichte von Aeđelwerd, Wilhelm von Malmesbury und einer handschriftlichen Chronik, Kemble a. a. O., Beowulf 1—53).

In dem unbekannten Fremdling, der auf seinem Schiffe, von Waffen umgeben, schlafend ankommt, zu Macht und Ehren gelangt und nach glücklicher Herrschaft davonzieht, wie er gekommen, erkennt ein jeder leicht unsern Schwanritter wieder. Der Schwan selbst ist

nicht ohne Weiteres verschwunden, sondern nur mit dem Schiffe zusammengefallen, denn die Angelsachsen verliehen dem Schiffe gern Schwanesgestalt, und an den Schwan denkt der Sänger des ersten Beowulf-Abenteuers, wenn er das schaumhalsige Fahrzeug preist, das gleich wie ein Vogel die Fluthen durcheilt (*flota fâmigheals fugle gelîcost*, Beow. 218).

Auf dem Festlande sehen wir den räthselhaften Fremden als stolzen Helden kommen und scheiden. In England hat sich der Mythus vertieft, aber zugleich von der ursprünglichen Grundlage weiter entfernt. Der Fremde ist hier zum ältesten Urkönig geworden; sein ganzes Leben gehört seinem Volke, und wie er als hülfloses Kind anlangt, so zieht er erst im höchsten Greisenalter wieder von dannen. „Offenbar" sagt Müllenhoff (Ueber Sceáf und seine Nachkommen, Zeitschrift f. deutsches Alterthum VII, 413), „nahm man an, daß mit Sceáf eine Epoche oder ein Zustand ein getreten sei, für den es in Wahrheit freilich keinen Anfang giebt, der aber eben darum einmal unmittelbar durch göttliche Macht in einer unvordenklichen Zeit herbeigeführt sein müsse." Die Umgebung aber, in der Sceáf aufgefunden wird, spiegelt symbolisch die wichtigsten Erscheinungsformen des Lebens bei den ihn Aufnehmenden wieder. Es deuten „das Schiff und die Garbe auf Seefahrt und Ackerbau, die Waffen und Kleinodien auf Krieg und Königthum, alle vier Gaben also auf die Hauptelemente und Grundlagen des ältesten Culturzustandes der seeanwohnenden Germanen; und wenn der Träger dieser Symbole der erste König des Landes wurde, so kann die Meinung nur die sein, daß von seinem Erscheinen erst der Anfang jenes ältesten Culturzustandes datire, und daß vor ihm überhaupt eine geordnete Lebensführung unter dem Volke nicht existirt habe. Er ist danach eine durchaus mythische Person — das beweist auch sein singularer Name — und ebenso sind nothwendig auch seine drei Nachkommen mythische Fictionen, die eigentlich nur das Wesen des Sceáf weiter expliciren und im Wesentlichen nichts Anderes ausdrücken, als was schon sein Mythus andeutet" (Müllenhoff Beowulf 6 f.). So repräsentirt nach Müllenhoff Scild oder Sceldva, d. h. der schirmende, das Helden- und Königthum, Beáv, d. h. der Wohnende, das ruhige Walten und Wirthschaften, Tætva, d. h. der Erfreuende, des Lebens Behagen und fröhliche Lust.

Aber Müllenhoff hat nicht nur richtig erkannt, daß hinter dem Urkönig Sceáf eine altgermanische Gottheit stecken müsse, er hat auch aufs Klarste nachgewiesen, daß diese Gottheit keine andere sein könne als der Freá, (ahd. Frô, altn. Freyr). Dieser ist zugleich ein agrarischer Gott und ein Gott des Meeres, er ist

ein Fürst an Wesen und Auftreten, er ist der Spender des Reichthums und des Besitzes, er ist von freundlichem und anmuthigem Aussehen, „so daß die Namen Sceáf, Sceldva, Beáv und Tætva gleichsam als seine Prädicate gelten können“ (Müllenhoff, Zeitschr. f. deutsches Alterthum, VII, 418). Nun ist aber wie Müllenhoff (Beowulf 11) hervorhebt und Niemand bezweifelt, Freá (d. h. der Herr) nur eine andere Bezeichnung für Ing (in urgermanischer Form *ingvaz* d. h. der Gekommene), den mythischen Stammvater des zweiten west-deutschen Hauptstammes, der Ingvæonen, deren Gebiet die deutsche Nordseeküste nebst Jütland und den dänischen Inseln, wozu später noch England hinzukam, umfaßte, und bei denen das reiche und kluge Göttergeschlecht der Vanen zu Hause war (Müllenhoff, Irmin und seine Brüder, Zeitschr. für deutsches Alterthum, XXIII', 11; Seelmann, Zur Geschichte der deutschen Volksstämme Norddeutschlands und Dänemarks; Niederdeutsches Jahrbuch XII, 28 ff.).

Wir sehen also, daß der alte Stammesgott Ing-Freá (altn. *Yngvi-Freyr*) auf englischem Boden sich in einen mythischen Urkönig Sceáf verwandelte. Und wir wissen andererseits, daß dieser mit dem niederländischen Schwanritter ursprünglich identisch war. Da aber ferner, wie oben gezeigt wurde, der Schwanritter nur eine Hypostase des alten Sonnen- und Himmelsgottes ist, dessen Cultus noch im 3. Jh. bei den Friesen blühte, so ergiebt sich hieraus mit eiserner Consequenz der wichtige Schluß, daß Ing, der göttliche Ahnherr der ingvæonischen Nord- und Ostsee-Völker, nur eine andere Bezeichnung ist für den altgermanischen Tivaz, den die Erminonen im Binnenlande unter dem Namen Irmin verehrten. Und dieser Schluß wird noch auf das Schönste bestätigt durch das ags. Runenlied, welches uns berichtet, daß Ing zuerst bei den Ostdänen von Menschen gesehen wurde, und darauf übers Meer hin zog, während ihm sein Wagen nachfuhr (*Ing wæs ǽrest mid Éast-Denum gesewen secgum, ôð he siððan eft ofer wǽg gewât: wǽn æfter ran*, Grein Bibliothek der ags. Poesie II, 353). Wer ist dieser Ing, wenn nicht die Sonne selbst, die im Osten aufgeht und über das Meer hin schreitet, während hinter ihr her ein lichter Schimmer wie ein goldener Wagen von Woge zu Woge rollt?

Wenn aber Ing und Irmin nur verschiedene Erscheinungsformen des altgermanischen Tivaz sind, so drängt sich uns von selbst die weitere Frage auf: welche Gottheit der *Istv (in urgermanischer Form *istvaz*) der Ahnherr des dritten westdeutschen Hauptstammes, der Istvæonen am Rhein, repräsentire. Seit den Ausführungen Müllenhoffs (Allg. Zeitschr. f. Geschichte VIII, 257 ff. und

Zeitschr. f. d. Alterthum XXIII, 4 ff.) gilt es nicht mehr für zweifelhaft, daß unter *Istv kein Anderer als Wodan zu verstehen sei.

Daß Wodan in historischer Zeit bei den Istvæonen in höchstem Ansehen stand, ist durch zahlreiche Zeugnisse erhärtet. Aber Müllenhoff hat selbst wiederholt hervorgehoben, daß der istvæonische Wodanscultus erst unter dem Einfluß der von Süden und Westen her eindringenden Cultur sich entwickelt habe (Runen in Berlin, Zeitschr. f. deutsches Alterthum XVIII, 251, Irmin und seine Brüder ibid. XXIII, 8). Daß Wodan der ursprüngliche Stammesgott der Istvæonen sei, würde nur dann für wahrscheinlich gelten können, wenn es sich nachweisen ließe, daß *Istv eine naheliegende und passende Bezeichnung des alten Windgottes wäre. Dem ist jedoch nicht so.

Der Name **Istv* wird von Scherer (Sybel, Hist. Zeitschr. n. F. I, 160) von der Wurzel *idh*, brennen flammen, abgeleitet und *Istv-Wodan aus dieser Veranlassung zu einem Gott des Herdfeuers gemacht. Daß die Ableitung von der genannten Wurzel, der auch ahd. *eit* und wahrscheinlich gleichsfalls ahd. *essa* entstammen, allen grammatischen Anforderungen genügt, hat Müllenhoff in einer lehrreichen Auseinandersetzung nachgewiesen (Zeitschr. f. deutsches Alterthum XXIII, 4 ff.). Wenn er sich aber doch entschließt, der Herleitung von der Wurzel *is*, wünschen, den Vorzug zu geben, obgleich dieselbe, wie er offen eingesteht, sprachlich durchaus nicht ohne Bedenken ist, und obgleich die Bezeichnung 'erwünscht' oder 'verehrt' nur ein ganz leeres epitheton ornans darstellen würde, so hat dies gar keinen anderen Grund als die von ihm mit Recht so stark betonte pure Unmöglichkeit, Wodan, wie es Scherer wollte, zu einem Feuer- oder Heerdgott zu machen.

Während somit jeder Versuch, den Namen *Istv zu einer Bezeichnung des Wodan zu stempeln, uns nur in die Irre führt, schwinden sofort alle Schwierigkeiten, wenn wir uns entschließen, in demselben eine Benennung des alten Sonnen- und Himmelsgottes zu erblicken. Wenn irgend jemand, so heißt gewiß Tivaz der 'Flammende' mit Fug und Recht. — Als oberster Gott und mythischer Ahnherr wurde Tivaz istvaz bei den Rheinländern frühzeitig von Wodan verdrängt, aber in dem Nationalheros des istvæonischen Stammes, dem leuchtenden Siegfried, der den Drachen der Finsterniß erschlägt und durch die Waberlohe der Morgenröthe zum bräutlichen Lager eilt, (cfr. Scherer, Literaturgesch. 11 und Anm. dazu), lebt seine Gestalt durch die Jahrhunderte fort: unvergessen und ungetrübt bis auf den heutigen Tag.

So weisen denn die Ahnherrn der erwähnten drei Hauptstämme

schon durch ihre Namen auf die ehemalige Religionseinheit des ganzen westlichen Germaniens hin. Ermnaz, Ingvaz und Istvaz sind nicht Brüder, sind überhaupt nicht verschiedene Wesen sondern nur verschiedene Erscheinungsformen des alten Sonnen- und Himmelsgottes. Die Bewohner des Binnenlandes nannten ihn *ermnaz* den Erhabenen und verehrten ihn in Demuth als den Lenker aller Geschicke; *ingvaz* der Gekommene hieß er bei den seeanwohnenden Stämmen, weil er aus der Ferne kam um ihnen Glück und Gedeihen zu bringen; *istvaz*, der Flammende, war sein Name bei den Rheinländern, denn er ist der ewige Spender des sonnigen Lichts, der das nächtliche Dunkel verscheucht. Aber von der Elbe bis zur Nordsee, am Belt wie an der Donau war er der gewaltige Himmelsgott, der Herrscher der Wolken, der Führer des Volkes, der Allumfasser, der Allerhalter.

Dieselben Vorstellungen von dem Wesen des Tivaz waren, wie wir oben gesehen haben, in der fernen Urzeit auch bei den östlichen Völkern, bei den gotischen und den skandinavischen Stämmen, in Geltung. Daß der Himmelsgott bei den Goten auch noch in späterer Zeit der Herrscher unter den Göttern war, geht aus der Nachricht des Jordanes von den ihm dargebrachten Menschenopfern unzweifelhaft hervor; im übrigen tritt auch hier die kriegerische Seite seiner Natur stark in den Vordergrund: er ist *præsul bellorum*, dem die *primordia* der Kriegsbeute und die *exuviae* der Gefallenen gehören (Jordanes De Getarum sive Gothorum origine, cap. V in fine). Wie der Tivaz-Cultus sich weiter bei den Goten entwickelte, läßt sich bei der Dürftigkeit unserer Quellen leider nicht näher bestimmen. Wie aber die Vorstellungen vom Sonnen- und Himmelsgott im Laufe der Zeiten sich bei dem Skandinaviern änderten, das können wir im Einzelnen stufenweise verfolgen.

Der erste Schritt zur Bildung einer selbständigen nordischen Mythologie erfolgte dadurch, daß Tivaz sich in zwei verschiedene Gottheiten spaltete. Tivaz þingsaz bleibt im Norden als Týr zunächst, was er bei den alten Germanen war: der Volksversammlungsgott, oder genauer bestimmt: der Gott des Kriegs und der Verträge. Aus dem altgermanischen Tivaz hohnijaz entsteht aber bei den Nordländern eine ganz neue und selbständige Gottheit: Hœnir, der Wolkenherrscher, der mit dem alten Tivaz fortan gar nichts mehr zu schaffen hat, sondern sich mit dem Winddämon und dem Wärmegott aufs Engste verbindet. In der ältesten für uns erkennbaren Zeit bildet Hœnir mit 'Oþinn und Lóþurr eine Dreiheit, deren einzelne Glieder an Kraft und Würde einander

gleich stehen. Sie alle werden mächtig und liebevoll genannt, sie alle sind bei der Menschenschöpfung in gleich hervorragender Weise betheiligt (vgl. meine Bemerkungen in den Göttingischen gelehrten Anzeigen 1888, 164 f.). Aber bald gelingt es dem ungestümen Windgott sich über seine milderen Brüder zu erheben und die Führerschaft unter den Göttern zu übernehmen. Lóþurr verkümmert in der nordischen Kälte und wird zuletzt von Loki, dem Feuerdämon, verdrängt; Hœnir verflüchtigt sich immer mehr, und seine Töchter, die lieblichen Schwanenmädchen, treten als wilde Walküren in des streitfrohen 'Oþinns Dienst. Auch Týr wird allmählich immer mehr von 'Oþinn in den Schatten gestellt. Er bleibt zwar noch Kriegsgott, aber 'Oþinn selbst ist jetzt oberster Kriegsherr und Siegverleiher. Um ihn schaart sich das ganze skandinavische Asengeschlecht, das durch die rauhe Beschaffenheit des Landes beeinflußt zu einem Götterstamm sich entwickelte, dem Kampf und Krieg und Ruhm und Sieg als des Daseins Ziel und Krone galt.

Bei den Ingvæonen in Jütland und auf den dänischen Inseln finden wir dagegen den Vanencultus mit Yngvi-Freyr als Mittelpunct in voller Entfaltung. Friede und Fruchtbarkeit, Handel und Schifffahrt, Weltweisheit und Lebensgenuß, aber auch, wenn es sein muß, Muth und männliche Entschlossenheit werden von diesem lichten Göttergeschlecht repäsentirt, das zu den Asen einen ebenso characteristischen Gegensatz bildet wie die liebliche Natur Dänemarks zu der gewaltigen der skandinavischen Halbinsel.

Daß solche Gegensätze nicht auf die Dauer neben einander existiren konnten ohne in feindliche Berührung zu gerathen, versteht sich von selbst. Von diesen Kämpfen giebt uns die mythische Ueberlieferung des Nordens Kunde und namentlich die Vǫluspá zeichnet uns in großen Zügen den Verlauf der Fehde zwischen Asen und Vanen oder, was dasselbe heißt, zwischen Scandinaviern und Inguæonen. Als den letzten Urgrund des Streites bezeichnet die Vǫlva den verderblichen Einfluß des Goldes, und in so weit mag der Unfriede ursprünglich von den Handel treibenden Vanen ausgegangen sein. Aber die Asen, 'Oþinn an der Spitze, waren jedenfalls die Angreifer, und zweifellos hofften sie, die friedliebenden Gegner schnell und dauernd zu unterjochen. Da geschieht das Wunderbare: die wägende Klugheit siegt über die wagende Kraft, die Asen erleiden eine empfindliche Niederlage und kampfkühn können die Vanen das Feld zertreten. Doch die Weisheit der Vanen macht sich nicht nur während des Krieges sondern auch beim Abschluß des Friedens geltend. Da sie wohl einsehen,

daß sie die gewaltigen Gegner nicht endgültig zu vernichten im Stande sind, ziehen sie es vor, sich mit ihnen zu einem Götterstaate zu verbinden, in dem beide Parteien gemeinschaftlich den Opferzins empfangen sollen (Vǫluspá 7—10, A 21/2, 23, 24, 25; B 26, 27, 28, 29; cfr. Müllenhoff Alterthumskunde V, 1, 94—99). Und dieser Friedensschluß wurde, wie uns die Ynglingasaga bezeugt, durch einen Geißelaustausch besiegelt, wobei Freyr und der ihm nahverwandte Njǫrþr in den Kreis der Asen aufgenommen, während Hœnir und sein Freund Mímir nach dem Vanenheim geschickt wurden (Heimskringla ed. Unger 5 f.).

Uebertragen wir den dichterischen Bericht in die Sprache der Wirklichkeit, so sehen wir zunächst, daß die seefahrenden Ingvæonen den Vanencultus von Dänemark nach Schweden und Norwegen bringen. Die Scandinavier versuchen die fremde Religion gewaltsam zu unterdrücken, aber ohne nachhaltigen Erfolg. Die Vanen behaupten das gewonnene Gebiet und theilen mit den Asen jetzt Opfer und Tribut.

Wenn die Ueberlieferung uns meldet, daß Freyr und Njǫrþr als Geißel zu den Asen geschickt wurden, so ist dies nur der mythische Ausdruck für die historische Thatsache, daß der Cultus eben dieser beiden Götter von Dänemark nach der skandinavischen Halbinsel gedrungen ist. Dagegen ist die Angabe, daß Hœnir und Mímir zu den Vanen kamen, schwerlich mehr als eine mythologische Fiction, die dadurch entstand, daß diese beiden Gottheiten im Kreise der Asen allmählich fast als in Vergessenheit geriethen. Wie sie aber einerseits niemals ganz aus demselben verschwinden, so ist andererseits von einem Hœnir- oder Mímir-Cultus in Dänemark nicht das mindeste bekannt. Das Ergebniß der langen Fehde bestand vielmehr darin, daß in Dänemark neben den Vanen auch die Asen, auf der skandinavischen Halbinsel neben den Asen auch die Vanen Gegenstand göttlicher Verehrung wurden. Der Asencultus in Dänemark wird uns u. a. durch Ortsnamen und durch Saxo, der Vanencultus in Schweden und Norwegen durch Ortsnamen, durch Adam von Bremen und durch die Eddas bezeugt. Hier wie dort bildeten beide einen gemeinsamen Staat, in dem skandinavische und ingvæonische Götter wie Týr und Freyr als gleichberechtigt neben einander stehen. Daß Týr, der Kriegsgott und Freyr, der Friedensherrscher ursprünglich identisch und nur verschiedene Entwickelungsformen des alten Sonnen- und Himmelsgottes sind, daran hat die nordische Mythologie jetzt jede bewußte Erinnerung verloren, und nur einzelne Züge legen Zeugniß für den gemeinsamen Ursprung Beider ab. Auf Týrs alte Herrlichkeit als Herrscher des Lichts deutet noch seine Gegnerschaft zu Fenrir,

dem Dämon der Finsterniß hin. Und als ein Lichtwesen (Wilh. Müller: System d. altdeutschen Religion 173, 204, 224, Müllenhoff: Allg. Zeitschr. f. Geschichte VIII, 248) tritt uns Týr sogar in der späten Hymiskviþa entgegen, wo er der Sohn einer goldglänzenden Frostriesin mit leuchtenden Brauen ist (*en ǫnnor gekk algollen fram, brúnhvít bera bjórveig syne*, Hymiskviþa 8, cfr. Grimm, Mythologie ⁴172, Weinhold, Tius things, Zeitschrift f. deutsche Philol. XXI, 1). Týr ist hier gleichsam der Widerschein seines ursprünglichen Ichs, denn es ist die Sonne, die die schneeumzäunten Gletscher vergoldet. — Und daß Freyr einst Himmelsgott war, ersehen wir aus dem Umstand, daß er auch über Regen und Sonnenschein gebietet. Als die Sonne selbst erscheint er uns aber noch im Verhältniß zu Gerþr. Die schöne Riesentochter, deren Arme leuchten, so daß Luft und Meer davon widerstrahlen, ist keineswegs, wie man gemeint hat, das unscheinbare Saatkorn, sondern vielmehr der schimmernde Schnee, dessen Glanz im Lichte der Sonne das Auge blendet. Lange widersteht die Spröde der Werbung: doch zuletzt muß sie nachgeben, und im Wäldchen Barri, d. h. knospender Hain, will sie nun den Geliebten erhören. Es schmilzt wohl der Reif an dem grünenden Laub, wenn im Frühling die Sonne ihn küßt.

Ueber Týr und Freyr, an der Spitze des geeinigten Götterstaates steht aber 'Oþinn, der alte Führer der Asen, und dieses Göttergeschlecht nimmt also, trotz den zweifellosen Erfolgen der Vanen, nach der Beendigung des Kampfes im neuen Bunde die leitende Stellung ein.

Wann die Verschmelzung ingvæonischer und skandinavischer Vorstellungen zu einem einheitlichen nordischen Göttersystem vor sich gegangen ist, läßt sich zwar nicht mit absoluter, wohl aber mit annähernder Sicherheit bestimmen. Man wird kaum fehlgehen, wenn man annimmt, daß die großen politischen Umwälzungen, welche im 6. Jahrhundert die nordische Welt durchflutheten, und die dazu führten, daß die dänischen Inseln und ein großer Theil von Jütland in den Besitz des skandinavischen Stammes übergingen, auch auf religiösem Gebiete tief greifende Wandlungen hervorriefen, daß die Fehde zwischen Asen und Vanen thatsächlich zum Austrag gebracht wurde um die Zeit als Halfdan der hohe das Dänen-Reich begründete, d. h. zu Anfang des 6. Jahrhunderts nach Christi Geburt (Müllenhoff, Beowulf 13—109). Daß der Kampf schon vor Beginn des 7. Jahrhunderts seinen Abschluß erreicht haben muß, bezeugt die älteste schriftliche Urkunde, die über den nordischen Götterglauben uns Auskunft zu geben vermag. Auf einem Speerschaft, der 1878 im Kragehuler Moor auf Fühnen gefunden

wurde, steht eine Inschrift in älteren Runen, welche u. a. auch das Wort *qsugisalas*, Gen. Sg. des Namens *qsugisalaR*, d. h. Asengeißel enthält. Da einerseits ein solcher Name den Geißelaustausch zwischen den streitenden Mächten zur nothwendigen Voraussetzung hat, und da andererseits die Kragehuler Inschrift auf keinen Fall jünger sein kann als das Jahr 600 (Wimmer, die Runenschrift 303 f.), so ist es hiermit endgültig erwiesen, daß der Krieg zwischen Asen und Vanen, der zur religiösen Einigung des ganzen Nordens führte, vor dem 7. Jahrhundert zum Abschluß gelangt war.

Ein Speer, den Oþinns Hand in den Heerhaufen warf, gab das Zeichen zum Anfang der furchtbaren Fehde. Und ein Speer, aus des Moores Dunkel ans Licht gezogen, giebt späten Enkeln Kunde von des Kampfes Ende.

Mit der Vereinigung skandinavischer und ingvæonischer Götter zu einer einheitlichen Gemeinschaft unter 'Oþinns Vorsitz war der nordische Götterstaat begründet. Sein weiterer Ausbau beruht zum großen Theil auf istvaeonischem Einfluß.

Schon zu Anfang unserer Zeitrechnung war, wie wir oben sahen, bei den Istvæonen Wodan der Mittelpunct des gesammten religiösen Lebens. Während aber der nordische 'Oþinn auch als Oberhaupt der geeinigten Götterwelt im Wesentlichen noch Naturgott war, hatte schon Jahrhunderte früher der istvæonische Wodan sich zu einem Culturgott im höchsten Sinne des Wortes entwickelt. Er ist der Gott der Gewandtheit und der Erfindung, des Wissens und der Dichtkunst (Müllenhoff, Zeitschrift f. deutsches Alterthum XXIII, 8 f. vgl. Scherer, Literaturgeschichte 8 f.). Und im istvæonischen Siegfried-Mythus, dessen Angelpunct Wodan bildet, tritt die ganze Ueberlegenheit seines geistigen Wesens uns im glänzendsten Lichte entgegen (Müllenhoff, von Siegfrieds Ahnen, Zeitschr. f. d. Alterth. XXIII, 144 ff.).

Um das Jahr 600, vielleicht auch später (cfr. Müllenhoff a. a. O. 155), aber jedenfalls nach dem Friedenschluß zwischen Asen und Vanen wandert dieser Mythus und mit ihm die istvæonischen Vorstellungen von Wodan als Verkörperung jedes geistigen Strebens nach dem Norden und üben auf das skandinavische Geistesleben einen tiefgehenden Einfluß aus. Indem die istvæonischen Wodansvorstellungen sich auf den nordischen 'Oþinn übertragen, wird dieser erst in Wahrheit das Oberhaupt der Welt. Er ist nicht mehr bloß primus inter pares sondern der unbestrittene Götterherrscher und Göttervater. Ueber Asen und Vanen gebietet jetzt er allein, an seinen

Namen knüpfen sich die tiefsinnigsten Mythen, wie die von der Erfindung der Runen und von der Erlangung des Dichtertranks.

Hat aber auch die nordische Mythologie durch istvæonischen Einfluß eine Verjüngung an Haupt und Gliedern erfahren, so ist doch ihre weitere Entwickelung durchaus selbständig und national. Die Gegnerschaft zwischen 'Odinn, dem Erhalter und Loki, dem Zerstörer, — der herrschende Gedanke des ausgehenden nordischen Heidenthums — ist erst im Norden entstanden und wenn 'Odinns Wesen durch istvæonischen Einfluß modificirt worden ist, so hat andererseits Lokis Character sich nur im Norden typisch und eigenartig entfaltet. Er ist in der Oekonomie des Ganzen ebenso unentbehrlich wie 'Odinn selbst, und während bei den Istvæonen Wodan allein den Mittelpunct der Siegfriedssage bildet, hat im Norden Loki noch größeren Antheil als 'Odinn an des Helden tragischem Geschick. Nordisch ist ferner die Vorstellung, daß Loki den Weltbrand heraufbeschwört, in dem er wie 'Odinn seinen Untergang findet. Nordisch ist endlich der Glaube, daß nach dem Weltbrand der alte Himmelsgott in neuer Herrlichkeit zurückkehrt um ein unzerstörbares Friedensreich zu gründen. Befruchtend wie ein Sommerregen zog der istvæonische Einfluß über die Lande des Nordens dahin: aber die neue Saat ist nordischem Boden entsprossen und nordisches Besitzthum für jetzt und immer.

Schon aus geographischen Gründen ist es wahrscheinlich, daß die istvæonischen Vorstellungen sich zunächst in Dänemark geltend machten. Aber frühzeitig sind sie weiter nach Norwegen gedrungen und als im 9. Jahrhundert Harald Haarschön die kleinen Staaten zu einem mächtigen Reich vereinigte, während die unzufriedenen Elemente übers Meer zogen um das ferne Island zu besiedeln: da erklang hüben wie drüben in Sang und Sage der Götter und der Helden Preis. Erst um das Jahr 1000 machte das Christenthum der höchsten Blüthe des nordischen Geisteslebens ein jähes Ende.

Bei jeder mythologischen Untersuchung von größerer Tragweite handelt es sich vor Allem darum einen erhöhten Punct zu finden, von wo aus man das ganze umliegende Land überschauen kann. Für die Erkenntniß des alten Himmelsgottes wurde der Hügel bei Housesteads zur hohen Warte, die uns eine ungeahnte Rundsicht eröffnete: wir sehen weit und weit über all die germanische Welt.

Ueber die Bildung von Richtungskörpern in den Eiern der Insecten und deren Schicksal.

Von

Dr. H. Henking,
Privatdocent und Assistent in Göttingen.

Vorgelegt von Ehlers.

Bei der Bedeutung, welche die Richtungskörper in der Frage nach der Befruchtung und Vererbung in den letzten Jahren erhalten haben, dürften einige Resultate meiner fortgesetzten Untersuchungen über die ersten Entwicklungsvorgänge der Insecteneier eine vorläufige Mittheilung rechtfertigen. Eingehendere Angaben werde ich in einer späteren größeren Abhandlung veröffentlichen.

Die Eier der Feuerwanze (Pyrrhocoris apterus L.) sind im Längsschnitt oval, und annähernd in der Mitte zwischen beiden Polen der reifen Eier liegt im peripherischen Plasma der kleine Eikern. Etwa 3—4 Stunden nach der Ablage ist das erste Richtungskörperchen ausgestoßen. Es liegt deutlich außerhalb des Eikörpers in einer seichten Vertiefung der randständigen Plasmazone, in gleicher Höhe wie vorher der Eikern. In dem Plasma unter dem Richtungskörper bemerkt man gleichzeitig die zweite Richtungsspindel in mehr oder weniger vorgerücktem Stadium. Alsbald wölbt sich auch das zweite Richtungskörperchen nach außen vor und kommt zu völliger Abschnürung vom Eikörper, wie die das erste Richtungskörperchen einschließende Grube der Eioberfläche sich mehr und mehr vertieft. Wiederum nach kurzer Zeit entzieht sich der im Ei zurückgebliebene chromatische Rest des Eikernes den Blicken und der plasmatische Boden der die Richtungskörperchen bergenden Grube ist dann kaum dicker als die angrenzende Plasmaschichte der Eioberfläche.

Im Laufe der nächsten Stunden bilden sich im Innern des Eies die ersten Embryonalzellen und mit den Richtungskörpern wird unterdessen eine wichtige Lageveränderung vorgenommen. An etwa 4—5 Stunden alten Eiern fällt es auf, daß die erwähnte Grube tiefer geworden ist. Dann neigen sich die Ränder derselben über den Richtungskörpern zusammen und verschmelzen, sodaß in 6—10 Stunden alten Eiern die Richtungskörper frei in einer Höhlung liegen, welche allseitig von dem randständigen Plasma umgeben wird.

Aber damit haben die Richtungskörper noch nicht ihre definitive Lage erreicht. Untersucht man etwa 20 Stunden alte Eier, in denen schon reichliche Embryonalzellen im Dotter vorhanden sind, so wird man an der alten Stelle die Richtungskörper auffinden; aber nun nicht mehr in einer Höhle des randständigen Plasmas, sondern ganz unterhalb desselben, an der Oberfläche des centralen Dottermateriales. Hier liegen sie auch bei Eiern, welche bereits ein noch weitschichtiges Blastoderm haben. In dem Falle können sie sich scheinbar wieder der Oberfläche mehr nähern, da das Randplasma in dichterer Schichte sich um die Kerne anhäuft und daher zwischen benachbarten Kernterritorien oft nur in ganz dünner Lage vorhanden ist. Daß sie aber, selbst in einen derartigen Winkel eingepreßt[1]), dennoch dem Inhalte des Eies zuzurechnen sind, folgt aus noch älteren Stadien, aus etwa 78 Stunden alten Eiern, welche ein dichtzelliges auf zwei Längsstreifen bereits verdicktes Ectoblast besitzen. Auch hier ist das Häufchen von Richtungskörperchen der Oberfläche des Dotters angelagert.

In den genannten ältesten Eiern finden sich zerstreut an der Dotteroberfläche öfter Zellen und Zellgruppen, welche den Richtungskörpern recht ähnlich sehen und sich von den gewöhnlichen Dotterzellen sowie auch von den vereinzelt vorhandenen Mesoblastzellen deutlich unterscheiden. Ueber ihre Entstehung sowie über das fernere Schicksal der Richtungskörper kann ich augenblicklich Nichts mittheilen, da mein conservirtes Material sich begreiflicherweise auf die jugendlicheren Stadien beschränkt. Ich muß mich mit dem Nachweise begnügen, daß die Richtungskörper hier ganz unzweifelhaft von dem Ei wieder aufgenommen werden.

Den Einwurf, daß hier individuelle Verschiedenheiten vorliegen könnten, daß die Richtungskörper bald nach außen geworfen würden, und bald eben nicht, daß also von einer späteren auf die Richtungskörper sich erstreckenden Thätigkeit des Eiplasmas keine Rede sein könne, vermag ich leicht zu entkräften. Stets wird man in wenigen Stunden alten Eiern die Richtungskörper ganz draußen finden, ich besitze hiervon bis jetzt mindestens 40 unzweideutige[2]) Präparate. Etwas ältere Eier zeigen dieselben stets schon in der plasmatischen Höhlung, eine Thatsache, die ich bis jetzt mit mindestens 10 Präparaten belegen kann. Für gänzlich

1) Es ist natürlich immer nur von conservirten und in Schnitte zerlegten Eiern die Rede.

2) Zweideutig sind z. B. Frontalschnitte der Eier (in Bezug auf die Richtungskörper) zu nennen.

unterhalb der plasmatischen resp. zelligen Randzone befindliche Richtungskörper kann ich bis jetzt mindestens 5 sichere Präparate aufweisen, habe niemals eine Abweichung der angegebenen Regel beobachtet. Die Abnahme der Belegstücke nach den älteren Stadien hin erklärt sich aus dem zu Anfang angegebenen Hauptzwecke der vorgenommenen Untersuchung.

Dennoch könnte man auch so noch vermuthen, es seien die Eier verschiedener Mutterthiere, welche die erwähnten Unterschiede aufwiesen. Zum Glück kann ich auch den Nachweis erbringen, daß die Abkömmlinge der gleichen Mutter den beschriebenen Entwickelungsgang ebenfalls durchmachen. Ich habe von einem Eihaufen, der am 30. Mai 1888 etwa um 12 Uhr Mittags abgelegt war, Eier mit heißem Wasser conservirt an demselben Tage um $4^1/_2$, 6, $6^1/_2$, $7^1/_2$, $9^1/_2$ Uhr Nm., dann am folgenden Morgen $8^3/_4$ Uhr, und der Reihe nach zeigten die Eier die beschriebenen Stadien ohne Ausnahme in der angegebenen Reihenfolge.

Noch möchte ich darauf hindeuten, daß eine Verwechselung der genannten Gebilde mit anderen Körpern nicht eintreten kann. Stets ist die Richtungskörpermasse nur in der Einzahl in jedem jungen Ei vorhanden und liegt stets an der gleichen Stelle im Ei. Außerdem besitzen die Richtungskörperchen ein ganz characteristisches Aussehen: ein ursprünglich ovaler aus einem plasmatischen Netzwerke bestehender Körper schließt anfänglich in der Mitte einen Haufen von sich stark färbenden Chromatinkörnchen ein. Später kann ein solches Gebilde sich durch Druck an der Eischaale, dem andern Richtungskörper und der Plasmagrube mehr abplatten und eine längliche seitlich zugeschärfte Gestalt annehmen, während die Chromatinsubstanz in ungleichen Brocken sich in ihm vertheilt. Häufig bemerkt man auch einen Zerfall der ursprünglichen Gebilde in mehrere ungleich große, etwa vier, getrennte Kügelchen, so besonders bei den älteren Stadien. Wenn dieselben längst an der Oberfläche des Dotters liegen, sind ihnen auch nur entfernt ähnliche Massen, welche eine Verwechselung herbeiführen könnten, absolut nicht vorhanden. Wie gesagt, treten derartige Gebilde erst in sehr viel älteren Eiern auf, ohne daß ich über den Zusammenhang beider jetzt etwas angeben könnte.

Neigte ich nach den mitgetheilten Beobachtungen bereits mehr der Blochmann'schen Auffassung zu, welcher die drei im randständigen Plasma des jungen Fliegeneies liegenden Gebilde für Richtungskörperchen angesprochen hatte, während ich sie für den weiblichen Vorkern und zwei Spermakerne hielt, so bin ich in der Annahme der Blochmann'schen Erklärung noch mehr bestärkt durch

weiter unten mitzutheilende Beobachtungen am Ei des Kohlweißlings (Pieris brassicae L.). Wenn Richtungskörper vom Ei wieder aufgenommen werden, so ist es nicht weiter wunderbar, wenn sie gelegentlich gleich im Ei liegen bleiben.

Ich halte es wegen der Schnelligkeit und der zeitlichen Unregelmäßigkeit in der Entwickelung des Eies von Musca vomitoria für fast unmöglich, mit Sicherheit anzugeben ob die Randspindel oder die drei randständigen Kerne das Primäre sind. Da geben die sich viel langsamer entwickelnden Eier vom Kohlweißling erwünschten Aufschluß. Untersucht man etwa $^3/_4$ Stunden nach der Ablage mit heißem Wasser conservirte Eier, so bemerkt man unweit des vorderen Poles eine randständige Spindel, welche mit der von mir in Z. f. wiss. Zool. Bd. XLVI Taf. XXV Fig. 23 bei fp. aus dem Fliegenei abgebildeten eine sehr große Aehnlichkeit besitzt. Auch hier ist die Spindel hell und birgt in ihren beiden Spitzen je eine Reihe kurzer Chromatinstäbchen. Etwa 65 Minuten alte Eier enthalten eine Spindel, welche ganz bedeutend der von mir l. c. Fig. 28 abgebildeten Spindel ähnelt, sowohl in Bezug auf den hellen Hof wie auf die Vertheilung des Chromatins. Zwei Stunden alte Eier besitzen in dem Randplasma drei neben einander liegende helle Kerne ähnlich wie die l. c. Fig. 37 bei sp. abgebildeten. Sind die Eier 4 Stunden alt geworden, so liegt an der gleichen Stelle des Randes eine ovale helle Masse parallel der Eioberfläche und im Innern derselben angehäuftes Chromatin, offenbar ein Homologon zu dem l. c. Fig. 36 bei rn abgebildeten Kerne.

Demgemäß muß die von mir gegebene Darstellung der entsprechenden Vorgänge im Fliegenei eine Modification in diesem Sinne erfahren. Sicher constatirt zu haben glaube ich zwei Spermatozoen im Ei der Fliege (l. c. p. 308). Der Aufklärung bedürftig bleiben aber immer noch meine Figuren 16 und 20 (l. c.) bei ♀k, sp_1, sp_2, die farblosen Randstellen f in Fig. 15 und 22, sowie die von mir in Fig. 2 bei rk, in Fig. 9 und 21 bei rsp (l. c.) abgebildeten als fragliche Richtungskörper bezeichneten Gebilde.

So lieb es mir auch ist, durch die Annahme der Blochmann'schen Darstellung dieses Punktes, auch meinerseits die ersten Entwickelungsvorgänge der Insekten dem im übrigen Thierreich vorkommenden Verhalten beträchtlich näher gerückt zu sehen, so will ich doch noch betonen, daß damit an der Idee vom Vorkommen einer freien Kernbildung Nichts geändert ist.

Die Eier des Seidenspinners (Bombyx mori L.) und von Leucoma salicis L. verhalten sich unter einander recht ähnlich und im Princip scheinbar ebenso wie die von Pieris und Musca. Einen

hellen Hof um die Richtungsspindel habe ich in der Deutlichkeit wie bei letzteren bisher niemals gesehen. Meist habe ich ein Stadium gefunden, in welchem eine Reihe von Chromatinkörnchen in dem dichteren Randplasma lag und eine andere Reihe parallel zu ersterer inmitten eines kleinen Plasmahofes etwas weiter im Innern des Eies zwischen den obersten Dotterkörnchen. Eine derartige Figur habe ich in gleicher Weise bei den befruchteten Eiern von Bombyx mori L. und Leucoma salicis L. sowie bei sicher unbefruchteten der ersteren Art beobachtet.

Eine völlige Ausstoßung der Richtungskörper findet auch hier nicht statt, sondern sie bleiben auch hier anfänglich in einer etwas weniger stark sich färbenden Oberflächenpartie des Randplasmas liegen. Ueber ihre Zahl kann ich bisher nichts Genaues angeben, doch glaube ich deren zwei als wenig auffallende Bläschen mit einer äquatorialen Chromatinschicht sicher gesehen zu haben. So wenigstens bei befruchteten Eiern von Bombyx mori.

Interessant ist die Uebereinstimmung, welche demnach bei der Bildung der Richtungskörper zwischen Vertretern der Dipteren und Lepidopteren herrscht. Ihnen schließen sich ferner noch die Hymenopteren an. Hier habe ich bei Formica (nigra Latr.?) eine Richtungsspindel aufgefunden von ganz außerordentlicher Schönheit und Zartheit; sie liegt im Randplasma in der Nähe des einen Poles. Dort findet man auch bei älteren Eiern das eine resp. die beiden blasenförmigen mit Chromatinkörnchen zerstreut ausgerüsteten Richtungskörperchen. Ein Ausstoßen derselben nach außen habe ich nie bemerkt, ebenso wenig wie bei den Eiern von Apis mellifica.

An den Eiern des Mehlwurmkäfers (Tenebrio molitor L.) habe ich mit Sicherheit beobachtet, daß ein Richtungskörper völlig nach außen geworfen wird. Ob es nach längerem Zwischenraume mit einem zweiten eben so geht, oder ob derselbe etwa im randständigen Plasma liegen bleibt, darüber bin ich noch nicht ganz in's Reine gekommen.

Bei den Eiern von Lampyris (Lamprorhiza) spendidula F. liegt die schöne Spindel in einem verhältnißmäßig langen cylindrischen Zapfen, welcher sich senkrecht aus einer flachen Vertiefung der Eioberfläche erhebt. Ich habe jedoch auch hier bisher nur bemerkt, daß ein einziges Richtungskörperchen als ovales ziemlich compactes Gebilde völlig nach außen geworfen wird. Neben demselben ist noch eine unregelmäßige sekretartige farblose Masse gewöhnlich zu bemerken.

Von den Richtungskörpern einer Donacia kann ich nicht be-

haupten, daß sie völlig abgetrennt wären, obgleich sie in einer seichten Vertiefung der Eioberfläche zu finden sind. Auch hier habe ich keine ganz sicheren Beweise, daß die Zweizahl derselben angenommen werden müßte. An diesen Eiern kann man die Vorwölbung der Richtungskörper gelegentlich auch am frischen Materiale beobachten.

Während bei Lampyris die Richtungsspindel, in ihren Zapfen eingeschlossen, gewissermaßen mit der Spitze des einen Poles auf der Peripherie des Eies balancirte, ist bei Agelastica alni L. die Hälfte der außerordentlich schönen Spindel in die dort nach Innen zu erheblich verstärkte peripherische Plasmazone eingesenkt, während die andere Hälfte in einem konischen Zapfen über die Oberfläche des Eies vorragt. Die sehr deutliche, doppelte äquatoriale Achromatin-Platte liegt ziemlich in einer Flucht mit der äußeren Grenzfläche des Eies. Wenn es auch zur Trennung der Spindelhälften kommt, so bleibt doch der Zapfen in Verbindung mit dem mütterlichen Boden, wächst noch um ein gutes Stück länger aus und nimmt, da er gezwungen ist sich zu biegen, die Gestalt einer Zunge an. Im Innern derselben bemerkt man leicht die Chromatinkörnchen, ihre Peripherie ist etwas anders beschaffen als die des übrigen Eies, wie besonders deutlich eine Reaction mit Pikrinsäure ergiebt. Ob diese Richtungszunge einem oder zweien Richtungskörpern gleichwertig zu erachten sei, ist schwer zu entscheiden. Ich habe nur eine Spindel und deren Entstehung beobachtet. Ob die Zunge sich später vom Eikörper völlig abtrennt, weiß ich nicht. Meine ältesten Eier sind 4¼ Stunden alt, in ihnen hat die innere Entwickelung bereits begonnen. Sie besitzen die Richtungszunge also noch zu einer Zeit, in welcher sonst die Richtungskörper bereits völlig ausgestoßen sind.

Ueber die Befruchtungsvorgänge werde ich später Mittheilung machen.

Göttingen, den 3. November 1888.

Zur Theorie der algebraischen Gebilde.

(Erste Note.)

Von

David Hilbert aus Königsberg in Pr.

(Vorgelegt von F. Klein.)

Die vorliegende Untersuchung nimmt die Theorie der algebraischen Gebilde von einem Gesichtspunkte aus in Angriff, welcher im wesentlichen durch die beiden folgenden Theoreme gekennzeichnet wird:

Theorem I. Ist

$$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \cdots$$

eine unendliche Reihe von Formen der n Veränderlichen $x_1, x_2, \ldots x_n$, so giebt es stets eine Zahl m von der Art, daß eine jede Form jener Reihe sich in die Gestalt

$$\varphi = \alpha_1 \varphi_1 + \alpha_2 \varphi_2 + \cdots + \alpha_m \varphi_m$$

bringen läßt, wo $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ geeignete Formen der n Veränderlichen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sind.

Die Ordnungen der einzelnen Formen der Reihe, sowie ihre Coëfficienten unterliegen keinerlei Beschränkungen. Denken wir uns die Coefficienten der vorgelegten Formen $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \ldots$ als Zahlen eines bestimmten Rationalitätsbereiches (resp. Integritätsbereiches), so gehören die Coëfficienten der Formen $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ dem nämlichen Bereiche an. Für das unäre, binäre und ternäre Formengebiet folgt die Richtigkeit unseres Satzes ohne Schwierigkeit und direkt.

Theorem II. Sind

$$\begin{array}{c} \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \cdots \\ \psi_1, \psi_2, \psi_3, \cdots \\ \cdots\cdots\cdots \\ \rho_1, \rho_2, \rho_3, \cdots \end{array}$$

r unendliche Reihen von Formen der n Veränderlichen $x_1, x_2, \ldots, x_n$, so giebt es stets eine Zahl m von der Art, daß für jeden Index k ein Gleichungssystem von der Gestalt

$$\begin{aligned} \varphi_k &= \alpha_1 \varphi_1 + \alpha_2 \varphi_2 + \cdots + \alpha_m \varphi_m, \\ \psi_k &= \alpha_1 \psi_1 + \alpha_2 \psi_2 + \cdots + \alpha_m \psi_m, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \rho_k &= \alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2 + \cdots + \alpha_m \rho_m \end{aligned}$$

erfüllt ist, wo $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ geeignete Formen der n Veränderlichen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sind.

Das Theorem II geht für $r = 1$ in Thorem I über. Zunächst beweisen wir das Theorem II für Formen von n Veränderlichen unter der Voraussetzung, daß Theorem I für dieselbe Zahl von Veränderlichen bereits als richtig erkannt ist. Der Einfachheit halber betrachten wir nur zwei Formenreihen

$$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \ldots$$
$$\psi_1, \psi_2, \psi_3, \ldots$$

Nach Theorem I läßt sich eine Zahl m_1 finden von der Art, daß für jeden Index k eine Gleichung von der Gestalt

$$\varphi_k = \alpha_{k1}\varphi_1 + \alpha_{k2}\varphi_2 + \cdots + \alpha_{km_1}\varphi_{m_1},$$

besteht. Bilden wir nun die Formen

$$\Psi_k = \psi_k - \alpha_{k1}\psi_1 - \alpha_{k2}\psi_2 - \cdots - \alpha_{km_1}\psi_{m_1},$$

so läßt sich wiederum für die Reihe:

$$\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \ldots$$

eine Zahl m angeben, so daß für jeden Index k

$$\Psi_k = A_1\Psi_1 + A_2\Psi_2 + \cdots A_m\Psi_m$$

gesetzt werden kann, wo $A_1, A_2, \ldots, A_m$, geeignete Formen sind. Man erkennt leicht, daß diese Zahl m zugleich eine solche ist, welche im Sinne des Theorems II den beiden ursprünglichen Formenreihen zugehört.

Die Richtigkeit des Theorems II für die Variablenzahl n zieht die Gültigkeit des Theorems I für die Variablenzahl $n+1$ nach sich. Um diese Behauptung einzusehen, sei

$$f_1, f_2, f_3, \ldots$$

eine Reihe von Formen mit den $n+1$ Veränderlichen $x_1, x_2, \ldots, x_{n+1}$; f_1 sei von der Ordnung r. Da eine lineare Transformation sämmtlicher Formen der Reihe freisteht, so darf vorausgesetzt werden, daß in der Form f_1 der Coëfficient von x_{n+1}^r einen von Null verschiedenen Wert besitzt. Einem einfachen Gedankengange folgend, setzen wir

$$g_k = f_{k+1} + a_k f_1 = \varphi_k + \psi_k x_{n+1} + \cdots + \rho_k x_{n+1}^{r-1}$$

wo die Formen a_k sämmtliche $n+1$ Veränderliche, dagegen die Formen $\varphi_k, \psi_k, \ldots, \rho_k$ nur noch die Veränderlichen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ enthalten dürfen. Wenden wir nun Theorem II auf die r unendlichen Formenreihen

$$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \ldots$$
$$\psi_1, \psi_2, \psi_3, \ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots$$
$$\rho_1, \rho_2, \rho_3, \ldots$$

an, so folgt daraus unmittelbar die Richtigkeit des Theorems I für die Formenreihe

$$g_1, g_2, g_3, \ldots$$

und es bedarf nur noch des Ueberganges von dieser Formenreihe zu der ursprünglichen Formenreihe $f_1, f_2, f_3, \ldots$

Die beiden Theoreme sind demnach ausnahmslos gültig, wie man auch die Formen der vorgelegten Reihen specialisiren mag. Man sieht zugleich, wie die wirkliche Berechnung der Zahl m ausführbar ist, sobald die zu untersuchenden Formenreihen durch ein gegebenes Gesetz festgelegt sind.

Das Theorem I führt zum Beweise eines Satzes, welcher für die Invariantentheorie in höheren Formengebieten von entsprechender Bedeutung ist, wie der bekannte Gordansche Fundamentalsatz für das binäre Formengebiet. Der Satz lautet:

Ist ein beliebiges System von Grundformen mit beliebig vielen Veränderlichen (und Reihen von Veränderlichen) vorgelegt, so giebt es für dasselbe stets eine *endliche* Zahl von ganzen und rationalen Invarianten (Combinanten, etc.), durch welche sich jede andere ganze und rationale Invariante in ganzer und rationaler Weise ausdrücken läßt.

Ordnen wir nämlich die Invarianten des Grundformensystems in eine unendliche Reihe

$$i_1, i_2, i_3, \ldots$$

indem wir successive die Invariannten ersten, zweiten, dritten, etc. Grades in den Coëfficienten der Grundformen construiren, so lehrt Theorem I, daß eine jede Invariante i sich durch eine endliche Zahl m derselben in der Gestalt

$$i = a_1 i_1 + a_2 i_2 + \cdots + a_m i_m$$

ausdrücken läßt, wo $a_1, a_2, \ldots, a_m$ ganze homogene Funktionen der Coëfficienten der Grundformen bedeuten.

Nehmen wir nun der kürzeren Ausdrucksweise wegen an, daß es sich nur um *binäre* Formen mit *einer* Variablenreihe handele und denken uns dieselben durch die lineare Substitution:

$$x_1 = \alpha_1 x_1' + \beta_1 x_2',$$
$$x_2 = \alpha_2 x_1' + \beta_2 x_2'$$

mit der Determinante

$$\rho = \alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1$$

transformirt, so geht die obige Gleichung über in

$$\rho^p i = \rho^{p_1} a_1' i_1 + \rho^{p_2} a_2' i_2 + \cdots + \rho^{p_m} a_m' i_m$$

wo p, p_1, p_2, ..., p_m bezüglich die Gewichte der Invarianten i, i_1, i_2, ..., i_m und a'_1, a'_2, ..., a'_m die entsprechenden Funktionen der transformirten Coëfficienten sind. Wenden wir auf diese Identität p mal das Differentiationssymbol

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial\alpha_1\partial\beta_2} - \frac{\partial}{\partial\alpha_2\partial\beta_1}$$

an, so wird

$$i = I_1 i_1 + I_2 i_2 + \cdots + I_m i_m,$$

wo I_1, I_2, ..., I_m Invarianten des Grundformensystems sind. Wir unterwerfen diese Invarianten derselben Behandlung, wie vorhin die Invariante i und erhalten dadurch schließlich eine ganze und rationale Darstellung der Invariante i mit Hülfe der m Invarianten i_1, i_2, ..., i_m.

Für das ternäre Formengebiet leistet das Differentiationssymbol

$$\Delta = \frac{\partial^3}{\partial\alpha_1\partial\beta_2\partial\gamma_3} - \frac{\partial^3}{\partial\alpha_1\partial\beta_3\partial\gamma_2} + \frac{\partial^3}{\partial\alpha_2\partial\beta_3\partial\gamma_1} - \frac{\partial^3}{\partial\alpha_2\partial\beta_1\partial\gamma_3} + \frac{\partial^3}{\partial\alpha_3\partial\beta_1\partial\gamma_2} - \frac{\partial^3}{\partial\alpha_3\partial\beta_2\partial\gamma_1}$$

den entsprechenden Dienst [1]) etc.

Aus den Theoremen I und II ergeben sich ohne Schwierigkeit die folgenden Theoreme:

Theorem III. Sind A, B, ..., H gegebene Formen der n Veränderlichen x_1, x_2, ... x_n, so existirt stets eine *endliche* Zahl m von Formensystemen mit denselben Veränderlichen

$$\begin{aligned} X &= X_1,\ X = X_2,\ \ldots,\ X = X_m \\ Y &= Y_1,\ Y = Y_2,\ \ldots,\ Y = Y_m \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ W &= W_1,\ W = W_2,\ \ldots,\ W = W_m \end{aligned}$$

welche die Gleichung

$$AX + BY + \cdots + HW = 0$$

identisch befriedigen und zugleich die Eigenschaft besitzen, daß jedes andere jener Gleichung genügende Formensystem in die Gestalt

$$\begin{aligned} X &= \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \cdots + \alpha_m X_m, \\ Y &= \alpha_1 Y_1 + \alpha_2 Y_2 + \cdots + \alpha_m Y_m, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ W &= \alpha_1 W_1 + \alpha_2 W_2 + \cdots + \alpha_m W_m \end{aligned}$$

1) Vergl. P. Gordan's Vorlesungen über Invariantentheorie Bd. II § 9 und F. Mertens: Ueber invariante Gebilde ternärer Formen. Sitzb. der kais. Akad. der Wiss. zu Wien. Bd. XCV.

gebracht werden kann, wo man unter $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ ebenfalls Formen der Veränderlichen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ zu verstehen hat [1]).

Die m Formensysteme bilden die vollständige Lösung der betrachteten Gleichung. Auch wenn *mehrere* Gleichungen von der in Rede stehenden Art gleichzeitig zu befriedigen sind, existirt stets ein volles Lösungssystem in dem entsprechenden Sinne.

Theorem IV. Sind $A, B, \ldots, H$ ganze rationale Funktionen der $p+q$ Veränderlichen $x_1, x_2, \ldots, x_p, u_1, u_2, \ldots, u_q$, so existirt eine *endliche* Anzahl m von Formen $U_1, U_2, \ldots, U_m$ der q Veränderlichen $u_1, u_2, \ldots, u_q$, welche sämmtlich Ausdrücken von der Gestalt

$$AX + BY + \cdots + HW$$

gleich sind und überdies die Eigenschaft besitzen, daß jede andere Form von derselben Eigenschaft durch die Formel

$$U = \alpha_1 U_1 + \alpha_2 U_2 + \cdots + \alpha_m U_m$$

gegeben wird. Dabei sind $X, Y, \ldots, W$ ganze rationale Funktionen der Variablen $x_1, x_2, \ldots x_p, u_1, u_2, \ldots, u_q$ und $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ Formen der q Veränderlichen $u_1, u_2, \ldots, u_q$.

Das Theorem IV führt zu einem allgemeinen Satze über algebraische Gebilde, welcher beispielsweise für das quaternäre Formengebiet folgende geometrische Deutung erhält:

Durch eine gegebene Raumcurve läßt sich eine *endliche* Zahl m von Flächen

$$\varphi_1 = 0, \varphi_2 = 0, \ldots, \varphi_m = 0$$

hindurchlegen derart, daß jede andere die Curve enthaltende Fläche sich durch die Gleichung

$$\alpha_1 \varphi_1 + \alpha_2 \varphi_2 + \cdots + \alpha_m \varphi_m = 0$$

darstellen läßt, wo unter $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$, quaternäre Formen zu verstehen sind [2]).

Wir wenden uns wiederum zur algebraischen Invariantentheorie und verstehen nach bekannter Ausdrucksweise unter einer irreduciblen Syzygie eine solche Relation zwischen den Invarianten des Grundformensystems, deren linke Seite nicht durch lineare Combination Syzygien niederer Ordnungen erhalten wird. Es gilt dann der Satz:

---

1) Dieser Satz ist von L. Kronecker in seinem Beweise für die Endlichkeit des Systems der ganzen algebraischen Größen einer Gattung bereits implicite zur Geltung gebracht; vergl. Crelle's Journal Bd. 92, pag. 16.

2) Vgl. betreffs der Fragestellung: G. Salmon, Analytische Geometrie des Raumes, II, 79.

Ein endliches System von Invarianten besitzt nur eine *endliche* Zahl von irreducibeln Syzygien.

Als Beispiel diene das volle Invariantensystem von drei binären quadratischen Formen, welches bekanntlich aus 7 Invarianten und 6 Covarianten besteht. Für dieses System giebt es genau 14 irreducible Syzygien.

Zwischen den Syzygien ihrerseits bestehen lineare Relationen, welche wiederum selber unter sich linear abhängig sein können etc. Was die Fortsetzung des hiedurch eingeleiteten Verfahrens anbetrifft, so genüge an dieser Stelle der Hinweis auf das unten behandelte Beispiel der Normcurve vierter Ordnung. Offenbar fallen die so entspringenden Fragen in den Wirkungskreis des Theorems III.

Was die Theorie der Ausartungen algebraischer Formen anbetrifft, so sprechen wir folgenden speziellen Satz aus:

Es giebt eine *endliche* Anzahl von ganzen Funktionen der Coëfficienten einer algebraischen Gleichung, welche verschwinden, sobald die Gleichung eine gewisse Zahl vielfacher Wurzeln erhält und aus welchen sich eine jede andere ganze Funktion von derselben Eigenschaft in linearer Weise zusammensetzen läßt.

Sollen beispielsweise alle homogenen Funktionen der 5 Coefficienten einer binären biquadratischen Form angegeben werden, welche verschwinden, sobald dieselbe ein volles Quadrat wird, so bedarf es dazu der 7 Coëfficienten $c_0, c_1, \ldots, c_6$, der Covariante 6ter Ordnung. Es läßt sich nämlich zeigen, daß jede Funktion von der verlangten Eigenschaft in die Gestalt

$$a_0 c_0 + a_1 c_1 + \cdots + a_6 c_6$$

gebracht werden kann, wo $a_0, a_1, \ldots, a_6$ homogene Funktionen der 5 Coëfficienten der Grunform sind.

Um im Sinne der oben dargelegten Principien ein sehr einfaches Beispiel wirklich durchzuführen, betrachten wir die Normcurve im vierdimensionalen Raume. Um dieselbe zu definiren, setzen wir die 5 homogenen Punktcoordinaten eines solchen Raumes gleich biquadratischen Formen an, etwa:

$$\begin{aligned} u_1 &= x_1^4, \\ u_2 &= x_1^3 x_2, \\ u_3 &= x_1^2 x_2^2, \\ u_4 &= x_1 x_2^3, \\ u_5 &= x_2^4. \end{aligned}$$

Die Diskussion dieses Gebildes ergiebt folgende Thatsachen:

Alle quinären Formen der Veränderlichen u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, welche nach Einführung der obigen Ausdrücke identisch für alle Werte von x_1, x_2 verschwinden, sind enthalten in dem Ausdruck

$$\alpha_1\varphi_1 + \alpha_2\varphi_2 + \cdots + \alpha_6\varphi_6,$$

wo

$$\begin{aligned}
\varphi_1 &= u_1u_3 - u_2^2,\\
\varphi_2 &= u_1u_4 - u_2u_3,\\
\varphi_3 &= u_1u_5 - u_2u_4,\\
\varphi_4 &= u_1u_5 - u_3^2,\\
\varphi_5 &= u_2u_5 - u_3u_4,\\
\varphi_6 &= u_3u_5 - u_4^2,
\end{aligned}$$

zu setzen ist und α_1, α_2, . . ., α_6 beliebige quinäre Formen sind. Zwischen den 6 angegebenen Formen bestehen folgende 8 Identitäten

$$\begin{aligned}
\psi_1 &\equiv u_3\varphi_1 - u_2\varphi_2 - u_1\varphi_3 + u_1\varphi_4 = 0,\\
\psi_2 &\equiv u_4\varphi_1 - u_3\varphi_2 - u_2\varphi_3 + u_2\varphi_4 = 0,\\
\psi_3 &\equiv u_5\varphi_1 - u_3\varphi_3 + u_2\varphi_5 = 0,\\
\psi_4 &\equiv u_3\varphi_2 - u_2\varphi_4 + u_1\varphi_5 = 0,\\
\psi_5 &\equiv u_4\varphi_2 - u_3\varphi_3 + u_1\varphi_6 = 0,\\
\psi_6 &\equiv u_5\varphi_2 - u_4\varphi_3 + u_2\varphi_6 = 0,\\
\psi_7 &\equiv u_4\varphi_3 - u_4\varphi_4 + u_3\varphi_5 - u_2\varphi_6 = 0,\\
\psi_8 &\equiv u_5\varphi_3 - u_3\varphi_4 + u_4\varphi_5 - u_3\varphi_6 = 0.
\end{aligned}$$

Alle anderen Identitäten zwischen den Formen φ_1, φ_2, . . ., φ_6 haben die Gestalt

$$\beta_1\psi_1 + \beta_2\psi_2 + \cdots + \beta_8\psi_8 = 0,$$

wo β_1, β_2, . . ., β_8 irgendwelche quinäre Formen sind. Die 8 angegebenen Identitäten sind wiederum durch folgende 3 Relationen verbunden

$$\begin{aligned}
u_4\psi_1 - u_3\phi_2 - u_3\psi_4 + u_2\psi_5 + u_1\psi_7 &= 0,\\
u_5\phi_1 - u_3\psi_3 - u_4\psi_4 + u_3\psi_5 + u_2\psi_6 + u_2\phi_7 + u_1\psi_8 &= 0,\\
u_5\psi_2 - u_4\psi_3 + u_3\psi_6 + u_2\psi_8 &= 0.
\end{aligned}$$

Dieselben sind identisch erfüllt, wenn man für ψ_1, ψ_2, . . ., ψ_8 die obigen Ausdrücke einsetzt. Jede andere Relation zwischen den Ausdrücken ψ_1, ψ_2, . . ., ψ_8 läßt sich aus den 3 angegebenen in linearer Weise zusammensetzen und zwischen den linken Seiten der letzteren findet keine weitere Identität mehr statt.

Berechnet man aus diesen Thatsachen die Zahl der Flächen $n$ter Ordnung, welche jene Normcurve enthalten, so ergiebt sich der Wert

$$6.\ \frac{n-1\cdot n\cdot n+1\cdot n+2}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}-8.\ \frac{n-2\cdot n-1\cdot n\cdot n+1}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}+$$

$$+3.\ \frac{n-3\cdot n-2\cdot n-1\cdot n}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}=\frac{n+1\cdot n+2\cdot n+3\cdot n+4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}-(4n+1);$$

d. h. es sind $4n+1$ Bedingungen erforderlich, damit eine Fläche $n$ter Ordnung des vierdimensionalen Raumes die Normcurve enthält. Dieses Ergebniß entspricht in der That der bekannten Geschlechtszahl Null unserer Curve.

Zur Weiterentwickelung der angeregten Fragen bedarf es der Verallgemeinerung des Noether schen Fundamentalsatzes[1]) für Räume von beliebiger Dimension sowie einer eingehenden Untersuchung aller hierbei in Betracht kommenden Ausnahmefälle. An gegenwärtiger Stelle soll jedoch der Weg nicht näher bezeichnewerden, welcher dem Verfasser zur Erreichung jenes Zieles geeigi net erscheint.

Aus dem Noether schen Theoreme lassen sich Folgerungen ziehen, welche vollkommen im Rahmen der oben entwickelten Gedankenreihe bleiben und insbesondere zu den eingangs erörterten Theoremen in naher Beziehung stehen. Das einfachste Beispiel dieser Art ist der Satz:

Bedeuten φ, ψ, χ drei ternäre Formen der $n$ten Ordnung mit nicht verschwindender Resultante, so ist jede ternäre Form f von der Ordnung $m \geqq 3n-2$ in der Gestalt:

$$f = \alpha\varphi+\beta\psi+\gamma\chi$$

darstellbar, wo α, β, γ ebenfalls ternäre Formen sind.

Ostseebad Rauschen, den 6. September 1888.

---

1) Vergl. M. Noether, Mathematische Annalen Bd. VI und XXX, sowie A. Voss, Mathematische Annalen Bd. XXVII und L. Stickelberger, Mathematische Annalen Bd. XXX.

ROYAL COLLEGE OF SURGEONS OF ENGLAND
22 JAN

Bei der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

August, September, October 1888.

Sitzungsberichte der Kön. Preuß. Akademie der Wissenschaften. 1888. XXXV, XXXVI, XXXVII.
Politische Correspondenz Friedrich d. Großen. Band 16. 1888.
Acta mathematica. XI, 4. 1888.
Ueber Karyokinese und ihre Beziehungen zu den Befruchtungsvorgängen von W. Waldeyer. Bonn 1888.
Jahresbericht des Direktors des Kön. Geodätischen Instituts für April 1887 bis April 1888. Berlin 1888.
Berichte aus dem physiologischen Laboratorium und der Versuchsanstalt des landwirthsch. Instituts zu Halle. Heft 1—7. Dresden 1872—1887.
Societatum litterae. 1888 Juli. 2. Jahrg. N. 7. Frankfurt a. O.
Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Band XVII. Jahrg. 1885. Heft 3. Berlin 1888.
Mitteilungen des Vereins für Geschichte der Stadt Meißen d. 2. Bandes 2. Heft. Meißen 1888.
65. Jahresbericht der schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur. Jahr 1887. Breslau 1888.
Neues Lausitzisches Magazin. Band 64. Heft 1. Görlitz 1888.
Leopoldina. Heft XXIV. 13—14, 15—16, 17—18. Halle 1888.
Zeitschrift der deutschen Morgenländischen Gesellschaft. Band 42. Heft 2. Leipzig 1888.
Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Classe der K. B. Akademie der Wissensch. zu München 1888. Heft II. München 1888.
Schriften der physikalisch-ökonomischen Gesellschaft zu Königsberg i. Pr. Jahrgang 28. 1887. Königsberg 1888.
Kurzes Verzeichniß der Originalaufnahmen von Goethes Bildniß v. Fr. Zarncke. D. XI. Bandes der Abhandl. der philologisch-historischen Classe d. K. S. Gesellsch. d. W. N. 1. Leipzig 1888.
Schriften überreicht von Prof Blasius in Braunschweig.
a. Beiträge zur Kenntniß der Vogelfauna von Celebes.
b. Vögel von Palawan.
c. Lebensbeschreibungen Braunschweigischer Naturforscher und Naturfreunde. Braunschweig 1887.
d. Einzeldrucke von Nekrologen. Friedr. Reck, Gottlieb Braun, Biber, Theod. Hartig, H. v. Heinemann.
Abhandlungen der K. Akademie d. Wissenschaften zu Berlin 1887. Berlin 1888.
Meteorologische Zeitschrift. Jahrg. V. Heft 8, 9, 10. 1888. Berlin 1888.
Ungarische Revue 1888. Heft VII. VIII, Jahrg. 8. Budapest 1888.
Mittheilungen des historischen Vereins für Steiermark. Heft XXXVI. Graz 1888.
Mittheilungen des Vereins für Geschichte der Deutschen in Böhmen. Jahrg. XXVI. Heft 1, 2, 3, 4. Prag 1887 u. 1888.
a. Jahrbuch der K. K. Geologischen Reichsanstalt. Jahrg. 1888. Band XXXVIII Heft 1 u. 2. Wien 1888.
b. Verhandl. der K. K. geologischen Reichsanstalt. N. 11, 12. 1888.

(Fortsetzung folgt.)

Inhalt von No. 16.

Fritz Bechtel, kleine Aufsätze zur Grammatik und Etymologie der indogermanischen Sprachen. — *Friedrich Wieseler*, archäologische Mittheilungen. — *Julius Hoffory*, der germanische Himmelsgott. — *H. Henking*, über die Bildung von Richtungskörpern in den Eiern der Insecten und deren Schicksal. — *David Hilbert*, zur Theorie der algebraischen Gebilde. — Eingegangene Druckschriften.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).

ROYAL COLLEGE OF SURGEONS OF ENGLAND LIBRARY

Nachrichten

von der

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften

und der

Georg-Augusts-Universität

zu Göttingen.

19. December. **№ 17.** 1888.

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Oeffentliche Sitzung vom 1. December.

Jahresbericht des Sekretärs.

Vortrag von Riecke zum Gedächtniß von Rudolf Clausius. (Erscheint im 35. Band der Abhandlungen).

Schwarz legt zwei Mittheilungen vor: a. von Herrn Prof. Weingarten in Berlin (Corresp.): „Ueber eine zwischen der Theorie der Minimalflächen und gewissen Flüssigkeitsbewegungen bestehende Beziehung". b. von Herrn Prof. Jul. Petersen in Kopenhagen: „Ueber die Zurückführung mehrfach zusammenhängender Riemannscher Flächen auf einfach zusammenhängende".

Klein legt einen Aufsatz von Herrn Professor Sturm in Münster i/W. „Ueber die Zahl und Lage der singulären Punkte bei den Strahlencongruenzen zweiter Ordnung" vor.

Ehlers legt: a. einen Aufsatz von Herrn Dr. Brock vor: „Ueber das sogenannte Verrillsche Organ der Cephalopoden" und b. einen Aufsatz von Herrn Otto Bürger: „Beiträge zur Kenntniß des Nervensystems der Nemertinen".

Liebisch legt eine Arbeit des Herrn Dr. A. Schönflies vor: „Beitrag zur Theorie der Crystallstructur".

Bericht des Beständigen Sekretärs der Königl. Ges. d. Wiss. über das Jahr 1888.

Der Bestimmung der Statuten gemäß berichtet der Sekretär über das, was während des abgelaufenen Jahres in der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften geleistet wurde oder geschah.

Sie ist heute zum 10. male versammelt. In den neun vorangegangenen Sitzungen wurden zunächst mündlich oder schriftlich folgende wissenschaftliche Mittheilungen gemacht:

Am 7. Januar. de Lagarde: Wie man hebräisch versteht,

eine Vergleichung der verschiedenen Uebersetzungen des Fragmententargums.

Frensdorff: Beiträge zu den deutschen Rechtsbüchern und ihrer Geschichte. I.

von Koenen: Bericht über den gegenwärtigen Stand der geologischen Aufnahme der Umgebung von Göttingen.

Weiland theilt Nachrichten mit, welche Herr Dr. Donabaum, vom Istituto austriaco in Rom, über Handschriften der Vaticana, die angeblich Eberhard Windecks Sigismund enthalten sollten, gegeben hat.

Kielhorn legt das Gedicht des Herrn Dr. Bhandarkar in Buna, durch welches er die Universität an ihrem Jubiläum begrüßt hatte, mit seiner Uebersetzung aus dem Sanskrit ins Deutsche vor. Zugleich giebt er ein Verzeichniß der von Dr. Bhandarkar und ihm selbst der K. Bibliothek geschenkten Sanskrithandschriften.

Victor Meyer legt einen Aufsatz von sich und Herrn Heinrich Biltz vor: Ueber Siedepunkt und Molekulargröße des Zinnchlorürs und über gleichzeitige Dampfdichte und Temperaturbestimmungen.

Am 4. Februar. De Lagarde, Erläuterungen zu Agathangelos und den Akten Gregors von Armenien. (Für die Abhandlungen).

Kielhorn: The initial point of the Chêdi Era.

Riecke legt eine Abhandlung von Herrn Dr. Hugo Meyer vor: Zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit leitender fester Körper nach absolutem calorimetrischem Maaße.

Am 3. März. Klein legt vor: 1. einen Aufsatz von Herrn Prof. Frobenius in Zürich, Korrespondenten d. Gesellschaft: Ueber das Verschwinden der geraden Thetafunctionen.

2. einen von Herrn Prof. Franz Meyer in Tübingen: Ueber Discriminanten und Resultanten von Singularitätengleichungen.

3. einen von Herrn H. Maschke in Berlin: Ueber eine quaternäre Gruppe von 51840 linearen Substitutionen, welche die ternäre Hesse'sche Gruppe als Untergruppe enthält.

Wieseler kündigt einen Aufsatz: „Die bildlichen Darstellungen des jugendlichen und unbärtigen Asklepios“ an.

Victor Meyer legt einen Aufsatz vor: Karl Auwers und Victor Meyer „Untersuchungen über die zweite van t'Hoffsche Hypothese“.

Liebisch legt einen Aufsatz vor: Ueber eine Vorrichtung zur Beobachtung der äußeren konischen Refraction unter dem Mikroskop.

Sauppe trägt Bemerkungen zu einer vor kurzem gefundenen attischen Inschrift vor.

Ehlers theilt eine Abhandlung von Herrn Privatdocenten Dr. O. Hamann mit: Vorläufige Mittheilungen zur Morphologie der Crinoiden.

Am 5. Mai. Klein legt 1. einen Aufsatz von Herrn Prof. Dr. Rodenberg in Hannover vor: „Ueber die während der Bewegung projektiv veränderlicher und starrer Systeme beschriebenen Curven und Flächen".

2. einen eigenen: Ueber irrationale Covarianten.

Schwarz zeigt einige neu angefertigte Modelle vor, welche auf die Lehre von den confokalen Flächen zweiten Grades Bezug haben.

Wieseler kündigt eine Abhandlung: „Archäologische Beiträge. II." an.

De Lagarde legt 1. einen Aufsatz von Herrn Prof. Cornill in Königsberg vor: „Bietet der Codex Vaticanus B uns den Bibeltext in der Recension des Origenes?"

2. spricht er über die unter seiner Leitung neu geschnittenen syrischen Typen des Herrn Drugulin in Leipzig.

Riecke legt einen Aufsatz von Herrn Dr. Hallwachs in Darmstadt vor „über die Elektrisierung von Metallplatten durch Bestrahlung mit elektrischem Licht".

Liebisch legt zwei Aufsätze vor, 1. Ueber das Minimum der Ablenkung durch Prismen optisch zweiaxiger Krystalle.

2. Ueber Absorptionsbüschel pleochroitischer Krystalle.

Sauppe legt einen Aufsatz des Korrespondenten der Gesellschaft, Herrn Prof. Dr. Warburg in Freiburg i/Br. und des Herrn Tegetmeier vor: „Ueber die elektrolytische Leitung des Bergkrystalls".

Am 2. Juni. Schwarz legt eine Abhandlung des Herrn Dr. A. Schönflies „über reguläre Gebietstheilungen des Raumes" vor und zeigt eine größere Zahl von Modellen, welche Herr Dr. A. Schönflies angefertigt hat. Sie beziehn sich zum Theil auf diese Abhandlung, zum Theil auf die Theorie der Bewegungsgruppen.

Klein legt eine Abhandlung unseres Korrespondenten, Prof. Schröter in Breslau, vor: „Ueber lineare Construktionen zur Herstellung der Configurationen n_3". (Aus brieflichen Mittheilungen an Herrn A. Schönflies).

von Koenen macht eine kurze Mittheilung: „Ueber neuere Aufschlüsse im Diluvium bei Göttingen".

Am 14. Juli. Voigt legt drei Abhandlungen vor: 1. eine eigene „Bestimmung der Elasticitätsconstanten von Flußspath und Pyrit".

2. von Herrn Paul Drude: „Ueber Oberflächenschichten".

3. von Herrn O. Venske: „Zur Theorie des Hall'schen Phänomens".

Am 4. August. Schwarz legt ein von Herrn Hjalmar Tallquist, Studiosus der Mathematik auf der Universität Helsingfors, angefertigtes Gypsmodell einer Minimalfläche vor, welche durch die Eigenschaft ausgezeichnet ist, eine Schaar reeller Parabeln zu enthalten, deren Ebenen mit einer festen Ebene des Raumes einen constanten Winkel einschließen. Durch die auf diesem Modell dargestellten Curven wird die Eigenschaft der erwähnten Minimalfläche veranschaulicht, daß dieselbe durch die auf ihr liegenden Parabeln und deren orthogonale Trajectorien in unendlich kleine Quadrate getheilt werden kann.

Riecke giebt „Beiträge zur Hydrodynamik".

Voigt legt einen Aufsatz vor: „Bestimmung der Elasticitätsconstanten von Steinsalz und Sylvin".

Wieseler legt einen Nachtrag zu dem Aufsatz über die bildlichen Darstellungen des jugendlichen und unbärtigen Aesculap vor.

von Könen theilt einige Bemerkungen mit „über das Resultat des I. Theils einer Monographie des norddeutschen Oligo".

Am 3. November. Wieseler legt „Archäologische Mittheilungen" vor.

De Lagarde kündigt an: „Drei Kapitel aus einer vergleichenden Grammatik semitischer Sprachen: I. Uebersicht über die im Aramäischen, Arabischen und Hebräischen übliche Bildung des Nomen. II. Uebersicht über die semitische Conjugation. III. Ueber die Entstehung der in den semitischen Sprachen vorkommenden Wurzeln zweiter und dritter Bildung".

Sauppe legt vor: 1. von Herrn Professor Bechtel: „Kleine Aufsätze zur Grammatik und Etymologie der indogermanischen Sprachen".

2. von Herrn Prof. Hoffory in Berlin: „Der germanische Himmelsgott".

Ehlers legt einen Aufsatz von Herrn Dr. Henking vor: „Ueber die Bildung von Richtungskörpern in den Eiern der Insekten und deren Schicksal".

von Könen legt die geologische Karte, Blatt Waake und Göttingen, vor.

Voigt legt eine Abhandlung vor: „Adiabatische Elasticitätsconstanten".

Klein legt einen Aufsatz von Herrn Dr. Hilbert in Königsberg i/Pr. vor: „Zur Theorie der algebraischen Gebilde".

Diese Mittheilungen sind, wenn nicht bei einzelnen etwas Anderes bemerkt ist, in den Nachrichten gedruckt oder werden es in den nächsten Nummern. Bis jetzt sind dies Jahr 15 Nummern gedruckt, die 398 Seiten enthalten.

Von anderen Gegenständen, welche die Gesellschaft in ihren Versammlungen beschäftigten, seien zuerst die Glückwünsche erwähnt, die wir beschlosssen.

Am 27. April feierte Herr Geheimer Rath Heinrich von Sybel in Berlin sein fünfzigjähriges Doktorjubiläum, der seit 1863 als Korrespondent, seit 1871 als auswärtiges Mitglied der Gesellschaft angehörte. Wir sprachen ihm unsere freudige Theilnahme und die aufrichtigsten, wärmsten Wünsche für eine noch lange Dauer seiner wissenschaftlichen Thätigkeit aus.

Der Finnländischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Helsingfors, die uns zur Feier ihres fünfzigjährigen Bestehens eingeladen hatte, gab ein Telegramm an Herrn Staatsrath Lindelöf daselbst unsere besten Wünsche für eine fernere gesegnete Wirksamkeit kund.

Unserem verehrten Kollegen Wüstenfeld, der am 1. Juni 1838 als Sekretär an der Königl. Universitätsbibliothek in den Staatsdienst eingetreten war, überbrachte eine Deputation, die aus dem zeitigen Direktor Herrn Schering und dem Sekretär bestand, die herzlichsten Glückwünsche und Wünsche der Gesellschaft.

Zu der großartigen Feier, mit welcher die Universität Bologna ihr achthundertjähriges Bestehn am 11. 12. und 13. Mai zu begehn gedachte, hatte sie auch an uns eine Einladung gesandt. Herr de Lagarde übernahm es uns bei der Feier zu vertreten und eine lateinische Adresse von uns zu überreichen. Die für die Reise nöthigen Mittel hatte auf unser Gesuch das Königl. Cultusministerium gewährt.

Endlich ließ die Gesellschaft Herrn Geh. Hofrath Hermann Kopp in Heidelberg, der am 1. September sein 50j. Doktorjubiläum feierte, den lebhaften und herzlichen Ausdruck der Gefühle, mit denen sie sich an seinem Feste betheilige, in einer Adresse zugehn.

Ferner nahm die Preisaufgabe, welche 1882 zum erstenmal gestellt und als der im J. 1885 eingegangenen Abhandlung mit dem Motto: „Selten thun wir uns selbst genug. Goethe“ der Preis nicht zuerkannt werden konnte, damals für dies Jahr 1888 wiederholt worden war, unsere Thätigkeit in Anspruch. Die Aufgabe war:

„Daß die von Eisenstein angefangene Untersuchung über den Zusammenhang der quadratischen Zerfällung der Primzahlen mit gewissen Congruenzen für die Fälle, in welchen die von Cauchy und Jacobi angewandten Principien nicht mehr ausreichen, fortgesetzt und, soweit möglich, zu Ende geführt werde.“

Zur Bewerbung um den Preis sind zwei Abhandlungen eingegangen. Das Urtheil über dieselben, das nach dem Antrag der Mathematischen Klasse von der Gesellschaft einstimmig genehmigt worden ist, lautet:

Die eine Abhandlung unter der Ueberschrift:

„Zur Theorie der Eisensteinschen Summen mit Anwendung auf die Lehre von den quadratischen Formen“

und mit dem Spruche: „Ceterum etsi problema in hoc articulo solutum satis intricatum sit — —“ Gauß disquisit. arithm. art. 358. im September dieses Jahres eingereicht, enthält einige Erweiterungen der von dem Verfasser, wie er selbst in der Abhandlung erklärt, im J. 1885 unter ähnlichem Titel mit dem Spruche: „Selten thun wir uns selbst genug. Goethe“ vorgelegten Schrift.

Jetzt werden von dem Verfasser auch unmittelbare Bestimmungen für die Darstellungen einiger neuer Klassen von Primzahlpotenzen durch quadratische Hauptformen erreicht.

Die K. G. d. W. bedauert aber, daß der Umfang der von dem Verfasser erlangten Erfolge nicht ein so erheblicher für die Lösung der gestellten Aufgabe ist, um dieser Abhandlung den Preis zuerkennen zu können.

Außer dieser Abhandlung ist nur noch eine andere und zwar unter der Ueberschrift:

„Die Theorie der quadratischen Zerfällung der Primzahlen“

und mit dem Spruche

„Suscipere et finire“

eingegangen.

Diese schon im August angekommene Schrift mit einem späteren Nachtrage bietet für die Wissenschaft nicht hinreichend zu verwerthenden Inhalt, um dieser Abhandlung den Preis zusprechen zu können.

2. Für das Jahr 1889 hat die Historisch-philologische Klasse folgende Aufgabe gestellt:

„In der Erwägung, daß es den einzelnen Forschern zur Zeit unmöglich fällt einen vollständigen Ueberblick über die arabische Literatur zu erwerben, da zur Verbuchung des uns zugänglichen Bestandes derselben eine nicht unerhebliche, geflissentliche Arbeit erfordert wird, in der weiteren Erwägung, daß einen Ueberblick

über das zum Studium des Arabischen vorhandene Material zu besitzen für jeden Semitisten nothwendig ist, verlangt die Königl. Gesellschaft der Wissenschaften

eine von den Anfängen anhebende, bis zu der Zeit, in der die Türken Aegypten eroberten, fortgeführte Uebersicht über Alles, was die Araber und die arabisch schreibenden Angehörigen der islamischen und christlichen Reiche auf dem Gebiete der Literatur geleistet haben. Der Ausdruck Literatur wird hier im weitesten Sinne gebraucht, dessen er fähig ist.

Es bleibt den Bewerbern überlassen, welche Ordnung sie ihrem Berichte geben wollen. Derselbe darf chronologisch oder geographisch gegliedert sein, er darf auch sich nach den Mittelpunkten theilen, um welche die litterarische Bewegung kreist.

Verlangt wird:

I. daß die Nationalität der arabisch schreibenden Schriftsteller thunlichst genau angegeben werde: es ist noch lange nicht bekannt genug, daß die bedeutendsten dieser Schriftsteller nicht Araber, ja nicht einmal Semiten gewesen sind:

II. daß eine, soweit die gedruckten Kataloge eine solche ermöglichen, vollständige Verweisung auf die von jedem einzelnen arabischen Werke uns zur Verfügung stehenden Handschriften der Besprechung der Documente beigefügt, und daß überall auf die einschlagenden Artikel der Zeitschriften hingewiesen werde:

III. daß man sich für Zeitangaben ausschließlich der christlichen Zeitrechnung bediene: die Königl. Gesellschaft der Wissenschaften würde jede nach den Jahren der Flucht rechnende Bewerbungsschrift a limine abweisen.

Der Preisträger verpflichtet sich durch die Annahme des Preises, dem Drucke seiner Arbeit ausführliche Register beizugeben, die der Handschrift beizufügen unthunlich sein würde. Ueber die Art, wie diese Register anzulegen sind, wird die Königl. Gesellschaft der Wissenschaften seiner Zeit auf Wunsch gern ihre Ansicht mittheilen."

3. Für 1890 lautet die Aufgabe der Physikalischen Klasse:

„Es ist allgemein bekannt und anerkannt, daß dichte oder krystallinische Kalke, zumal des Mittel-Devon, allerlei Umwandlungen erlitten haben, sei es durch Veränderung ihrer Structur, sei es durch Stoffaustausch u. s. w.

Die mechanischen und chemischen Vorgänge, welche hierbei mitwirken, sind jedoch durchaus nicht genügend bekannt.

Es wird daher gewünscht, daß diese Umwandlungen mit Hülfe

chemischer und mikroskopischer Untersuchungen verfolgt und erklärt werden möchten.“

4. Für 1891 stellt die Gesellschaft nach dem Vorschlag der Mathematischen Klasse die neue Aufgabe:

Die Aufgabe der conformen Abbildung eines ebenen Bereiches auf ein Stück einer krummen Fläche, deren Krümmungsmaß überall den constanten Werth k besitzt, hängt zusammen mit der Aufgabe, die partielle Differentialgleichung

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -2k \cdot e^u$$

vorgeschriebenen Grenz- und Unstetigkeitsbedingungen gemäß zu integriren.

Für diese Aufgabe kommen zunächst die von Riemann in seiner Theorie der Abelschen Functionen angegebenen Grenz- und Unstetigkeitsbedingungen in Betracht.

Die Königliche Gesellschaft wünscht die Frage, ob es möglich ist, die angegebene partielle Differentialgleichung für einen gegebenen Bereich unter vorgeschriebenen Grenz- und Unstetigkeitsbedingungen der angegebenen Art zu integriren, vorausgesetzt, daß der Constanten k negative Werthe beigelegt werden, vollständig beantwortet zu sehen.

Insbesondere wünscht die Königliche Gesellschaft den Fall der angeführten Aufgabe behandelt zu sehen, in welchem der betrachtete ebene Bereich eine geschlossene mehrfach zusammenhängende Riemannsche Fläche ist, während die Function u keine anderen als logarithmische Unstetigkeiten annehmen soll.

Die zur Bewerbung um einen der vorstehenden Preise bestimmten Schriften müssen mit einem Spruch versehen vor Ablauf des September des bestimmten Jahres an die Königliche Gesellschaft der Wissenschaften portofrei eingesandt werden und von einem versiegelten Zettel begleitet sein, welcher Namen und Wohnort des Verfassers angiebt und außen mit dem Spruche, der die Arbeit bezeichnet, versehen ist.

Der für jede dieser Aufgaben ausgesetzte Preis beträgt 500 Mk.

5. Die von der Wedekindschen Preisstiftung für deutsche Geschichte für den am 14. März 1886 begonnenen fünften Verwaltungszeitraum gestellten Aufgaben sind in den Nachrichten 1887 S. 69 ff. bekannt gemacht und 1888 S. 134 ff. wiederholt worden.

Das Direktorium der Gesellschaft ist am 1. Oktober von Herrn Schering auf Herrn Wüstenfeld übergegangen.

Im Laufe des Jahres wurden der Gesellschaft folgende auswärtige Mitglieder und Korrespondenten durch den Tod entrissen:

I. Von der Historisch-philologischen Klasse:

Lebrecht Fleischer, Prof. d. arabischen Sprache in Leipzig, auswärtiges Mitglied seit 1875, starb am 10. Februar, und

Hermann Bonitz, Geheimer Oberregierungsrath in Berlin, Korrespondent seit 1865, starb am 25. Juli.

II. Von der Physikalischen Klasse:

Anton de Bary, Professor der Botanik in Straßburg i/Els., Korrespondent seit 1872, auswärtiges Mitglied seit 1885, starb am 19. Januar.

Gustav vom Rath, Prof. der Paläontologie in Bonn, Korrespondent seit 1880, auswärtiges Mitglied seit 1882, starb am 23. April.

Asa Gray, Professor der Botanik in Cambridge, V. St. von N. A., Korrespondent seit 1868.

III. Von der Mathematischen Klasse:

Rudolf Julius Emmanuel Clausius, Professor der Physik in Bonn, Korrespondent seit 1866, auswärtiges Mitglied seit 1877, starb am 24. August.

Erik Edlund, Professor der Physik in Stockholm, Korrespondent seit 1866, starb am 19. August.

Außerdem hatten wir den Verlust eines ordentlichen Mitgliedes zu beklagen: Herr Hermann Graf zu Solms-Laubach folgte zu Michaelis einem Rufe an die Universität in Straßburg i/Els.

Gewählt wurde im Laufe des Jahres (3. März) zum auswärtigen Mitglied der Physikalischen Klasse

Karl Klein, Professor in Berlin, früher hier ordentliches Mitglied von 1877—1887.

Dann am 3. November wurden ernannt

I. In der Historisch-philologischen Klasse:

1. zu auswärtigen Mitgliedern

Wilhelm Roscher in Leipzig,

M. J. de Goeje in Leiden;

2. zu Korrespondenten:
Wilhelm Pertsch in Gotha,
Otto Ribbeck in Leipzig,
Adolf Erman in Berlin;

II. In der Physikalischen Klasse
zum auswärtigen Mitglied:
Hermann Graf zu Solms-Laubach in Straßburg i/E.

III. In der Mathematischen Klasse:
1. zum auswärtigen Mitglied
Gustav Wiedemann in Leipzig;
2. zu Korrespondenten:
Simon Newcomb in Washington,
Alexander Brill in Tübingen,
Heinrich Hertz in Carlsruhe;

und am 24. November
Hermann Vöchting in Tübingen
und
Eugen Warming in Kopenhagen.

Ueber die Zahl und Lage der singulären Punkte bei den Strahlencongruenzen zweiter Ordnung.

Von

R. Sturm in Münster i/W.

Vorgelegt von Klein.

1. In seiner berühmten Abhandlung über die algebraischen Strahlensysteme, insbesondere über die der ersten und zweiten Ordnung[1]) hat Herr Kummer für die Strahlencongruenzen zweiter Ordnung ohne Brenncurve in den Sätzen XXIX und XXX (in § 6) folgende Beziehungen zwischen den Anzahlen der singulären Punkte gefunden:

$$\Sigma \alpha_m m^3 = (n+2)^3(n-1),\ \Sigma \alpha_m m^3(m-1) = (n+1)(n^3-4);$$

darin bedeutet n die Klasse der Congruenz (welche Herr Kummer selbst mit $n+1$ bezeichnet) und α_m ist die Anzahl der singulären Punkte m^{ten} Grades S_m, von denen ein Kegel (S_m) m^{ter} Ordnung an die Congruenz kommt; die Summe ist von $m = 1$ bis $m = n-1$ auszudehnen.

1) Abhandlungen der Berliner Akademie für 1866.

Aus diesen beiden Formeln folgt:

$$\Sigma \alpha_m m^2 = 2n(n+2).$$

Zum Beweise seiner Formeln benutzt Herr Kummer die Regelfläche, welche durch die einen Strahl der Congruenz treffenden andern Congruenzstrahlen erzeugt wird, sowie deren Doppelcurve; man kann auch als Leitgerade der Regelfläche eine beliebige Gerade nehmen.

Ueberlegungen ähnlicher Art, bei denen aber auch noch die Brennfläche benutzt wird, auf der nach Satz XXXI des Herrn Kummer jeder singuläre Punkt der Congruenz ein Doppelpunkt ist, führen zu den beiden weiteren Formeln:

$$\Sigma \alpha_m m = 4(n+2), \quad \Sigma \alpha_m = 18 - n.$$

Beide sind vielleicht unter den andern Sätzen gemeint, von denen Herr Kummer auf S. 56 spricht. Beide habe ich vor einiger Zeit empirisch gefunden; die erstere, sowie auch die Formeln für $\Sigma \alpha_m m^3$ und $\Sigma \alpha_m m^2$ hat Herr Masoni[1]) auf andere Weise abgeleitet. Die letztere ist gewiß allen Geometern thatsächlich bekannt. Ich behalte mir vor, meine Beweise für diese, so wie die weiter unten mitgetheilten Formeln (8), (9) in einer späteren ausführlicheren Schrift zu veröffentlichen.

Wir haben also die 4 Formeln von symmetrischer Gestalt:

$$\Sigma \alpha_m = 18 - n, \tag{1}$$

$$\Sigma \alpha_m m = 4(n+2), \tag{2}$$

$$\Sigma \alpha_m m^2 = 2n(n+2), \tag{3}$$

$$\Sigma \alpha_m m^3 = (n+2)^2(n-1). \tag{4}$$

Zur Berechnung sind aber folgende vier geeigneter, von denen die 3 letzten durch allmähliche Elimination von α_1, α_2, α_3 sich ergeben:

$$\Sigma \alpha_m = 18 - n, \tag{1}$$

$$\Sigma \alpha_m (m-1) = 5(n-2), \tag{5}$$

$$\tfrac{1}{2}\Sigma \alpha_m (m-1)(m-2) = (n-2)(n-3), \tag{6}$$

$$\tfrac{1}{6}\Sigma \alpha_m (m-1)(m-2)(m-3) = \tfrac{1}{6}(n-2)(n-3)(n-4). \tag{7}$$

Man ersieht sofort, daß für $n = 2, 3, 4$ die drei, die beiden letzten, die letzte identisch erfüllt werden und wir demnach gerade so viele Gleichungen haben, wie Unbekannte. Aber das ist durchweg der Fall.

2. Wir nehmen also $n > 4$ an und setzen zunächst voraus,

1) Napoli Rendiconti, Bd. 22, S. 145; vergl. Jahrb. über die Fortschritte der Mathematik Bd. 16, S. 724.

daß die Congruenz einen S_{n-1} habe, also $\alpha_{n-1} > 0$; dann wird in (7) das letzte Glied der Summe $\frac{1}{6}\alpha_{n-1}(n-2)(n-3)(n-4)$; die Gleichung wird deshalb, da ja alle $\alpha \geqq 0$ sein müssen, nur durch:

$$\alpha_4 = \alpha_5 = \cdots = \alpha_{n-2} = 0, \quad \alpha_{n-1} = 1$$

befriedigt.

Wenn also eine Congruenz 2. Ordnung n^{ter} Klasse $(n > 4)$ oder kurz $(2, n)$ (welche keine Brenncurve hat, was wir jedoch im Folgenden stets voraussetzen und nicht mehr erwähnen werden) einen singulären Punkt $(n-1)^{\text{ten}}$ Grades hat, so ist er der einzige dieses Grades und singuläre Punkte 4^{ten}, 5^{ten} bis $(n-2)^{\text{ten}}$ Grades sind nicht vorhanden.

Vermittelst dieser Werthe für α_4 u. s. f. liefern dann die Formeln (6), (5), (1) bez.

$$\alpha_3 = \tfrac{1}{2}(n-2)(n-3), \quad \alpha_2 = (n-2)(7-n), \quad \alpha_1 = \tfrac{1}{2}(7-n)(8-n).$$

Im genannten Falle ist also die Zahl der S_3 ebenso groß wie die der Doppelstrahlen der Congruenz; bekanntlich verbinden diese auch die S_3 mit dem S_{n-1}, die Zahlen der S_2, bez. S_1 sind $(n-2)(7-n)$, bez. $\frac{1}{2}(7-n)(8-n)$.

Die Formel für α_2 zeigt, daß n nicht über 7 wachsen darf, freilich zunächst nur für den jetzt angenommenen Fall.

Die 3 gewonnenen Resultate gelten aber auch für $n = 2, 3, 4$, wofern wir nur einen der S_1 oder S_2 oder S_3 nicht als S_1 u. s. f., sondern als S_{n-1} ansehen.

Durch ähnliche Ueberlegungen, wie die, durch welche Herr Kummer seinen Satz XXXIII in § 6 erhalten hat, findet man, daß ein singulärer Kegel von höherer als 4. Ordnung seine Spitze auf allen Doppelstrahlen haben und dann wegen der Zahl derselben $(n-1)^{\text{ter}}$ Ordnung sein muß.

Ist demnach kein S_{n-1} vorhanden, so ist der höchste Grad eines singulären Punktes 4.

Wir haben im vorigen Falle die Unbekannten α_1, α_2, α_3, α_{n-1}, jetzt α_1, α_2, α_3, α_4, in beiden also 4, so viele als Gleichungen. Setzen wir nun in unsern Formeln alle α_m gleich 0, bei denen $m > 4$, so ergiebt sich zunächst:

$$\alpha_4 = \tfrac{1}{6}(n-2)(n-3)(n-4), \quad \alpha_3 = \tfrac{1}{2}(n-2)(n-3)(6-n).$$

Unser jetziger Fall setzt überhaupt $n > 5$ voraus; demnach zeigt die Formel für α_3, daß allein $n = 6$ ihn zuläßt. Nun ist also allgemein erkannt, daß die Klasse nicht über 7 hinausgehen darf, ferner daß nur die Klasse 6 eine Congruenz

ohne einen S_{n-1} liefert, alle Klassen aber von 2 bis 7 eine Congruenz mit einem S_{n-1}.

Es ist vielleicht nicht überflüssig, die Zahlenwerthe zusammenzustellen:

	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)$_{II}$ [1])	(2, 7)		(2, 6)$_I$
α_1	15	10	6	3	1	0	α_1	0
α_2		4	6	6	4	0	α_2	8
α_3			1	3	6	10	α_3	0
α_{n-1}	1	1	1	1	1	1	α_4	4.

(2, 2), (2, 3), (2, 4) haben in der That bez. 16 Punkte S_1, 5 Punkte S_2, 2 Punkte S_3, indem der S_{n-1} noch hinzugefügt werden muß.

3. Wichtiger aber ist es mir gewesen, in einer alle 7 Congruenzen zugleich umfassenden Weise zu ermitteln, durch wie viele singuläre Punkte jeden Grades ein singulärer Kegel geht.

Wiederum durch Ueberlegungen, welche denen des Herrn Kummer ähnlich sind, habe ich folgende drei Formeln gefunden, von denen die dritte aus den beiden anderen folgt:

$$\Sigma \alpha_m^{(h)} m^2 = hn(n+1) - h(h-1)(h-2) - i, \tag{8}$$

$$\Sigma \alpha_m^{(h)} \cdot \tfrac{1}{2} m(m-1) = \tfrac{1}{2} hn(n-1) - \tfrac{1}{2} h(h^2 - 4h + 5) - k, \tag{9}$$

$$\Sigma \alpha_m^{(h)} m = 2hn - h(h-3) - l; \tag{10}$$

darin bedeutet $\alpha_m^{(h)}$ die Anzahl der Punkte S_m, die auf einem Kegel (S_h) sich befinden, einschließlich der Spitze desselben, wenn $m = h$; ferner sind i, k, l gleich 0, wenn $h = 1, 2$; bei den Kegeln aber von höherer als 2. Ordnung bewirken die Doppelkanten Verminderungen um i, k, l, über deren Werthe die folgende Tabelle Auskunft giebt:

h	i	k	l
3	$(n-1)^2$	$\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$	$n-1$
$n-1$	$\frac{3}{2}(n-2)(n-3)$	$\frac{3}{2}(n-2)(n-3)$	$\frac{3}{2}(n-2)(n-3)$
4 bei (2, 6)$_I$	48	18	12.

Danach haben wir im Einzelnen:

$$\tfrac{1}{2} \Sigma \alpha_m^{(1)} m(m-1) = \tfrac{1}{2} n(n-1) - 1, \tag{9}_1$$

$$\Sigma \alpha_m^{(1)} m = 2n + 2; \tag{10}_1$$

1) Richtiger sollte wohl diese Congruenz (2, 6) „erster Art" heißen, weil sie dem Systeme der übrigen sich anschließt; sie wird aber gewöhnlich „zweiter Art" genannt; man vergleiche eine etwas ähnliche Bemerkung hinsichtlich der beiden Raumcurven 6. Ordnung vom Geschlechte 0 auf der cubischen Fläche: Math. Ann. Bd. 21 S. 498 unten.

$(9)_2$ $\quad \frac{1}{2}\Sigma\alpha_m^{(2)} m(m-1) = n(n-1)-1,$

$(10)_2$ $\quad \Sigma\alpha_m^{(2)} m = 4n+2;$

$(9)_3$ $\quad \frac{1}{2}\Sigma\alpha_m^{(3)} m(m-1) = n^2-4,$

$(10)_3$ $\quad \Sigma\alpha_m^{(3)} m = 5n+1;$

$(9)_{n-1}$ $\quad \frac{1}{2}\Sigma\alpha_m^{(n-1)} m(m-1) = n^2-4,$

$(10)_{n-1}$ $\quad \Sigma\alpha_m^{(n-1)} m = -\frac{1}{2}n^2+\frac{21}{2}n-13;$

$(9)_4$ $\quad \frac{1}{2}\Sigma\alpha_m^{(4)} m(m-1) = 24(n-1)-28,$

$(10)_4$ $\quad \Sigma\alpha_m^{(4)} m = 8n-16$ } für $(2,6)_{\text{I}}$.

Aus (2) und (3) ergiebt sich:

(11) $\quad \frac{1}{2}\Sigma\alpha_m m(m-1) = n^2-4.$

Ziehen wir von dieser Gleichung die Gleichungen $(9)_1$, $(9)_2$, .., von (2) dagegen die Gleichungen $(10)_1$, $(10)_2$, .. ab, so ergeben sich folgende Gleichungen:

$(12)_1$ $\quad \frac{1}{2}\Sigma(\alpha_m-\alpha_m^{(1)}) m(m-1) = \frac{1}{2}(n-2)(n+3),$

$(13)_1$ $\quad \Sigma(\alpha_m-\alpha_m^{(1)}) m = 2n+6;$

$(13)_2$ $\quad \frac{1}{2}\Sigma(\alpha_m-\alpha_m^{(2)}) m(m-1) = n-3,$

$(13)_2$ $\quad \Sigma(\alpha_m-\alpha_m^{(2)}) m = 6;$

$(12)_3$ $\quad \frac{1}{2}\Sigma(\alpha_m-\alpha_m^{(3)}) m(m-1) = 0,$

$(13)_3$ $\quad \Sigma(\alpha_m-\alpha_m^{(3)}) m = 7-n;$

$(12)_{n-1}$ $\quad \frac{1}{2}\Sigma(\alpha_m-\alpha_m^{(n-1)}) m(m-1) = 0,$

$(13)_{n-1}$ $\quad \Sigma(\alpha_m-\alpha_m^{(n-1)}) m = \frac{1}{2}(6-n)(7-n);$

$(12)_4$ $\quad \frac{1}{2}\Sigma(\alpha_m-\alpha_m^{(4)}) m(m-1) = (n+4)(6-n) = 0,$

$(13)_4$ $\quad \Sigma(\alpha_m-\alpha_m^{(4)}) m = 4(6-n) = 0$ } für $(2,6)_{\text{I}}$.

Nun sind alle Differenzen $\alpha_m-\alpha_m^{(A)} \geqq 0$ in Folge der Definition von α_m und $\alpha_m^{(A)}$, alle Coefficienten derselben sind >0, mit Ausnahme von $m(m-1)$, wenn $m=1$.

Also zeigt $(12)_2$, daß $\alpha_m^{(2)} = \alpha_m$, wenn $m>1$.

Ein singulärer Kegel 3. Ordnung geht durch alle singulären Punkte von höherem Grade als 1.

$(13)_2$ lehrt dann, daß er durch $7-n$ singuläre Punkte ersten Grades nicht geht.

Da die Gesammtzahl aller singulären Punkte $18-n$ beträgt, so folgt:

Ein singulärer Kegel 3. Ordnung geht stets durch 11 singuläre Punkte.

$(12)_{n-1}$ und $(13)_{n-1}$ zeigen, daß ein singulärer Kegel $(n-1)^{\text{ter}}$ Ordnung ebenfalls durch alle singulären

Punkte von höherem als 1. Grade geht, hingegen durch $\frac{1}{2}(6-n)(7-n)$ singuläre Punkte ersten Grades nicht; z. B. bleibt bei $(2,5)$ einer von den drei Punkten S_1 außerhalb des Kegels (S_4) und zeichnet sich dadurch vor den beiden andern S_1', S_1'' aus.

$(12)_4$ und $(13)_4$ lehren, daß bei $(2,6)_{\text{I}}$ jeder der 4 Kegel (S_4) durch alle singulären Punkte geht.

4. Die singulären Kegel 2. und 1. Ordnung, insbesondere die letzteren sind nicht ebenso leicht zu erledigen.

Die Formel $(12)_2$ zeigt uns für $n<6$, daß $\alpha_m^{(2)} = \alpha_m$, wenn $m>2$, für $n\geqq 6$ aber liefert sie dieselbe Gleichheit nur für $m>3$. Da nun $(2,7)$ keinen S_2, $(2,6)_{\text{I}}$ aber keinen S_2 hat, so haben wir: $\alpha_2^{(2)} = \alpha_2$ nur noch für $(2,6)_{\text{II}}$ zu beweisen; $(12)_2$ ist nun schon zurückgeführt auf:

$$\alpha_2 - \alpha_2^{(2)} + 3(\alpha_3 - \alpha_3^{(2)}) = n-3 = 3,$$

$(13)_2$ ebenso auf:

$$\alpha_1 - \alpha_1^{(2)} + 2(\alpha_2 - \alpha_2^{(2)}) + 3(\alpha_3 - \alpha_3^{(2)}) = 6;$$

aus ihnen folgt:

$$\alpha_1 - \alpha_1^{(2)} = 3(\alpha_3 - \alpha_3^{(2)});$$

nun ist aber $\alpha_1 = 1$, also $\alpha_1 - \alpha_1^{(2)} \leqq 1$, aber $\geqq 0$, folglich muß $\alpha_3^{(2)} = \alpha_3$ sein. So ist für alle Fälle bewiesen, daß ein singulärer Kegel 2. Ordnung durch alle singulären Punkte von höherem als 2. Grade geht.

Setzt man $\alpha_m - \alpha_m^{(2)} = 0$ für $m>2$ in $(12)_2$ und $(13)_2$ ein, so ergiebt sich:

$$\alpha_2 - \alpha_2^{(2)} = n-3, \quad \alpha_1 - \alpha_1^{(2)} = 2(6-n);$$

demnach:

Ein singulärer Kegel 2. Ordnung läßt $n-3$ singuläre Punkte 2. Grades und $2(6-n)$ singuläre Punkte ersten Grades außerhalb.

Ziehen wir diese wiederum von der Gesammtzahl $18-n$ ab, so haben wir:

Ein singulärer Kegel 2. Ordnung geht stets durch 9 singuläre Punkte.

Bei den Kegeln 1. Ordnung oder Ebenen (S_1) ist es besser, die Formeln $(9)_1$ und $(10)_1$ zu benutzen. Die Congruenz $(2,6)_{\text{I}}$, welche keinen S_1 besitzt, fällt von selbst weg. Die übrigen Congruenzen (von denen $(2,7)$ ebenfalls keinen S_1 hat und also auch nicht in Betracht kommt) haben alle einen S_{n-1} und diejenigen, welche Doppelstrahlen besitzen, $(n>3)$ auch S_3. Jede Ebene (S_1)

kann einen solchen Doppelstrahl, da sie ihn selbst nicht enthält, nur in dem einen oder andern der beiden durch ihn verbundenen Punkte S_{n-1} und S_2 treffen. Daraus folgt, daß (S_1) entweder durch den S_{n-1} geht und durch keinen der S_2, oder nicht durch den S_{n-1}, aber durch sämmtliche $\frac{1}{2}(n-2)(n-3)$ Punkte S_2. Da diese Zahl 0 wird für $n = 2, 3$, so umfaßt dies Ergebniß die beiden Congruenzen 2. und 3. Klasse mit. Demnach haben wir zwei Fälle:

Entweder: $\alpha^{(1)}_{n-1} = 1, \quad \alpha^{(1)}_2 = 0,$

oder: $\alpha^{(1)}_{n-1} = 0, \quad \alpha^{(1)}_2 = \frac{1}{2}(n-2)(n-3);$

im ersten Falle geben die beiden genannten Formeln:

$$\alpha^{(1)}_2 = n-2, \quad \alpha^{(1)}_1 = 7-n;$$

im zweiten aber:

$$\alpha^{(1)}_2 = -(n-2)(n-5), \quad \alpha^{(1)}_1 = \frac{1}{2}(n-4)(n-5)+3.$$

Bei $(2, 6)_{II}$ wird $\alpha^{(1)}_2$ im zweiten Falle negativ und ist derselbe demnach nicht möglich. Man ermittelt leicht, daß in beiden Fällen die Summe aller 4 Zahlen $\alpha^{(1)}_m$ gleich 6 ist. Also:

In jeder Ebene (S_1) giebt es 6 singuläre Punkte und zwar, wenn sie den Punkt S_{n-1} enthält, dann geht sie durch keinen Punkt S_2, durch $n-2$ Punkte S_2 und $7-n$ Punkte S_1, oder aber, wenn sie S_{n-1} nicht enthält, was bei $(2, 6)_{II}$ nicht möglich ist, dann geht sie durch alle $\frac{1}{2}(n-2)(n-3)$ Punkte S_1, durch $(n-2)(5-n)$ Punkte S_2 und durch $\frac{1}{2}(n-4)(n-5)+3$ Punkte S_1.

Bei $n = 2, 3, 4$ sind die beiden Fälle aber nicht wesentlich verschieden; im ersten ist einer von den S_1 oder S_2 oder S_3, die in (S_1) liegen, als S_{n-1} angesehen, im zweiten nicht; der zweite Fall ist also der geeignetere, weil er gleich die volle Zahl der S_1, S_2 oder S_3 giebt.

Bei $(2, 5)$ hingegen giebt es in der That zweierlei Ebenen (S_1); die eine (die des schon oben erwähnten ausgezeichneten S_1) enthält S_4 nicht, alle drei S_3, keinen S_2 und außer ihrem zugehörigen S_1 auch noch die beiden andern S'_1, S''_1. Die beiden (S'_1), (S''_1) aber enthalten den S_4, keinen S_3, je drei S_2 und außer S'_1 bez. S''_1 noch den ausgezeichneten S_1 [1]).

5. Wir geben für die bequemere Benutzung eine Tafel der Zahlenwerthe der α_m und $\alpha^{(1)}_m$.

---

1) Vergl. Kummer a. a. O. S. 93.

n		m = 1	2	3	4	5	6
2	α_m	16					
	$\alpha_m^{(1)}$	6					
3	α_m	10	5				
	$\alpha_m^{(1)}$	4	2				
	$\alpha_m^{(2)}$	4	5				
4	α_m	6	6	2			
	$\alpha_m^{(1)}$	3	2	1			
	$\alpha_m^{(2)}$	2	5	2			
	$\alpha_m^{(3)}$	3	6	2			
5	α_m	3	6	3	1		
	$\alpha_m^{(1)}$	2	3	0	1		
		3	0	3	0		
	$\alpha_m^{(2)}$	1	4	3	1		
	$\alpha_m^{(3)}$	1	6	3	1		
	$\alpha_m^{(4)}$	2	6	3	1		
6_I	α_m		8		4		
	$\alpha_m^{(2)}$		5		4		
	$\alpha_m^{(4)}$		8		4		
6_{II}	α_m	1	4	6		1	
	$\alpha_m^{(1)}$	1	4	0		1	
	$\alpha_m^{(2)}$	1	1	6		1	
	$\alpha_m^{(3)}$	0	4	6		1	
	$\alpha_m^{(4)}$	1	4	6		1	
7	α_m			10			1
	$\alpha_m^{(2)}$			10			1
	$\alpha_m^{(4)}$			10			1

Z. B. geht bei (2, 5) jeder der 6 singulären Kegel 2. Ordnung durch 1 von den 3 Punkten S_1 (den ausgezeichneten), durch 4 von den 6 Punkten S_2, durch alle 3 Punkte S_3 und durch S_4. —

6. In jeder Ebene (S_1) giebt es $n-2$ nicht zum Büschel (S_1) gehörige Congruenzstrahlen; im Allgemeinen sind es die $n-2$ in die Ebene fallenden Strahlen des (S_{n-1}), außer dem nach S_1 gehenden, in der ausgezeichneten Ebene (S_1) der Congruenz (2, 5) dagegen die Verbindungslinien der drei S_2. —

Eine Congruenz 2. Ordnung und n^{ter} Klasse hat bekanntlich $\frac{1}{2}(n-2)(n-3)$ Doppelstrahlen (Satz XXIV des Herrn Kummer), sie kann aber noch weitere Doppelstrahlen haben, wie dies von der Congruenz (2, 2) bekannt ist.

Zwischen jenen „nothwendigen“ und diesen „möglichen“ Doppelstrahlen besteht folgender Unterschied:

Jedem Punkt des Raumes ist die Verbindungsebene der von ihm ausgehenden Congruenzstrahlen im Allgemeinen eindeutig zugeordnet. Jedem Punkte eines nothwendigen Doppelstrahles ist unbestimmt jede beliebige Ebene durch denselben zugeordnet, jedem Punkte aber eines möglichen Doppelstrahls eine bestimmte Ebene durch denselben. Einen nothwendigen Doppelstrahl ferner enthält die Brennfläche nicht nach seiner ganzen Erstreckung, sondern nur die beiden durch ihn verbundenen singulären Punkte als Doppelpunkte; ein möglicher Doppelstrahl aber befindet sich ganz auf ihr.

Ende November 1888.

Ueber das sogenannte Verrillsche Organ der Cephalopoden.

Von

Dr. J. Brock.

(Vorgelegt von Ehlers.)

Da ich der Cephalopodenliteratur in den letzten Jahren wenig Aufmerksamkeit schenken konnte, so ist mir entgangen, daß bereits 1882 Verrill ein eigenthümliches angeblich ganz neues Organ in dem Trichter einiger Cephalopoden (Desmoteuthis) beschrieben hat [1]). Dasselbe besteht aus einem medianen unpaaren und zwei seitlichen paarigen flachen kuchenartigen Vorsprüngen, welche auf der inneren Oberfläche des Trichters nahe seiner hinteren Oeffnung so angeordnet sind, daß der unpaare Vorsprung die dorsale Wand einnimmt, während die beiden seitlichen sich an den Seitenrändern herauf erstrecken. Verrill, der glaubte, daß dieses Organ nur der Familie der Desmoteuthiden eigenthümlich sei, verstieg sich in einer Anmerkung [2]) zu der kühnen Behauptung, daß es vielleicht als Homologon des typischen Gastropodenfußes gedeutet werden könne. Der Name „Verrillsches Organ“ wurde ihm von Hoyle beigelegt [3]).

1) A. E. Verrill, The Cephalopods of the North eastern coast of America. Transact. Connecticut. acad. arts sc. V 1882 p. 418, 432.

2) l. c. p. 432.

3) W. E. Hoyle, Rep. scientif. results voyag. H. M. S. Challenger Part. XLIV p. 187 Anm.

Soeben ist nun eine kleine Abhandlung eines Schülers von Ray Lankester erschienen[1]), in welcher das Organ auch bei anderen Cephalopoden beschrieben und auf seine histologische Struktur untersucht wird, ebenfalls in dem guten Glauben, daß es sich um eine neue Entdeckung handle.

Dem ist jedoch nicht so. Ein Blick auf die Verrillschen und Laurieschen Abbildungen zeigt, daß das Verrillsche Organ nichts weiter ist als das sogenannte Trichterorgan, welches schon vor mehr als dreißig Jahren von Heinrich Müller entdeckt[2]), bei einer großen Zahl von Cephalopoden nachgewiesen und sowohl seinem gröberen wie feineren Bau nach unendlich genauer und erschöpfender, als von seinen Nachentdeckern beschrieben ist. Ueber seine Entwicklung hat dann später Bobretzby einige Mittheilungen gemacht; aus den mir wegen Unkenntniß des Russischen allein zugänglichen Abbildungen[3]) geht hervor, daß es an Embryonen und jungen Thieren ungleich größer ist, als an Erwachsenen, womit auch die Abbildungen bei Laurie Fig. 3—6 stimmen. Wenn der letztere das Organ aber bei erwachsenen Loligo und Ommastrephes nicht wiederfinden konnte[4]), so ist das, wie ich aus eigener Erfahrung versichern kann, nicht richtig. Der Irrthum entstand wohl daraus, daß nur conservirte Thiere untersucht wurden, das Trichterorgan aber, wie schon H. Müller wußte und ich bestätigen kann, durch die gebräuchlichen Conservirungsflüssigkeiten (Alkohol, Chromsäure etc.) vollkommen zerstört oder doch bis zur Unkenntlichkeit verändert wird, was bei ganz jungen Thieren, wo es bedeutend stärker entwickelt ist, wohl nicht in dem Maße der Fall sein mag.

Das Trichterorgan ist jetzt, wenn man die Beobachtungen von H. Müller, Verrill und Weiß[5]) zusammenhält, nunmehr bei so viel Cephalopoden beobachtet worden, daß es wohl der ganzen Klasse als solcher zugeschrieben werden kann. An seinen

---

1) Malcolm Laurie, The organ of Verrill in Loligo. Quart. journ. microsc. sc. N. S. Vol. XXIX p. 97.

2) C. Gegenbaur, A. Kölliker und H. Müller, Bericht über einige im Herbst 1852 in Messina angestellte vergleichend-anatomische Untersuchungen. Zeitschr. wiss. Zool. IV, 1853 p. 339.

3) N. Bobretzky, Untersuchungen über die Entwicklung der Cephalopoden. Nachricht. d. K. Gesellsch. d. Freunde d. Naturerkenntn. d. Univ. Moskau Bd. XXIV 1877, Taf. IX, Fig. 87 x.

4) l. c. p. 98.

5) F. E. Weiß, On some Oigopsid cuttle fishes. Quart. journ. microsc. sc. N. S. Vol. XXIX p. 75.

Bau knüpfte sich von jeher ein besonderes Interesse, weil es noch immer der einzige Fall ist, wo bei Cephalopoden und außer den Rückenpapillen das Aeolidier auch bei Mollusken Nesselzellen oder diesen ähnliche Bildungen beobachtet worden sind. H. Müller sagt darüber: „Mikroskopisch besteht deren Oberfläche aus lauter spindelförmigen Körperchen, welche das Licht stark brechen, farblos und von verschiedener Größe sind theils nach den Cephalopodenarten, theils auch bei denselben Thieren. Sie stehen außen mehr oder weniger aufrecht wie Stäbchen, stoßen sich an der freien Fläche des Trichters ab und haben große Aehnlichkeit mit den Nesselorganen anderer Thiere, jedoch sind sie ohne Fäden. Sie liegen theils einzeln, theils in Gruppen vereinigt, und entwickeln sich, wie man bei der Untersuchung der tieferen Schichten sieht, im Innern von Zellen, in welchen sie oft mannigfach gewunden und gerollt sind. Süßes Wasser und fast alle anderen Flüssigkeiten machen diese Spindeln aufquellen und dann zergehen. Man findet deswegen von Streifen, welche frisch sehr deutlich waren, später oft kaum eine Spur wieder. Eine nesselnde Wirkung wurde nicht beobachtet".

Ganz anders lautet nun die Beschreibung Lauries. Das Organ ist nach ihm eine Schleimdrüse. Es besteht aus ächten Becherzellen und ist auf der Oberfläche von einer Schleimschicht bedeckt, welche wohl als Absonderung der Becherzellen zu betrachten ist.

Ich selbst habe im Jahr 1877 in Triest einmal das Trichterorgan bei verschiedenen Cephalopoden frisch, wenngleich nur flüchtig untersucht und konnte damals, wenn mich mein Gedächtniß nicht täuscht, die Befunde H. Müllers vollkommen bestätigen. Ohne indessen auf diese schon ziemlich ferne Erinnerung besonderen Werth legen zu wollen, glaube ich, wird die bestehende Differenz zwischen beiden Beobachtern einfach durch den Umstand erklärt, daß Laurie nur conservirte Thiere untersucht hat, und an denselben, sie mögen selbst für gewöhnliche histologische Zwecke vollkommen genügend erhalten sein, die richtige Erkenntniß eines so zarten, leicht zerstörbaren Organs nicht erwartet werden darf. Die als Becherzellen gedeuteten Zellen waren gegen ihr Verhalten im frischen Zustande wohl schon stark verändert und die Schleimschicht auf der Oberfläche dürften die durch die Erhärtungsflüssigkeit zerstörten obersten Zellschichten sein. Eine gründliche histologische Untersuchung des Organs, die in erster Linie an frischem Material auszuführen wäre, würde unter diesen Umständen sehr erwünscht kommen.

Beiträge zur Kenntnis des Nervensystems der Nemertinen.

Eine vorläufige Mittheilung.

Von

Otto Bürger

stud. rer. nat.

Vorgelegt von Ehlers.

Mit einer vergleichend-anatomischen und histologischen Untersuchung des Nervensystems der drei Nemertinenordnungen beschäftigt, sehe ich mich veranlaßt schon jetzt, da dieselbe größere Dimensionen annehmen wird als ich anfangs erwarten konnte, eine gedrängte Uebersicht der bisher gewonnenen Resultate zu geben. In nicht zu langer Zeit werde ich mir erlauben, dieselben in einer ausführlichen Abhandlung mit Berücksichtigung der einschlägigen Litteratur darzustellen und mit Abbildungen zu belegen.

Zu dieser Arbeit gab zunächst die in Angriff genommene Untersuchung einer Anzahl indischer Nemertinen den Anstoß, welche Herr Dr. Brock während seiner Reise nach dem indischen Archipel von 1884—85 auf Java und Amboina gesammelt hatte. Um Vergleiche mit bereits bekannten Arten anstellen zu können, untersuchte ich Nemertinen, welche von der zoologischen Station in Neapel gut conservirt bezogen waren, nämlich:

Cerebratulus marginatus, Langia formosa; Drepanophorus serraticollis und rubrostriatus, Amphiporus pulcher; Polia delineata, Carinella polymorpha.

Die Resultate wurden an Schnittserien gewonnen.

Auf anatomischem Gebiete habe ich im wesentlichen die Befunde Hubrechts zu bestätigen und mit folgenden Angaben zu vervollständigen.

Bei Cerebratulus gelang es mir eine Analcommissur der Lateralnerven über dem After nachzuweisen.

Die Schlundnervenstämme (Vagus Hubrechts) von Cerebratulus, Langia und Polia sind durch eine mächtige, Ganglienzellen führende Commissur verbunden, die bei der zuerst genannten Gattung unmittelbar unter dem Gehirne, bei den beiden letzteren hinter demselben und zwar innerhalb der Ringmuskelschicht liegt, welche sie in diesem Falle durchbrechen. Der Schlundnerv von

Langia und Cerebratulus ist außerdem durch zwei hinter einander liegende Faserbrücken ohne Ganglienbelag gleich nach seinem Austritt verknüpft.

Der Rüssel der Schizo- und Palaeonemertinen wird vom ventralen Ganglion durch zwei aufwärts steigende Nerven, welche sich sofort ausbreiten und eine Schicht um eine Muskelzone bilden, innerviert.

Bei den Hoplonemertinen dringen 10—17 Stränge in den Rüssel ein, welche in demselben einen constanten Verlauf besitzen. Diese werden durch Querfaserzüge, welche die Längsmuskulatur in zwei concentrische Lager trennen, in Zusammenhang gesetzt, von denen jeder einen Ganglienzellhaufen trägt. Sämmtliche Längsstämme entspringen an der oberen Peripherie des Gehirnringes.

In der Leibeswand besteht außer der peripheren Nervenschicht zwischen Ring- und äußerer Längsmuskulatur noch eine innere Schicht zwischen Ring- und innerer Längsmuskulatur. Bei den Hoplonemertinen findet man nervöse Faserzüge unter der Ringmuskulatur gelagert.

Eine subepitheliale Nervenschicht macht die Anwesenheit von Neuroepithelien wahrscheinlich.

Außer den bekannten Sinnesorganen fand ich eine völlig terminale epitheliale Einstülpung am Kopfe, an welche ein Nerv herantritt.

Die seitlichen Kopfgruben der Hoplonemertinen besitzen Stäbchen tragende Sinneszellen.

Auf histologischem Gebiete habe ich besonders die Verhältnisse des Central-Nervensystems ins Auge gefaßt.

Dasselbe zeigt als nervöse Elemente Ganglienzellen und fibrilläre Substanz, als Stütz- und Hüllelemente ein mehrfach differenziertes Bindegewebe.

Sämmtliche Ganglienzellen der Nemertinen sind unipolar- und membranlos; sie liegen in bindegewebigen Scheiden.

Wir können sie in vier Arten ordnen:

I. Zellen mit gering entwickeltem Leibe, tief gefärbtem, stark lichtbrechendem Kerne, von kleiner unregelmäßiger Gestalt.

II. Schmale, längliche, keulenförmige Zellen mit ovalem Kerne und einem oder mehreren Nukleolen.

III. Große, leicht färbbare, flaschenartig ausgebauchte Zellen mit großem runden Kerne und einem Nukleolus.

IV. Kolossale Zellen, welche gleichfalls Färbstoffe schnell imbibieren und einem runden Kern mit einem hervorragend großen Nukleolus besitzen.

I. sind immer auf dem dorsalen Gehirnlappen beschränkt meist in kegelförmigen Gruppen angeordnet, nur an besonderen Stellen liegen sie in regellosen Haufen.

II. dagegen liegen nur den ventralen Ganglien an und bilden, in regelmäßigen Gruppen stehend, den Hauptbelag der Lateralnerven.

III. lageren auf dem Gehirne im vorderen Abschnitt dorsal, im mittleren median und ventral, immer peripher von den anderen und einzeln.

IV. ist nur in einem einzigen Paare in dem Gehirne der Schizo- und Hoplonemertinen vertreten, zahlreich aber in den Lateralverven der ersten Ordnung. Im Gehirne besitzt dieses Paar eine constante Lage median am ventralen Ganglion, an dem Punkte, wo der Schlundnerv austritt. Ebenso liegen sie im Lateralnerven immer median, im vorderen Abschnitt in weiteren Abständen rechts und links, bald an der dorsalen, bald an der ventralen Fläche; im Schwanztheile dicht hintereinander, aber fast ausschließlich dorsal.

Die Fortsätze der drei ersten Arten treten direct in die Centralsubstanz ein und verfeinern sich zu der Einheit einer einzigen Fibrille derselben, die Fortsätze von IV, welche eine Scheide besitzen, wenden sich zwar gleichfalls in das Gehirn, treten aber mit der nervösen Centralsubstanz nicht in Verbindung, sondern steigen bei Cerebratulus und Langia mit einem Knie direct in die Lateralnerven hinunter, diese als sogenannte Neuralkanäle oder Fortsätze kolossaler Ganglienzellen durchziehend.

Bei den Drepanophorus-Arten, wo die beiden kolossalen Zellen in der Richtung der Gehirnlappen liegen (während sonst alle Ganglienzellen winklich zu ihnen stehen) wenden sich ihre Fortsätze nach vorn, durchsetzen die ventrale Commissur, kreuzen sich und steigen, der Fortsatz der rechtsliegenden Zelle in dem linken, derjenige der links liegenden in den rechten Lateralnerven hinab.

In beiden Ordnungen unterscheiden sie sich durch Lage und Bau.

Bei den Schizonemertinen treffen wir sie fast lateral, mitten im Faserstamme, rings von der Fibrillenmasse umgeben, an. Bei den Hoplonemertinen median, völlig ventral, an das innere Neurilemma gedrängt.

Bei jenen bildet der anfangs als ein Rohr erscheinende Fortsatz durch Verästelung innerhalb des Faserstammes ein Röhrenbündel, das durch die Fortsätze der kolossalen Lateralnervenzellen noch kompliziert wird. Ein Querschnitt zeigt uns einen Haufen kleiner Lumina, deren jedes eine Scheide und einen winzigen, hellglänzenden, homogenen Inhalt besitzt.

Bei diesen existiert nur eine Röhre mit umfangreicher Scheide und bedeutendem Inhalt.

Die kolossalen Fortsätze beider Ordnungen enden allmählich dünner werdend, wahrscheinlich in der äußersten Spitze der Lateralnerven vor der Analkommissur.

Die Ganglienzellen sind in Hauben eines zweifach differenzierten Bindegewebes gebettet.

Die erste Art unterscheidet sich nicht von den Elementen des Körperbindegewebes, des äußeren und inneren Neurilemmas, mit denen es die typischen spindelförmigen Kerne gemeinsam hat.

Die andere Art kommt ausschließlich den nervösen Organen, und besonders den centralen zu. Es besteht aus Fasern, welche sich von zahlreichen, dendritisch verästelten Fortsätzen membranloser Zellen abspalten, die in großer Menge die Ganglienzellen umlagern, und welche ein großer ovaler Kern mit peripherer Körnchenzone leicht kenntlich macht. Bei Cerebratulus zeichnet sie ferner eine Einlagerung grünlicher Krümel, sowie gelblich fettglänzender Tröpfchen aus.

Weiter sind als accessorische Elemente in den Lateralnerven Muskelfibrillen zu erwähnen, die bei den Schizonemertinen und Polia lateral, bei den Hoplonemertinen median einseitig um die innere Scheide gruppiert sind.

Die nervöse Fasersubstanz besteht aus den Fibrillenzügen der Ganglienzellbündel, die im Gehirne verschieden, im Lateralnerven meist längs geordnet sind. Sie ist nicht spongiös zu nennen, da höchst wahrscheinlich jede Fibrille ihren gesonderten Verlauf besitzt.

Sämmtliche peripher abgehenden Nerven der lateralen Stämme entspringen bei Langia und Cerebratulus von einem unsymmetrisch, dorsal gelegenen, durch größere Dichtigkeit und dunklere Tinktion hervortretenden Längsfibrillenzug, der in constanter Lage vom Gehirn bis zum After zu verfolgen ist. Der Hauptabgang findet an die ventrale Körperfläche statt.

Bei den Hoplonemertinen liegt die Wurzel der peripheren Nerven ventral, der Hauptabgang erfolgt an die dorsale Fläche.

Das reich entwickelte Körperbindegewebe leitet in seinen ausgehöhlten Strängen die nervöse Substanz von den Centren an alle Theile des Körpers.

Schließlich darf ich hinzufügen, daß die von mir bis jetzt untersuchten Formen der indischen Nemertinen die aufgezählten Resultate, insbesondere die Erkenntnis der paarigen kolossalen Ganglienzellen und ihrer Fortsätze bestätigen.

Beitrag zur Theorie der Krystallstructur.

Von

A. Schoenflies.

Die in der Krystallographie geläufige Vorstellung, die Structur eines Krystalles geometrisch durch eine regelmäßige Verteilung von Punkten im Raume zu repräsentiren, knüpft im Wesentlichen an Bravais[1]) an. Bravais hatte gezeigt, daß die Raumgitter in sieben Abteilungen zerfallen, welche in ihren Symmetrieverhältnissen genau den sieben Krystallsystemen entsprechen. Man konnte sich daher die Vorstellung bilden, daß bei den Vollflächnern unter den Krystallen die einzelnen Elemente so im Raum verteilt sind, daß ihre Schwerpunkte in den Ecken derartiger Raumgitter liegen.

Bei den Halb- und Viertelflächnern dagegen war die Conception einer ähnlichen Hypothese noch nicht möglich. Ein Fortschritt in dieser Richtung wurde erst durch Herrn Wiener[2]) und später durch Herrn Sohncke[3]) gethan. Beide Autoren gingen von der Idee aus, daß die Punktverteilung in einem unbegrenzt gedachten krystallinischen Punkthaufen um jeden Massenpunkt dieselbe ist, wie um jeden andern; eine Ansicht, welche in der letzten Zeit mehr und mehr Geltung erlangt hat[4]).

Die Punkte, welche auf die genannte Art im Raume verteilt sind, bilden ein regelmäßiges Punktsystem. Solcher Punktsysteme fand Herr Sohncke 65. Aber auch mit ihnen ist die Aufgabe, die Krystallstructur aller Krystalle in gleicher Weise durch die Eigenschaften gewisser Punktsysteme zu repräsentiren, noch nicht als erledigt zu betrachten. Erstens nämlich sah sich auch Herr Sohncke genötigt, bei den Hemimorphieen den Grund

---

1) Mémoire sur les systèmes formés etc. Journ. de l'école polyt. Bd. 19. S. 1—128.

2) Grundzüge der Weltordnung. S. 82 ff.

3) Entwickelung einer Theorie der Krystallstructur. Vgl. für diese Stelle besonders S. 23 ff. In einer früheren Arbeit (diese Nachrichten 1888. S. 225) habe ich die Bemerkung gemacht, daß das Gesetz der rationalen Indices deductiv zuerst von Herrn Sohncke bewiesen ist. Dies bedarf jedoch der Berichtigung. Ein deductiver Beweis findet sich schon bei Bravais (a. a. O.), ebenso auch bei Herrn Wiener (a. a. O. S. 71 u. 89).

4) Vgl. z. P. Groth, Ueber die Molekularbeschaffenheit der Krystalle; Festrede, gehalten in der Münch. Akad. d. Wiss. am 28. 3. 1888. S. 15 ff.

der Hemimorphie in die Beschaffenheit der Krystallelemente selbst zu verlegen [1]), und andrerseits ist kürzlich von Herrn Wulff gezeigt worden, daß keines der Sohnckeschen Systeme dieselben Symmetrieeigenschaften besitzt, wie die an verschiedenen Substanzen beobachtete rhomboedrische Tetartoedrie des hexagonalen Systems [2]).

Das Folgende ist bestimmt, eine endliche Lösung der vorgenannten Aufgabe darzubieten. Bekanntlich zerfällt, wie noch zuletzt Herr Minnigerode [3]) nachgewiesen hat, die Gesammtheit der Krystalle nach ihren Symmetrieeigenschaften in 32 verschiedene Classen. Dieselben können als die 32 möglichen Krystallclassen bezeichnet werden. Ich werde nun zeigen, daß es regelmäßige Punktsysteme giebt, welche gestatten, die Krystallstructur einer jeden der 32 möglichen Krystallclassen auf die gleiche Art zu veranschaulichen, und zwar so, daß jeder Krystallbaustein durch einen einzigen Raumpunkt repräsentirt ist.

Die Resultate, zu denen ich gelangt bin, schließen sich im Wesentlichen an die mathematischen Probleme an, mit denen ich mich in der letzten Zeit beschäftigt habe. Ich werde daher in den ersten Paragraphen zunächst einige einfache geometrische Voruntersuchungen erledigen.

§ 1. Zusammenhang der regulären Punktsysteme mit der regulären Raumteilung.

Die regulären Punktsysteme, die ich zunächst betrachten werde, sind die 65 Sohnckeschen Systeme. Jedes dieser Punktsysteme ist durch gewisse Deckbewegungen charakterisirt, so daß die verschiedenen Arten von Deckbewegungen geradezu als Einteilungsgrund für die regelmäßigen Punktsysteme dienen können [4]). Die Gesammtheit der Deckbewegungen, welche einem Punktsystem zukommen, werde ich die zu diesem Punktsystem gehörige Gruppe von Bewegungen nennen.

Wie es 65 Classen regulärer Punktsysteme giebt, so giebt es

---

1) a. a. O. S. 200 ff. Auf die von Herrn Sohncke gegebene Erweiterung seiner Theorie komme ich in § 4 zu sprechen.

2) Ueber die regelmäßigen Punktsysteme, Zeitschr. für Kryst., Bd. 13, S. 531.

3) Ueber die Symmetrieverhältnisse der Krystalle. Neues Jahrbuch für Mineralogie, Beilageband 5, S. 145 ff.

4) Vgl. Sohncke, a. a. O. S. 29.

demnach auch 65 solcher Gruppen von Bewegungen. Da für jedes Punktsystem die zugehörige Gruppe von Bewegungen chakteristisch ist, so ist es vorteilhaft, mit diesen Gruppen selbst zu operiren. Ich benutze dieselben zunächst zur Erzeugung der Punktsysteme.

Es seien $P, P_1, P_2, P_3 \ldots\ldots$ die Punkte irgend eines regulären Punktsystems. Man fixire zunächst seine ursprüngliche Lage im Raume, und denke sich dasselbe sodann beweglich. Der Definition gemäß kann es auf unendlich viele Weisen mit sich zur Deckung gebracht werden, und zwar so, daß der Punkt P mit jedem andern Punkt zusammenfällt. Es giebt daher unter den Bewegungen der zugehörigen Gruppe immer auch solche, welche P der Reihe nach in die Lage $P_1, P_2, P_3 \ldots\ldots$ gelangen lassen. Dies läßt sich auch so aussprechen, daß, wenn der Punkt P den sämmtlichen Bewegungen einer solchen Gruppe unterworfen wird, alle Lagen, in welche P auf diese Weise gelangt, das regelmäßige Punktsystem bilden.

Mit den regelmäßigen Punktsystemen hängt die reguläre Raumteilung auf das engste zusammen. Den Begriff derselbe werde ich hier an einigen Beispielen klarzulegen versuchen [1]).

Ich wähle dazu zunächst die axenlosen Raumgitter. Nach dem gewöhnlichen Sprachgebrauch bilden die Eckpunkte eines Raumgitters das bezügliche reguläre Punktsystem. Dieses Raumgitter zerlegt den ganzen Raum in lauter congruente Parallelepipeda. Die Translationen, welche an Länge und Richtung gleich den Kanten eines Parallelepipedons sind, führen das Raumgitter in sich über, und zwar so, daß jedes Parallelepidon wieder mit einem Parallelepidon zusammenfällt. Dasselbe gilt für jede Verschiebung, welche aus einer beliebigen Wiederholung dieser drei Translationen besteht. Diese sämmtlichen Verschiebungen bilden daher die zugehörige Bewegungsgruppe. Umgekehrt läßt sich aber wieder schließen, daß sich sämmtliche Parallelepipeda ergeben, wenn irgend eines derselben den sämmtlichen Translationen der Gruppe unterworfen wird.

Sei jetzt Φ dieses Parallelepipedon und P ein beliebiger Punkt im Innern desselben. Bei Ausführung der genannten Translationen entsteht aus P ein reguläres Punktsystem. In jedes Parallelepipedon fällt ein Punkt und zwar genau an die homologe Stelle, welche P in Φ inne hat. Dies ist unmittelbar evident, weil ja die sämmtlichen Bewegungen, welche aus P die andern Punkte des

1) Die allgemeinen mathematischen Entwickelungen habe ich kürzlich in diesen Nachrichten publicirt; S. 223 dieses Jahrganges.

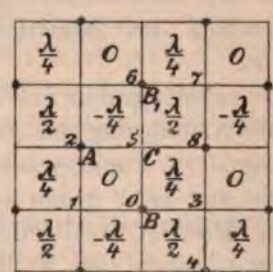
Systems entstehen lassen, dieselben sind wie diejenigen, welche das Parallelepipedon Φ mit jedem andern Parallelepipedon zur Deckung bringen. Ersetzt man P durch irgend einen andern Punkt $Q, R \ldots$ von Φ, so ergeben sich andere regelmäßige Punktsysteme dieser Art. Der ganze Raum zerfällt also in lauter congruente Parallelepipeda, welche von den verschiedenen Punktsystemen, die man construiren kann, je ein Individuum enthalten; außerdem haben diese Parallelepipeda die Eigenschaft, daß sie durch jede Deckbewegung der zugehörigen Bewegungsgruppe ineinander übergeführt werden. Eine derartige Zerlegung des Raumes in lauter congruente Teile oder Bereiche soll eine reguläre Raumteilung und der einzelne Teil ein Fundamentalbereich heißen.

Eine solche Raumteilung existirt für jede Bewegungsgruppe; für jede derselben läßt sich also der Raum so in congruente Bereiche teilen, daß jede Deckbewegung der Gruppe die Bereiche in einander überführt, daß also jeder Bereich wieder an einen Ort kommt, den vorher ein anderer Bereich inne hatte. Den mathematischen Beweis für die Richtigkeit obiger Behauptung habe ich am genannten Ort gegeben. Hier werde ich mich darauf beschränken, den Begriff der Raumteilung an einem zweiten Beispiel zu veranschaulichen.

Ich wähle dazu das „rechte Vierpunktschraubensystem“ [1]). Die sämmtlichen zugehörigen Deckbewegungen zerfallen, abgesehen von den Deckschiebungen λ, e, in drei Arten, die nach der von Herrn Sohncke eingeführten Bezeichnung durch

$$A_{\frac{2\pi}{4}, \frac{\lambda}{4}}, \quad B_{\frac{2\pi}{4}, \frac{\lambda}{4}}, \quad C_{\frac{2\pi}{2}, \frac{\lambda}{2}},$$

repräsentirt werden können. Die Axen derselben sind sämmtlich parallel und bestimmen in einer zu ihnen senkrechten Ebene ein



quadratisches Netz, von dem hier ein Teil dargestellt ist. Ich

1) Vgl. Sohncke, a. a. O. S. 89.

behaupte nun, daß die gerade quadratische Säule, welche über 0 steht und die Höhe λ hat, den Fundamentalbereich Φ repräsentirt. In der That, unterwirft man dieselbe den Bewegungen

$$A_{\frac{2\pi}{4}, \frac{\lambda}{4}} \text{ resp. } B_{\frac{2\pi}{4}, \frac{\lambda}{4}}$$

je zweimal hintereinander, so entstehen daraus die Säulen, welche über den Quadraten 1, 2, 3, 4 stehen und deren Grundflächen von der Zeichnungsebene den in der Figur angegebenen Abstand haben. Man kann aber auf die ursprüngliche Säule auch die Bewegungen

$$A_{-\frac{2\pi}{4}, -\frac{\lambda}{4}}, \quad B_{-\frac{2\pi}{4}, -\frac{\lambda}{4}}$$

anwenden, so entstehen daraus die über den Quadraten 5, 9 stehenden Säulen, deren Grundflächen diesmal um die in der Figur angegebenen Stücke tiefer liegen als die Zeichnungsebene. Unterwirft man die Säule Φ, nachdem sie in die Lage 5 gekommen, wieder den Bewegungen

$$B_{\frac{2\pi}{4}, \frac{\lambda}{4}} \text{ und } B_{-\frac{2\pi}{4}, -\frac{\lambda}{4}}$$

um die durch den Punkt B_1 gehende Axe, so ergeben sich die über den Quadraten 6, 7, 8 stehenden Säulen u. s. w.; und wird auf diese Weise fortgefahren, so entsteht über jedem Quadrat des Netzes je eine Säule, deren Grundfläche den angegebenen Abstand von der Zeichnungsebene hat. Läßt man nun schließlich die den Axenparallele Deckschiebung λ eintreten, so wird aus der einen Säulenschicht die über ihr liegende abgeleitet; und wenn diese Schiebung in positiver wie negativer Richtung wiederholt ausgeführt wird, so wird der ganze Raum mit congruenten quadratischen Säulen erfüllt; dieselben repräsentiren die bezügliche reguläre Raumteilung.

Ist nun P ein beliebiger Punkt von Φ und construirt man alle Punkte, die sich aus ihm mittelst der sämmtlichen Deckbewegungen ergeben, so ergiebt sich ein reguläres Punktsystem; und nach dem Vorstehenden ist es evident, daß in jede quadratische Säule ein Punkt fällt, und zwar genau an die homologe Stelle, welche P in Φ inne hat. Dasselbe gilt, wenn P durch einen andern Punkt Q, $R \ldots$ des Bereiches Φ ersetzt wird.

Die vorstehenden Beispiele dürften genügen, um klar zu legen, daß wirklich für jede Gruppe von Bewegungen eine Raumteilung existirt, welche den Raum in lauter congruente Bereiche zerlegt, und daß sie aus einem derselben auf die angegebene Art abgeleitet

werden kann. Aus ihr ergiebt sich, wenn in jedem Bereich je ein homologer Punkt fixirt wird, ein reguläres Punktsystem, welches der bezüglichen Gruppe von Bewegungen zugehört; je nach der Wahl des Ausgangspunktes im Fundamentalbereich entstehen andere und andere Punktsysteme.

Die Gestalt der Fundamentalbereiche ist um so complicirter, je mannigfacher die Deckbewegungen der Gruppe sind. Auf die Gestalt derselben einzugehen, ist hier nicht der Ort; es genügt zu wissen, daß sie für jede der 65 Gruppen existiren und eine Raumteilung liefern. Ich glaube mich der Hoffnung hingeben zu dürfen, durch Einführung der Raumteilung resp. der Fundamentalbereiche den Begriff des regulären Punktsystems der Anschauung näher gerückt zu haben. Darin liegt aber nicht ihre einzige Bedeutung; welchen Wert sie für die Theorie der Krystallstructur haben, wird sich später erkennen lassen.

§ 2. Die symmetrisch-regulären Punktsysteme.

Der allgemeine Begriff des regelmäßigen Punktsystems ist wohl zuerst von Herrn Chr. Wiener aufgestellt worden. Nach ihm findet Regelmäßigkeit in der Anordnung von Atomen dann statt, wenn „jedes Atom die andern in übereinstimmender Weise um sich gestellt hat, d. h. so, daß die Richtungslinien von seinem Schwerpunkt nach den Schwerpunkten der umliegenden Atome Winkel miteinander bilden, die bei jedem Atom, von welchem man auch ausgehen mag, dieselben sind, und daß auf Richtungslinien, welche gleichartig gegen die Atome liegen, die Abstände der Atome dieselben sind“ [1]).

Dieser von Herrn Wiener aufgestellten Definition kann auf zwei verschiedenen Arten genügt werden. Seien nämlich P und P_1 irgend zwei Punkte des Punktsystems, ferner seien

$$A,\ B,\ C \ldots\ldots$$

diejenigen Punkte, welche P am nächsten liegen, so verlangt die Definition, daß um P_1 sich Punkte

$$A_1,\ B_1,\ C_1 \ldots\ldots$$

so finden, daß alle Entfernungen

$$PA = P_1A_1,\ PB = P_1B_1,\ PC = P_1C_1 \ldots.$$

sind, und daß die Strecken PA, PB, PC.... die gleichen Winkel miteinander bilden, wie die Strecken P_1A_1, P_1B_1, P_1C_1.....

1) a. a. O. S. 82.

Dies ist aber bekanntlich noch auf zwei Arten möglich. Entweder sind die durch $PABC\ldots$ resp. $P_1A_1B_1C_1\ldots.$ bestimmten Körper einander congruent, oder sie sind nur symmetrisch gleich. Im ersten Fall lassen sie sich durch Bewegung zur Deckung bringen; im zweiten jedoch kann jeder derselben nur mit dem Spiegelbild des andern zur Coincidenz gebracht werden; um also in diesem Fall den ersten Körper mit dem zweiten zusammenfallen zu lassen, muß man ihn zunächst an einer Ebene spiegeln und ihm dann eine gewisse Bewegung erteilen. Eine solche Verbindung einer Bewegung mit einer Spiegelung soll eine symmetrische Operation genannt werden.

Was eben für die um P und P_1 liegenden Körper abgeleitet worden ist, gilt natürlich auch für die Punktsysteme; die Körper gehen ja, wenn sie größer und größer werden, in die Punktsysteme über; im Interesse der Anschaulichkeit werde ich aber im Folgenden vielfach mit den Körpern operiren.

Das Vorstehende zeigt, daß zwei große Klassen von regulären Punktsystemen zu unterscheiden sind. Die erste Klasse enthält diejenigen, bei denen der aus P, A, B, $C\ldots.$ gebildete Körper für alle Punkte P congruent ist; dies sind die 65 Sohnckeschen Systeme; dieselben sollen congruent reguläre Punktsysteme heißen. Die Systeme der zweiten Classe dagegen sind dadurch charakterisirt, daß für sie Punkte P und P_1 existiren, so daß die aus $P, A, B, C\ldots$ und $P_1A_1B_1C_1\ldots$ gebildeten Körper nur spiegelbildlich gleich sind; ich will sie symmetrisch reguläre Punktsysteme nennen.

Die Einführung derartiger Punktsysteme ist durchaus nichts künstliches, es wird sich sogar zeigen, daß sie geradezu krystallographisch geboten ist[1]). Dieselben sollen daher noch etwas genauer untersucht werden. Man denke sich dazu wieder ein solches Punktsystem zunächst im Raume fixirt, und betrachte es im übrigen als beweglich. Aus dem Vorstehenden folgt, daß sich mittelst einer symmetrischen Operation $\mathfrak{S}_1$, d. h. also durch eine Spiegelung und eine Bewegung, das Punktsystem so in sich überführen läßt, daß der Punkt P_1 auf P fällt. Ist nun P_2 ein zweiter Punkt, so daß die Körper

$$PABC\ldots \text{ und } P_2A_2B_2C_2\ldots.$$

1) Auf die Notwendigkeit, die Punktsysteme dieser Art gleichfalls zu berücksichtigen, hat übrigens Herr P. Curie bereits hingewiesen. „On n'a pas encore étudié d'une façon complète la symétrie d'une matière cristallisée qui doit être considére comme illimitée etc." Bull. de la soc. min. de France, Bd. 7, S. 458.

ebenfalls spiegelbildlich gleich sind, so sind die Körper $P_1 A_1 B_1 C_1 \ldots$ und $P_2 A_2 B_2 C_2 \ldots$ offenbar congruent. Es muß daher eine wirkliche Bewegung geben, welche das Punktsystem in sich überführt und $P_1 A_1 B_1 C_1 \ldots$ auf $P_2 A_2 B_2 C_2 \ldots$ fallen läßt.

Die hier betrachteten Punktsysteme enthalten also zwei Arten von Punkten und gehen sowohl durch symmetrische Operationen, als auch durch Bewegungen in sich über. Bezeichnen nun für den Augenblick

$$P' \; P'' \; P''' \ldots .$$

solche Punkte, daß die Körper

$$P' A' B' C' \ldots \quad P'' A'' B'' C'' \ldots \quad P''' A''' B''' C''' \ldots .$$

mit $PABC..$ congruent sind, dagegen

$$Q', \; Q'', \; Q''' \ldots .$$

diejenigen Punkte, für welche die zugehörigen Körper mit $PABC\ldots$ spiegelbildlich gleich sind, so ist evident, daß bei jeder Bewegung die Punkte $P, P' P'' P''' \ldots$ unter sich zur Deckung gelangen, und ebenso die Punkte $Q' Q'' Q''' \ldots$; bei jeder symmetrischen Operation dagegen vertauschen sich die Punkte der einen Art mit den Punkten der andern. Es giebt daher so zu sagen von jeder Art von Punkten gleich viele.

Die sämmtlichen Punktsysteme dieser Art habe ich aufgestellt; die Resultate werden demnächst in den mathematischen Annalen veröffentlicht werden[1]). Es giebt im Ganzen 171 solcher Punktsysteme. Mit den 65 congruent symmetrischen Sohnckeschen bilden sie zusammen 236 verschiedene Classen von regulären Punktsystemen.

Beispiele zu den symmetrisch regulären Punktsystemen sind einige der von Herrn Barlow[2]) gezeichneten und von Herrn Sohncke[3]) erwähnten Kugelhaufen resp. die Centra dieser Kugeln. Die schwarzen Kugeln entsprechen den Punkten der einen Art, die weißen den Punkten der andern. Das a. a. O. durch Fig. 2 reprä-

---

1) Die Ableitung dieser Punktsysteme schließt sich an meine in derselben Zeitschrift erschienenen Arbeiten (Bd. 28, S. 319 ff. und Bd. 29, S. 50 ff.) über Gruppen von Bewegungen unmittelbar an.

2) Probable nature of the internal symmetrie of crystalls, Nature, Bd. 29, S. 186 u. 205.

3) Erweiterung der Theorie der Krystallstructur. Zeitschr. f. Krystallogr., Bd. 14, S. 429.

sentirte System gestattet, wie leicht ersichtlich, eine Spiegelung gegen eine zu den Grenzflächen des Haufens parallele Ebene. Bei Fig. 3 ist die symmetrische Operation, welche die schwarzen Kugeln mit den weißen vertauscht, eine Spiegelung in Verbindung mit einer in die spiegelnde Ebene fallenden Translation. Die spiegelnde Ebene geht durch die Berührungspunkte einer schwarzen und einer weißen Schicht. Durch Spiegelung an ihr geht, wie leicht ersichtlich, jede weiße Schicht in eine schwarze Schicht über, ohne daß jedoch zunächst die Kugeln einzeln zusammenfallen. Um dies herbeizuführen, bedarf es aber nur noch einer Translation, welche der Diagonale der Grundfläche des Würfels parallel ist.

Es braucht nicht ausführlicher dargelegt zu werden, daß auch für jedes symmetrisch reguläre Punktsystem, resp. die zugehörige Gruppe von Operationen eine Raumteilung existirt. Dieselbe möge eine symmetrisch reguläre Raumteilung heißen; sie zerlegt den ganzen Raum in lauter abwechselnd congruente und symmetrisch gleiche Bereiche. Aus einem derselben, den ich wieder Fundamentalbereich nenne und durch Φ bezeichne, ergeben sich alle ihm congruenten, wenn er den sämmtlichen Bewegungen der Gruppe unterworfen wird, und wird jede der symmetrischen Operationen der Reihe nach auf ihn angewandt, so entstehen aus ihm die sämmtlichen ihm spiegelbildlich gleichen Bereiche. Fixirt man nun wieder in jedem Bereich je einen homolog gelegenen im übrigen ganz beliebigen Punkt, so erhält man ein symmetrisch reguläres Punktsystem, welches zu dieser Raumteilung resp. zur bezüglichen Gruppe von Operationen gehört. Durch die einzelnen Operationen der Gruppe kann jeder dieser Punkte mit jedem andern und das Punktsystem mit sich selbst zur Deckung gebracht werden.

Es ist wichtig, zu bemerken, daß jede der vorstehend charakterisirten symmetrisch regulären Raumteilungen aus einer der 65 oben betrachteten abgeleitet werden kann. Ist nämlich Φ der Fundamentalbereich der bezüglichen einfach regulären Raumteilung, so läßt er sich in zwei zu einander symmetrische Teile zerlegen, und jeder dieser Teile bildet den Fundamentalbereich der symmetrischen Raumteilung. Auf den mathematischen Beweis dieser Thatsache kann ich allerdings an dieser Stelle nicht eingehen [1]).

1) Für die complicirteren Raumteilungen habe ich die Fundamentalbereiche sämmtlich bestimmt. Modelle, welche dieselben zur Anschauung bringen, werden demnächst hergestellt werden.

§ 3. Theorie der Krystallstructur.

Um zu einer Theorie zu gelangen, welche zunächst geometrisch die Krystallstructur zu erklären vermag, werde ich versuchen, die folgende Frage zu beantworten:

Welche regelmäßigen Punktsysteme muß es geben, wenn es möglich sein soll, durch dieselben den Symmetriecharakter eines jeden Krystalls so darzustellen, daß jeder Krystallbaustein durch einen Raumpunkt vertreten wird?

Durch die Untersuchungen der Herren Gadolin[1]), P. Curie[2]) und Minnigerode[3]) ist nachgewiesen, daß die Gesammtheit der Krystalle in 32 Klassen zerfällt. Jede dieser 32 Krystallklassen ist durch einen gewissen Symmetriecharakter ausgezeichnet. Ich verstehe hier den Begriff „Symmetrie" im allgemeinsten Sinne; jede dieser Symmetrieen ist durch eine gewisse Bewegung, oder eine Spiegelung, oder eine mit Spiegelung verbundene Bewegung charakterisirt, welche einen und denselben Punkt unverändert läßt. Wenn dieser Sprachgebrauch adoptirt wird, so läßt sich aussagen, daß jede Krystallklasse durch Verbindung gewisser Symmetrieen definirt ist; diese Symmetrieen bestimmen eben ihren Symmetriecharakter. Welche Symmetrieen gleichzeitig vorkommen können resp. miteinander verträglich sind, ist gerade in den oben genannten Arbeiten festgestellt worden; andere Verbindungen, als einer der bezüglichen 32 Krystallklassen entsprechen, sind daher in der Natur unmöglich[4]).

Es sei K irgend eine der 32 Krystallklassen. Durch einen beliebigen Punkt O des Raumes denken wir uns alle Symmetrieaxen und Symmetrieebenen, welche für diese Klasse charakteristisch sind. Ferner seien

$$\mathfrak{S}, \mathfrak{S}_1, \mathfrak{S}_2 \ldots\ldots \mathfrak{S}_{n-1}$$

die zugehörigen n symmetrischen Operationen in dem eben bezeich-

---

1) Mémoire sur la déduction de tous les systèmes crystallisés etc. Acta societatis Helsingfors. Bd. 9, S. 1—71.

2) Bulletin de la soc. min. de France. Bd. 7, S. 89—111 und 418—457.

3) Untersuchungen über die Symmetrieverhältnisse der Krystalle. Neues Jahrb. f. Mineral., Beilagebd. 5, S. 145.

4) Wenn man mit Herrn P. Groth (Phys. Krystallographie, § 37) die Gesammtheit aller Krystallformen, die denselben Grad von Symmetrie besitzen, zu einem Krystallsystem rechnet, so sollte man folgerichtig von 32 Krystallsystemen sprechen.

neten Sinn. Wird nun eine ganz beliebige Ebene ε den genannten n Operationen unterworfen, so entstehen dadurch die n Ebenen

$$\varepsilon, \varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots\ldots \varepsilon_{n-1}.$$

Dieselben sind im Allgemeinen von einander verschieden und bilden die allgemeine einfache Krystallform M der Krystallklasse K. Bei specieller Lage von ε fallen einige dieser Ebenen zusammen; dies ist aber ohne weitere Bedeutung.

Ist nun $\mathfrak{K}$ ein wirklicher Krystall der Krystallclasse K, und ist η_1 eine Fläche oder Spaltungsebene desselben, welche zu ε parallel ist, so sind an diesem Krystall auch die Flächen und Spaltungsebenen

$$\eta_1, \eta_2, \ldots\ldots \eta_{n-1}$$

möglich, die zu $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots \varepsilon_{n-1}$ parallel sind; alle diese n Flächen besitzen überdies dieselben krystallographischen Eigenschaften. Dies ist bekanntlich die Bedeutung der Krystallform.

Jede Theorie, welche die Krystalle als Teile eines Punktsystems auffaßt, wird nach dem Vorgang von Bravais[1]) und Sohncke[2]) die Hypothese machen müssen, daß als Grenzflächen oder Spaltungsebenen eines Krystalles nur solche Ebenen auftreten, welche unendlich viele Punkte enthalten, d. h. Netzebenen, und daß denjenigen Krystallflächen, welche krystallographisch gleiche Eigenschaften zeigen, solche Ebenen des Punktsystems entsprechen, die geometrisch gleichwertig sind.

Nun sei Σ dasjenige Punktsystem, welches den Krystall repräsentiren soll. Ferner sei σ eine Netzebene desselben, welche zu ε resp. η parallel ist, so ist die notwendige geometrische Bedingung, welcher dieses Punktsystem zu genügen hat, die, daß in demselben Ebenen

$$\sigma_1, \sigma_2, \ldots\ldots \sigma_n$$

existiren, die zu $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots . \varepsilon_n$ parallel sind, und ebenso mit Punkten besetzt wie σ, oder vielmehr, daß die zum Punktsystem gehörige Gruppe Operationen enthält, welche die Ebene σ in Lagen $\sigma_1, \sigma_2 \ldots \sigma_n$ bringen, welche zu $\varepsilon_1\ \varepsilon_2 \ldots \varepsilon_n$ parallel sind.

Derartige Punktsysteme sind aber, von welcher der 32 Krystallclassen wir auch ausgehen mögen,

---

1) a. a. O.

2) Vgl. z. B. Ueber Spaltungsflächen und natürliche Krystallflächen, Zeitschr. f. Krystallogr. Bd. 13, S. 214.

unter den oben genannten 236 Punktsystemen stets vorhanden. Daß dies so ist, habe ich a. a. O. ausführlich nachgewiesen, und ich muß mich daher hier darauf beschränken, die Resultate mitzuteilen. Die 236 Punktsysteme zerfallen nämlich in 32 Abteilungen, welche genau den 32 Krystallclassen entsprechen, und denselben Symmetriecharakter besitzen, wie diese. Dies will ich noch ausführlicher erörtern. Ist K die oben betrachtete Krystallclasse, zu welcher die Operationen

$$\mathfrak{S}, \mathfrak{S}_1, \mathfrak{S}_2 \ldots\ldots \mathfrak{S}_{n-1}$$

gehören, so giebt es nun stets mehrere Gruppen Γ von Operationen von folgendem Charakter. Ist z. B. $\mathfrak{S}$ eine Drehung um eine gewisse Axe s vom Winkel α, so giebt es in Γ Rotationen oder Schraubenbewegungen $\mathfrak{S}'$ um parallele Axen, deren Winkel ebenfalls α ist. Ist ferner $\mathfrak{S}_1$ eine Spiegelung gegen eine gewisse Ebene δ, so giebt es unter den Deckoperationen der Gruppe Γ entweder auch Spiegelungen an Ebenen, die zu δ parallel sind, oder doch jedenfalls solche Spiegelungen in Verbindung mit einer Translation; überhaupt zu jeder Operation $\mathfrak{S}_i$ giebt es in Γ analoge Operationen $\mathfrak{S}_i'$, die sich von $\mathfrak{S}_i$ nur durch eine Translation unterscheiden können [1]).

Nun kommt die Fläche ε der Krystallform M durch die Operationen $\mathfrak{S}, \mathfrak{S}_1, \mathfrak{S}_2 \ldots\ldots \mathfrak{S}_{n-1}$ in die Lagen $\varepsilon, \varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots\ldots \varepsilon_n$. Beachtet man, daß eine jede Translationsbewegung eine Ebene nur parallel mit sich selbst verschiebt, so ist unmittelbar evident, daß es in der Gruppe Γ unendlich viele Operationen $\mathfrak{S}' \mathfrak{S}_1' \mathfrak{S}_2' \ldots \mathfrak{S}_{n-1}'$ giebt, welche die Ebene σ in Lagen $\sigma_1, \sigma_2 \ldots\ldots \sigma_n$ bringen können, welche zu $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots\ldots \varepsilon_n$ parallel sind. Das Punktsystem Σ hat also wirklich die Eigenschaft, welche oben als geometrisch notwendig bezeichnet worden ist.

Es fragt sich nun, ob diese Systeme auch hinreichend sind, um die Krystallstructur der 32 Classen wirklich darzustellen. In der That ist der innere Aufbau von zwei Punktsystemen, welche verschiedenen Krystallclassen entsprechen, ein wesentlich verschiedener und unabhängig von der Wahl des ursprünglichen Constructionspunktes. Eine scheinbare Ausnahme existirt allerdings; aber sie ist eben nur scheinbar, es kann nämlich vorkommen, daß einzelne Punktsysteme bei beliebigem Ausgangspunkt noch einen über-

---

1) Hierin liegt der Beweis, daß es naturgemäß ist, mit solchen Gruppen Γ zu operiren, welche auch symmetrische Operationen enthalten. Vgl. oben S. 489.

flüssigen resp. zufälligen Symmetriecharakter besitzen. Dies ist jedoch ohne Bedeutung, wie an einem Beispiel gezeigt werden soll.

Die 65 Sohnckeschen Punktsysteme gehören zu Gruppen von Bewegungen allein; sie können daher nur solchen der 32 Krystallclassen entsprechen, die nur Symmetrieaxen besitzen. Daher dürfte auch keines dieser Punktsysteme — wenn allgemeine Lage des Constructionspunktes vorausgesetzt wird — eine Symmetrieebene zulassen. Betrachten wir nun aber das Quadratsäulensystem (No. 30 von Sohncke). Dasselbe enthält die analogen Bewegungen, wie die Classe 22 des Herrn Minnigerode, also repräsentirt es die Krystallstructur der Hemimorphie der trapezoedrischen Hemiedrie des tetragonalen Systems. Die zugehörige Raumteilung entsteht, wenn in der obigen Figur die oben genannten quadratischen Säulen so angeordnet werden, daß alle Grundflächen in die Zeichnungsebene fallen, und nun diese Schicht nach oben und unten vervielfacht wird. Fixirt man nun in jeder Säule einen homologen Punkt, z. B. den Mittelpunkt, so erhält man das zugehörige Punktsystem. Dasselbe besteht aus lauter congruenten Netzebenen von gleichem Abstand.

Für dieses Punktsystem ist aber, wie unmittelbar ersichtlich ist, eine Spiegelung gegen die Zeichnungsebene zulässig, ebenso gegen jede Ebene, welche die Grundflächen irgend einer Säulenschicht enthält [1]). Es läßt also alle Operationen zu, welche der pyramidalen Hemiedrie des tetragonalen Systems zukommen, und man könnte daher schließen, daß es die Krystallstructur dieser Classe repräsentirt. Aber dies ist nicht erlaubt. Um ein Punktsystem zu erhalten, welches dieser Classe entspricht, hat man von einer Gruppe von Operationen auszugehen, welche bereits unter ihren Operationen Spiegelungen besitzt. Eine solche Gruppe ist z. B. diejenige, welche dieselben Bewegungen enthält, wie das Quadratsäulensystem, und außerdem Spiegelungen an jeder Ebene, welche, wie die Zeichnungsebene, die Grundflächen einer Säulenschicht enthält. Nun fixire man wieder in jeder Säule derjenigen Schicht, die auf der Zeichnungsebene steht, einen homologen Punkt, der beliebig zu wählen ist; so kommen zu ihnen in diesem Fall noch ihre Spiegelbilder gegen die Zeichnungsebene hinzu. Diese Punkte bilden zwei parallele Netzebenen von unbe-

1) Damit die Zeichnungsebene Spiegelebene wird, ist der Mittelpunkt jeder Säule als Constructionspunkt benutzt worden. Wählt man einen andern Punkt, so tritt nur die eine Aenderung ein, daß die Spiegelebene sich verschiebt.

stimmtem Abstand; ein solches Ebenenpaar liegt an jeder Spiegelungsebene des Systems.

Die innere Structur dieses Systems ist daher von der des obigen bei beliebiger Wahl des Constructionspunktes vollständig verschieden. Dies zeigt schon das geometrische Bild. Es kommt aber noch ein zweites hinzu. Jede Bewegungsgruppe, sowie jede symmetrische Gruppe enthält auch Deckschiebungen [1]), und man kann stets n Bereiche der Raumteilung so zu einem Körper Ω vereinigen, daß durch die Deckschiebungen allein die ganze Raumteilung aus ihm abgeleitet werden kann. Dieser Körper Ω ist das Analogon desjenigen Fundamentalbereichs, der zu einem Bravaisschen Gitter gehört, in den meisten Fällen sogar ein solches Bravais'sches Elementarparallelepiped selbst. Bei dem Quadratsäulensystem geben die vier Säulen, die über den Flächen 0, 1, 2, 5 stehen, diesen Körper Ω, bei dem oben erwähnten symmetrisch regulären Punktsystem dagegen sind es acht solche Säulen von halber Höhe, die teils über, teils unter der Zeichnungsebene stehen. Jeder Körper Ω enthält daher bei dem congruent regulären Punktsystem vier Systempunkte, bei dem andern dagegen acht, womit die innere Verschiedenheit der Systeme gekennzeichnet ist. Uebrigens ist die Zahl dieser Punkte mit der Zahl der Flächen der Krystallform derjenigen beiden Krystallclassen identisch, deren Structur durch die Punktsysteme dargestellt werden soll. Dies ist eine allgemeine Eigenschaft sämmtlicher regulären Punktsysteme. Die zugehörige Raumteilung läßt sich stets in derartige größere Körper Ω zerlegen, welche genau so viele Punkte enthalten, als die allgemeinste einfache Krystallform der bezüglichen Krystallclasse Flächen besitzt.

Wenn daher die Hypothese gemacht wird, daß jede der 32 Krystallclassen durch solche Punktsysteme repräsentirt wird, welche einerseits jede Symmetrie dieser Klasse zulassen und andrerseits in jedem Bereich Ω so viele Punkte enthalten, als die zugehörige einfache Krystallform Flächen besitzt [2]), so reichen die 236 regulären Punktsysteme wirklich aus, um die Krystallstructur einer jeden Krystallclasse geometrisch auf dieselbe Weise zu erklären. Die Vollflächner, ihre Hemiedrieen und Tetor-

1) Vgl. Sohncke, a. a. O. S. 178.

2) Dies läßt sich auch dahin aussprechen, daß jedes Punktsystem, das einer Krystallclasse von der Flächenzahl n entspricht, aus n ineinander gestellten Raumgittern besteht. Ich komme hierauf am Schluß dieser Mitteilung nochmals zurück.

toedrieen, sowie die Hemimorphieen gestatten daher eine und dieselbe Hypothese; jede Krystallstructur kann auf die gleiche Art durch ein Punktsystem repräsentirt werden, dessen Punkte sämmtlich geometrisch gleichartig sind.

Damit scheint das Ziel, welches der geometrischen Theorie der Krystallstructur seit Bravais gesteckt war, erreicht zu sein [1]).

§ 4. Die Sohnckesche Erweiterung der Theorie.

Mit der Erweiterung der Theorie der Krystallstructur haben sich in der letzten Zeit besonders die Herren Sohncke [2]) und Wulff [3]) beschäftigt. Die Theorie des Herrn Wulff ist jedoch, wie Herr Sohncke gezeigt hat [4]), von der Hauy-Bravaisschen Theorie in nichts mehr unterschieden; es erscheint daher nicht nötig, an dieser Stelle auf dieselbe nochmals einzugehen. Dagegen soll das Verhältniß der vorstehenden Theorie zur Sohnckeschen Erweiterung mit einigen Worten gekennzeichnet werden.

Herr Sohncke hat die von ihm gegebene Erweiterung der Theorie folgendermaßen präcisirt [5]): „Ein Krystall besteht aus einer endlichen Anzahl in einander gestellter regelmäßiger unendlicher Punktsysteme, welche sämmtlich gleich große und gleich gerichtete Deckschiebungen besitzen. Diese in einander stehenden Teilsysteme sind im Allgemeinen nicht congruent, auch sind die Bausteine des einen im Allgemeinen andere als die des andern.

Um das Verhältniß dieser Hypothese zu der oben aufgestellten hinlänglich zu erkennen, bedarf es einer kurzen Voruntersuchung über den Begriff der regelmäßigen Punktsysteme. Dieser Begriff läßt sich nämlich dahin erweitern, daß nicht mehr alle Punkte des Systems gleichwertig sind resp. zur Deckung gelangen können, sondern nur gewisse unter ihnen.

Genauer definire ich ein erweitertes reguläres Punktsystem wie folgt. Dasselbe soll aus verschiedenen Individuen $P, Q, R \ldots\ldots$

---

1) Es liegt übrigens nahe, anzunehmen, daß die Punktsysteme mit „zufälligem Symmetriecharakter“ die Structur von sogenannten „Grenzformen“ darstellen, denen ja ebenfalls, kurz gesprochen, noch ein „zufälliger Symmetriecharakter“ zukommt.

2) Erweiterung der Theorie der Krystallstructur. Zeitschr. für Kryst., Bd. 14, S. 433.

3) Ueber die regelmäßigen Punktsysteme, ebenda, Bd. 14, S. 503.

4) Bemerkungen zu Herrn Wulff's Theorie der Krystallstructur. Ebenda, Bd. 14, S. 424.

5) Ebenda, Bd. 14, S. 433.

so aufgebaut sein, daß erstens um jeden Punkt P herum die Verteilung aller Punkte die gleiche ist, ebenso zweitens um die Punkte Q herum, desgleichen drittens um die Punkte R u. s. w.

Es fragt sich, ob und wie derartige Punktsysteme mit den oben betrachteten zusammenhängen. Aus der Definition folgt zunächst, daß um jeden Punkt P alle übrigen Punkte gleich verteilt sind; es sind daher im besonderen um jeden Punkt P die andern Punkte P gleichartig angeordnet. Die Punkte P bilden also für sich ein reguläres Punktsystem in dem früheren Sinne. Es giebt daher eine ganz bestimmte Gruppe von Operationen — sie heiße Γ —, welche die Punkte P in sich überführt. Sei wieder $\mathfrak{S}$ diejenige dieser Operationen, welche den Punkt P nach P_1 gelangen läßt. Nun sind die Punkte Q um P herum ebenso angeordnet, wie um P_1 herum, daher gelangen durch die Operation $\mathfrak{S}$ auch alle Punkte Q zur Deckung, und dasselbe gilt ebenso von den Punkten R u. s. w.

Die Gruppe von Operationen, welche die Punkte P in sich überführt, leistet dies daher auch für die Punkte $Q, R\ldots$ Die Punkte $Q, R\ldots$ bilden daher ebenfalls je ein reguläres Punktsystem, welches zur Gruppe Γ gehört. Aber jedes zur Gruppe Γ gehörige reguläre Punktsystem ergiebt sich aus der zugehörigen Raumteilung, wenn in jedem Bereich je ein homologer Punkt fixirt wird. Um daher das eben betrachtete Punktsystem zu erhalten, hat man in irgend einem Fundamentalbereich Φ die Punkte $P, Q, R\ldots.$ beliebig anzunehmen und dann die homologen zu zeichnen.

Das so charakterisirte Punktsystem ist dasselbe, welches Herr Sohncke an der oben citirten Stelle betrachtet. Es ist nur noch festzusetzen, daß die vorstehenden Betrachtungen allein auf die 65 Sohnckeschen Gruppen, d. h. allein die 65 Gruppen von Bewegungen und die zugehörige Raumteilung angewendet werden sollen.

Im Allgemeinen erhält man, wie ersichtlich ist, gleichviele Punkte $P, Q, R\ldots$ Es lassen sich aber auch Punktsysteme bilden, für welche dies nicht der Fhll ist. Ist z. B. Γ eine Gruppe, welche Drehungsaxen vom Winkel π enthält und wird der Punkt P in eine solche Axe gelegt, so bleibt bei der Drehung um dieselbe P an seiner Stelle, während die beliebig gewählten Punkte $Q, R\ldots$ je in eine neue Lage kommen. Das zugehörige Punktsystem enthält daher nur halb so viele Punkte P als Punkte $Q, R\ldots.$ In ähnlicher Weise lassen sich noch complicirtere Punktsysteme dieser Art bilden; ich gehe jedoch darauf nicht genauer ein, weil

sie mir ohne krystallographische Bedeutung zu sein scheinen [1]).

Um eines der allgemeinen Sohnckeschen Punktsysteme zu erhalten, sind im Fundamentalbereich der zugehörigen Raumteilung n Punkte beliebig zu fixiren. Nun sei Φ ein solcher Bereich, der in zwei symmetrisch gleiche Teile zerfällt werden kann. Nimmt man dann in jedem dieser beiden Teilbereiche je einen homolog gelegenen Punkt P resp. Q an, so erhält man offenbar ein allgemeines Sohnckesches Punktsystem. Aber dieses Punktsystem ist gleichzeitig symmetrisch regulär in dem oben § 2 definirten Sinn; es läßt sich daher sagen, daß die oben von mir ausgesprochene Hypothese in der Sohnckeschen in gewissem Sinne enthalten ist. Aber dies ist doch nur formal der Fall, denn die in § 3 auseinandergesetzte Theorie hat gezeigt, daß diejenigen neuen Punktsysteme, deren man allein bedarf, sich ebenfalls aus lauter gleichwertigen Punkten zusammensetzen; die Gleichwertigkeit aller Punkte ist ja gerade das Ziel, welches der Theorie der Krystallstructur seit Bravais gesteckt war.

§ 5. Schlußbemerkungen.

Jeder Systempunkt ist der Repräsentant eines Krystallbausteines. Ueber die Art, wie der Krystall aus seinen Elementen sich aufbaut, kann man bekanntlich zwei verschiedene Annahmen machen. Hierüber mögen noch einige Bemerkungen gestattet sein.

Die Krystallelemente erfüllen entweder den Raum stetig, oder, wenn dies nicht der Fall ist, so sind sie als punctuelle resp. körperliche discrete Atome zu betrachten, die sich in irgend welcher Weise bewegen. Die Gleichwertigkeit aller Punkte bietet den Vorzug, daß die vorstehend auseinandergesetzte Theorie mit jeder hierüber möglichen Hypothese ohne jede Modification vereinbar ist. Denn es bedarf einerseits keiner weiteren Annahme über Gestalt oder Lage der einzelnen Elemente, um die Symmetrie des Krystalls zu erklären, und andrerseits ist auch evident, daß jede physikalische Annahme, die man hierüber machen mag, wenn sie nur gegen die Gleichwertigkeit aller Systempunkte nicht verstößt, auch den Symmetriecharakter des Punktsystems nicht berührt.

---

1) Dies trifft auch die complicirteren von Herrn Barlow a. a. O. angegebenen Kugelhaufen. Daß die Schlüsse, die Herr Barlow daran knüpft, irrig sind, geht zur Genüge daraus hervor, daß solche Punktsysteme, die nach Herrn B. die Structur des regulären Systems angeben sollen, wie oben gezeigt, ja für jedes Krystallsystem existiren.

Bei der atomistischen Auffassung pflegt man die Atome in steter Bewegung vorauszusetzen; diese Bewegungen sind eben das, was den physikalischen Erscheinungen zu Grunde liegt. Nun erhält man ein Punktsystem, welches einen Krystall zu repräsentiren vermag, wenn man in jedem Bereich einer gewissen Raumteilung je einen homologen Punkt fixirt, und zwar kann jeder Punkt des Fundamentalbereiches als Ausgangspunkt benutzt werden. Die einzelnen Bereiche erscheinen daher geradezu als Spielraum für die Beweglichkeit der einzelnen Punkte; die Bewegung selbst kann man sich noch in der verschiedensten Weise vorstellen. Man kann entweder annehmen, daß die Krystallatome um gewisse Mittellagen oscilliren oder aber die Bewegung so voraussetzen, daß der Krystall in jedem Augenblick durch ein reguläres Punktsystem repräsentirt wird. Alle diese Annahmen sind mit der vorstehenden Theorie wohl vereinbar. Allerdings würde es, wie Herr Sohncke bereits bemerkt hat [1]), erst Gegenstand der Untersuchung sein müssen, welche dieser Bewegungen resp. welche Punktsysteme auch physikalisch möglich sind.

Derjenigen Auffassung der Körperwelt, welche auch die Gestalt der einzelnen Krystallelemente berücksichtigt, haben sich in der letzten Zeit besonders die Herren P. Groth [2]) und Sohncke [3]) wieder angeschlossen. Allerdings scheint es, als ob dies nur geschehen ist, weil eine geometrische Theorie, welche, wie die vorstehende, jeden Symmetriecharakter durch ein System gleichwertiger Punkte erklären kann, bisher nicht existirte. Es wäre allerdings nicht unmöglich, daß sich das Eingehen auf die Form der Krystallmolekel trotzdem als notwendig herausstellen sollte. Aber auch in diesem Fall sollte der vorstehenden Theorie der Vorzug gebühren, weil sie, wie oben erwähnt, für jede Annahme Raum hat, die man über die Molekelform machen kann. Es würde übrigens vielleicht das nächstliegende sein, den Krystallelementen die Gestalt der Fundamentalbereiche selbst zu geben und alsdann vorauszusetzen, daß die Krystallmasse den Raum stetig erfüllt. Die Form dieser Bereiche würde eine derartige Hypothese durchaus begünstigen. Trotzdem möchte zunächst ich der atomistischen Auffassung den Vorzug geben. Denn wenn doch auf die Molekelform zurückgegangen werden muß, so dürfte es von nur secundärer Bedeutung sein, ob die Krystallmolekel innerhalb des

1) Zeitschr. f. Kryst., Bd. 14, S. 440.
2) a. a. O.
3) Erweiterung einer Theorie der Krystallstructur; a. a. O.

Bereichs einer allgemeineren Raumteilung oder innerhalb des Elementarparallelepipedes eines Bravaisschen Gitters in Frage kommt. Wenn nun auch, wie Herr Sohncke bemerkt, die Qualität der Bausteine die eigentliche Ursache für das Zusammentreten zu dieser oder jener bestimmten Structurform ist, so dürfte doch wohl diejenige Hypothese den Vorzug verdienen, welche es möglich macht, auf diese Qualität, sowie auf die Form der Moleküle als Erklärungsgrund zunächst Verzicht zu leisten.

Es sei mir gestattet, auf die vier Hauptpunkte, welche der von mir aufgestellten Theorie eigentümlich sind, nochmals kurz hinzuweisen. Ich sehe die Vorteile derselben

1) in der Gleichwertigkeit aller Systempunkte;
2) in der geometrischen Analogie zwischen Krystallclasse und Krystallstructur;
3) in der Uebereinstimmung zwischen der Flächenzahl[1]) der Krystallclassen und der Zahl der Raumpunkte in dem Bereich Ω, welcher dem Elementarparallelepiped der Bravais'schen Gitter entspricht resp. der Zahl der ineinander gestellten Raumgitter, und
4) in der Unabhängigkeit des den Punktsystemen eigentümlichen Symmetriecharakters von der Lage des Constructionspunktes.

Das letztere scheint mir besonders wichtig. Denn während in der ursprünglichen Sohnckeschen Theorie sich der Symmetriecharakter mancher Punktsysteme nur dadurch erreichen läßt, daß bei Systemen, denen dieser Symmetriecharakter im Allgemeinen nicht zukommt, der Constructionspunkt in eine ganz bestimmte Stelle des Fundamentalbereiches gelegt werden muß, ist bei den Systemen des § 2 der Symmetriecharakter eine allgemeine, innere Eigenschaft dieser Punktsysteme.

1) Vgl. S. 496.

Druckfehler-Berichtigung.

In dem Artikel „Der germanische Himmelsgott" von Dr. J. Hattory (No. 16 der Nachrichten d. K. G. d. W. zu Göttingen) muß es S. 427, Z. 7 von unten statt „Roberts" „Rudolfs" heißen.

ROYAL COLLEGE OF SURGEONS OF ENGLAND LIBRARY 1 FEB 89

Bei der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften eingegangene Druckschriften.

Man bittet diese Verzeichnisse zugleich als Empfangsanzeigen ansehen zu wollen.

August, September, October 1888.

(Fortsetzung.)

Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Jahrg. 33. Heft 1. Zürich 1888.

Report on the scientific results of the exploring voyage of H. M. S. Challenger 1873—76. Zoology. Vol. XXVI. London 1888.

Nature. Vol. 38. 979—990.

Monthly notices of the R. Astronomical society. Vol. XLVIII. N. 8. (Juni) (2 mal) 1888.

Proceedings of the Royal society. Vol. XLIV. N. 270. 1888.

Journal of the R. Microscopical society; 1888. Part 4. Aug. London.

Proceedings of the Scientific Meetings of the Zoological Society of London f. the gear 1888. Part. II. March and April. London 1888.

Proceedings of the London Mathematical society. N. 317—320.

a. The Scientific Transactions of the R. Dublin Society. Vol. III series II. Vol. IV series II. Dublin 1887, 1888.

b. The scientific proceedings of the R. Dublin society. Vol. V. Part 7, 8. 1887. Vol. VI. Part 1, 2. 1888. Dublin.

a. Transactions of the R. Society of Edinburgh. Vol. XXX. Part IV. for 1882—83. Vol. XXXI. (1888). Vol. XXXII. Part. II, III, IV. (Part II for 1883—84), the other parts for 1884—85. Vol. XXXIII. Part I for 1885—86, Part II for 1886—87.

b. Proceedings. Session 1883—84, 1884—85, 1885—86, 1886—87. (No. 115—118) Edinburgh.

The manual of the Geology of India. Part IV. Mineralogy. Calcutta 1887.

a. Memoirs of the Geological survey of India. Serie X. Vol. IV. Part III. Palaeontologia Indica. Calcutta 1887.

b. Vol. XXIV. Part I. ib. eod.

Records of the Geological survey of India. Vol. XXI. Part 3. Calcutta 1888.

Iconography of the Australian species of Acacia by Baron F. v. Mueller. Ninth decade. Melbourne 1888.
Tenth „
Eleventh „

a. Acta Societatis Scientiarum Fennicae. Tomus XV. Helsingfors 1888.

b. Ofversigt af Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar. XXVIII 1885—1886. XXIX 1886—1887. Helsingfors.

c. Bidrag till Kännedom of Finlands Natur och Folk. Heft 45, 46, 47. Helsingfors 1887 u. 1888.

Bulletin de l'Académie Imp. des Sciences de St. Petersbourg. Tome XXXII. N. 3, 4. Petersbourg 1888.

Repertorium für Meteorologie herausgeg. v. d. K. Akademie d. Wissensch. in St. Petersburg. Band XI. St. Petersburg 1888.

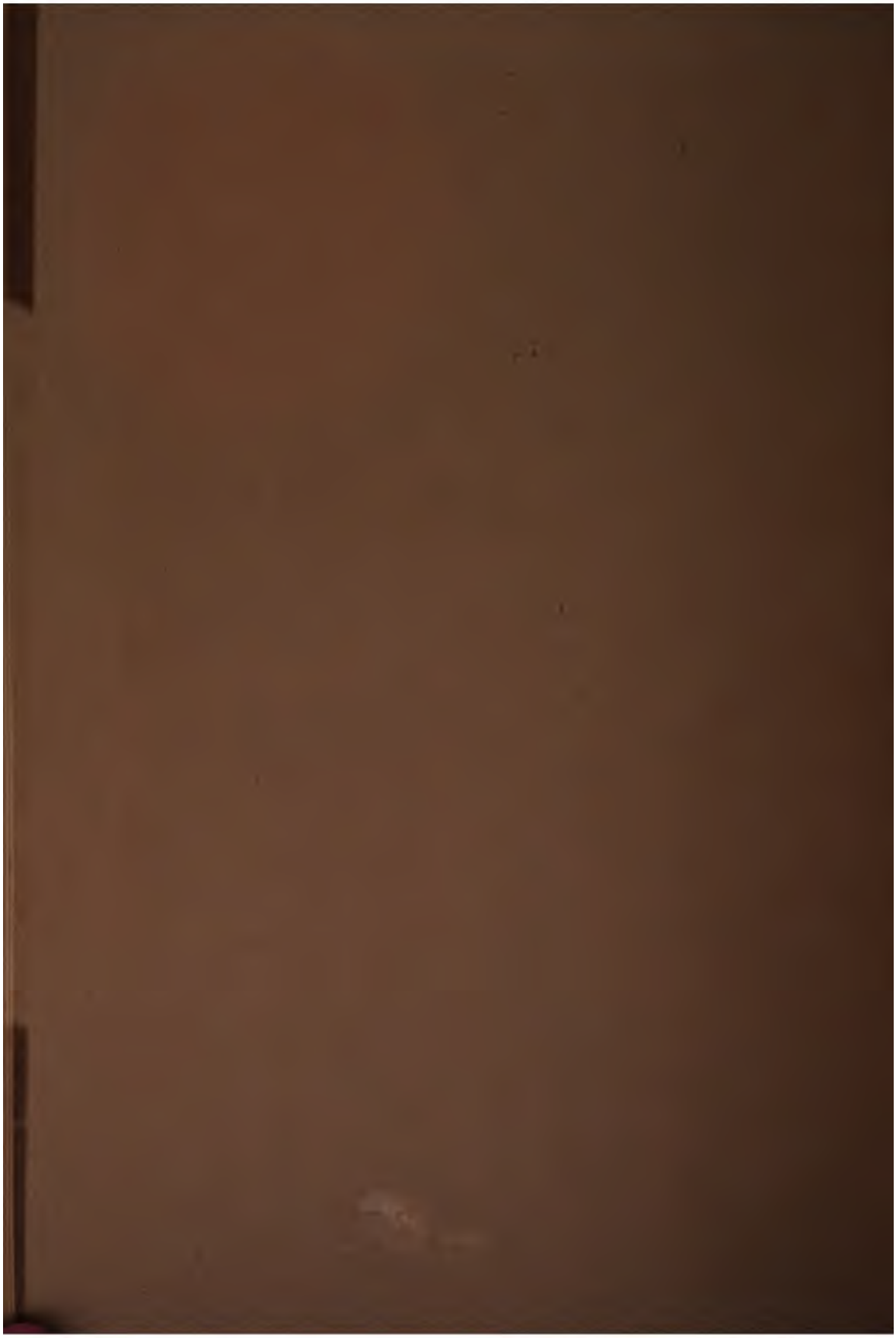
Bulletin de la Société Imperiale des Naturalistes de Moscou. Année 1888. N. 2. Moscou 1888.

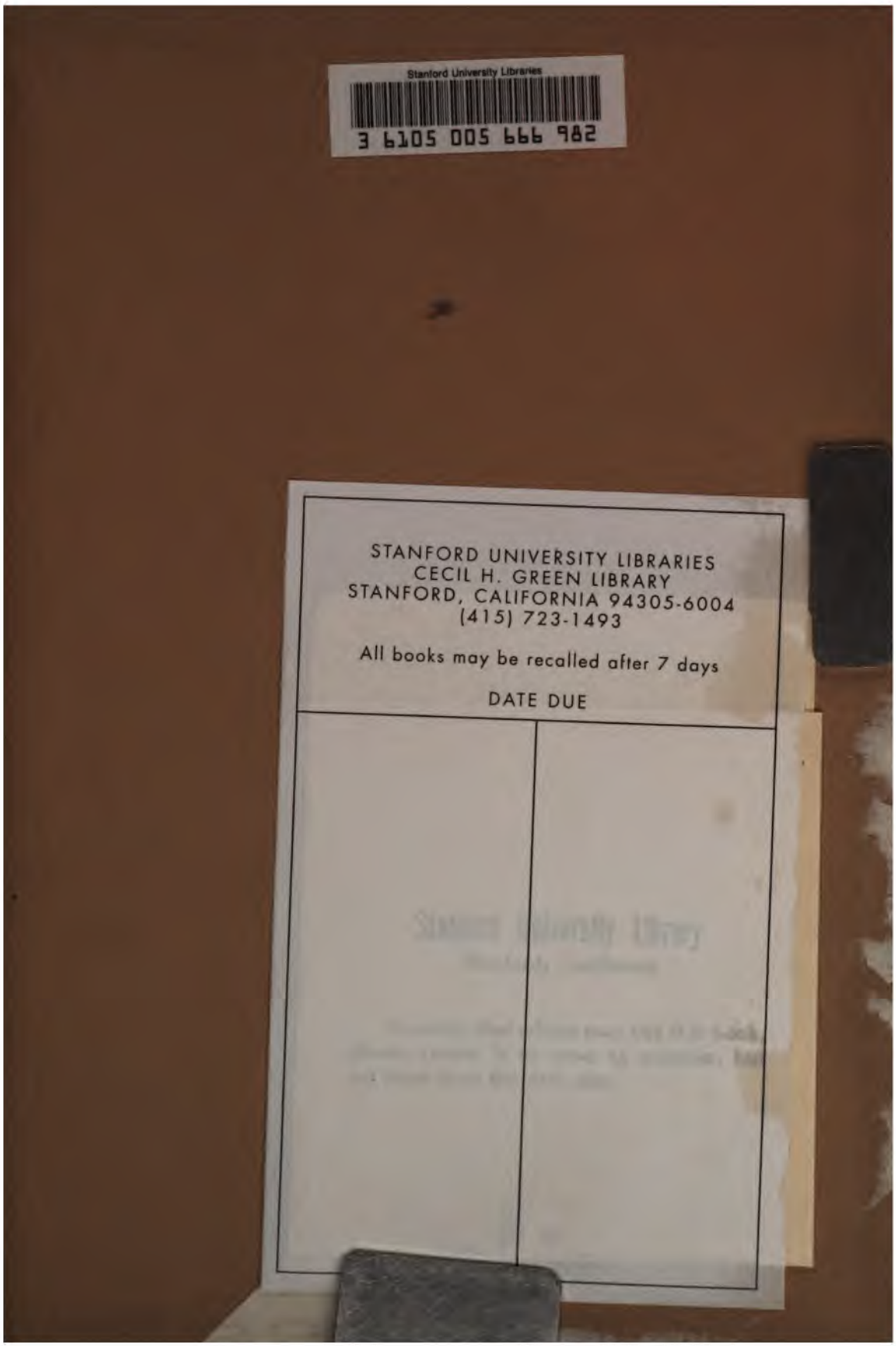
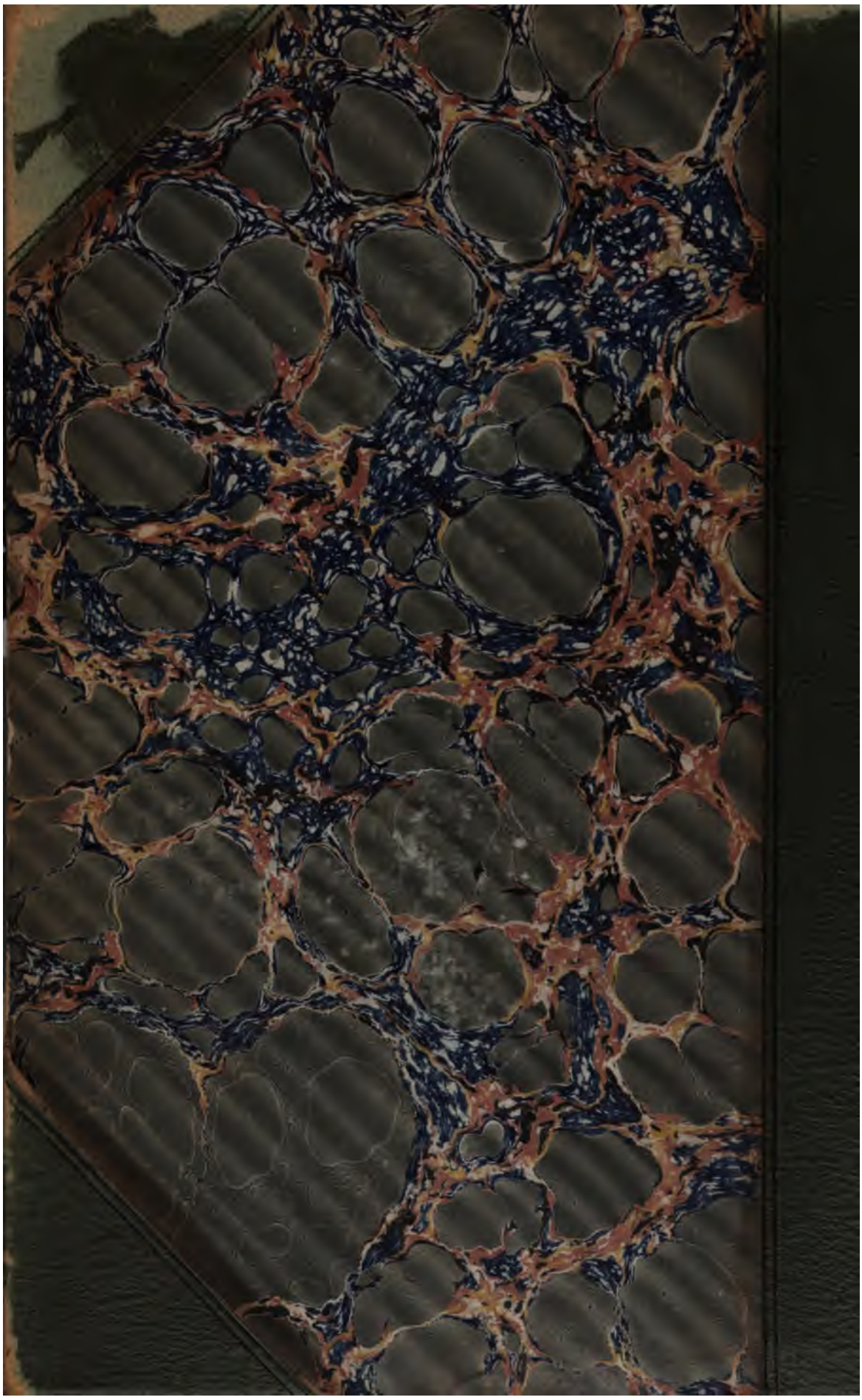
(Fortsetzung folgt.)

Inhalt von No. 17.

Bericht des Beständigen Sekretärs der Königl. Ges. d. Wiss. über das Jahr 1888. — *R. Sturm*, Über die Zahl und Lage der singulären Punkte bei den Strahlencongruenzen zweiter Ordnung. — *J. Brock*, Ueber das sogenannte Verrillsche Organ der Cephalopoden. — *Otto Bürger*, Beiträge zur Kenntnis des Nervensystems der Nemertinen. — *A. Schoenflies*, Beitrag zur Theorie der Krystallstructur. — Eingegangene Druckschriften.

Für die Redaction verantwortlich: *H. Sauppe*, Secretär d. K. Ges. d. Wiss.
Commissions-Verlag der *Dieterich'schen Verlags-Buchhandlung*.
Druck der Dieterich'schen Univ.-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner).




Stanford University Libraries
3 6105 005 666 982
STANFORD UNIVERSITY LIBRARIES
CECIL H. GREEN LIBRARY
STANFORD, CALIFORNIA 94305-6004
(415) 723-1493
All books may be recalled after 7 days
DATE DUE